

**УТВЕРЖДЕНО**

**«УТВЕРЖДАЮ»**

решением Методического совета  
регионального Центра выявления,  
поддержки и развития способностей и  
талантов у детей и молодежи Московской  
области (в структуре автономной  
некоммерческой общеобразовательной  
организации «Областная гимназия  
им. Е.М. Примакова»)

Директор АНОО

«Областная гимназия им. Е.М. Примакова»

М.О. Майсурадзе

от «16» января 2022 г.



«16» января 2022 г.

## **ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА**

### **Направление**

Наука. Математика.

### **Название Программы**

Январская образовательная программа по математике регионального Центра выявления, поддержки и развития способностей и талантов у детей и молодежи Московской области (в структуре автономной некоммерческой общеобразовательной организации «Областная гимназия им. Е.М. Примакова») (далее – Центр) (далее – Программа).

### **Авторы Программы**

Назар Хангельдыевич Агаханов – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики МФТИ, председатель Центральной предметно-методической комиссии Всероссийской олимпиады школьников по математике, председатель жюри Всероссийской олимпиады школьников по математике, член Координационного совета Международной математической олимпиады, лауреат премии Правительства РФ в области образования, кандидат физико-математических наук.

Юрий Владимирович Кузьменко – сотрудник кафедры высшей математики МФТИ, преподаватель физико-математического лицея № 5 г. Долгопрудный, преподаватель Образовательного центра «Сириус» и летних математических школ, член жюри всероссийской олимпиады школьников по математике.

### **Целевая аудитория**

Программа ориентирована на обучающихся в 8-11 классах общеобразовательных организаций Московской области, показавших высокий результат на региональном и заключительном этапе всероссийской олимпиады школьников (далее – ВсОШ) 2021-2022 года, региональном этапе олимпиады имени Эйлера и международном математическом турнире городов (далее – Участники).

**Трудоёмкость Программы:** 52 академических часа.

### **Аннотация к Программе**

Программа разработана с учётом требований к проведению всероссийской олимпиады школьников по математике. Программа ориентирована на подготовку Участников Программы к выступлению на всероссийской олимпиаде школьников по математике.

В рамках основной части Программы осуществляется обучение Участников идеям и методам олимпиадной математики. Программа ориентирована на обучение Участников различным разделам олимпиадной математики с учетом их уровня подготовленности по следующим разделам: алгебра, геометрия, комбинаторика и теория чисел.

Программа проводится с 31 января по 06 февраля 2023 года в очном формате по адресу: Московская обл., г. Долгопрудный, ул. Лётная, д. 7, АНОО «Физтех-лицей им. П.Л. Капицы».

### **Цель и задачи Программы**

Цель Программы состоит в комплексной подготовке Участников к выступлению на региональном этапе ВсОШ по математике.

Задачи Программы:

- создать условия для развития математических способностей Участников;
- формировать компетенции для развития логического мышления;
- сформировать алгоритм решения олимпиадных заданий по математике.

### **Планируемые результаты**

В результате освоения Программы каждый Участник:

- расширит свои знания в области математики и ее приложений;
- существенно повысит свой уровень готовности к решению задач на олимпиадах высокого уровня;
- приобретет интерес к научно-исследовательской деятельности в области математики;
- приобретет навыки и необходимые компетенции для самостоятельного решения новых задач.

### **Содержательная характеристика Программы**

#### **Группа 1**

Комбинаторика (24 а.ч.). Теория графов. Периодичность. Метод крайнего. Метод математической индукции, индуктивные построения примеров, индуктивные алгоритмы. Упорядочивание. Перечислительная комбинаторика. Правило сложения и умножения. Перестановки с повторениями. Комбинаторика на клеточной доске: раскраски, разбиение на области, оценочные задачи. Решение задач по теме.

Геометрия (16 а.ч.). Вписанные углы. Угол опирающийся на диаметр, Угол между хордами. Дополнительные построения. Геометрические неравенства. Решение задач по теме.

Алгебра (4 а.ч.). Преобразование алгебраических выражений. Неравенства. Применение неравенства о средних. Решение задач по теме.

Теория чисел (8 а.ч.). Остатки, арифметика остатков. Китайская теорема об остатках. Основная теорема арифметики. Делимость. Признаки делимости. Инвариант. Решение задач по теме.

#### **Группа 2**

Комбинаторика (16 а.ч.). Оценка и пример. Графы: индукция, выделение остовного дерева, выделение максимальной клики, перестройки графа. Перечислительная комбинаторика. Комбинаторика на клеточной доске: раскраски, разбиение на области, оценочные задачи. Кооперативные алгоритмы. Процессы и полуинварианты. Биекции и соответствия. Решение задач по теме.

Геометрия (12 а.ч.). Вписанные углы. Степень точки относительно окружности. Радиальные оси. Комбинаторная геометрия. Решение задач по теме.

Алгебра (12 а.ч.). Преобразование алгебраических выражений. Неравенства. Применение неравенства о средних. Квадратный трехчлен: график, теорема Виета, подстановка значений. Решение задач по теме.

Теория чисел (12 а.ч.). Остатки, арифметика остатков. Основная теорема арифметики. Делимость. Оценки в теории чисел. Принцип Дирихле в теории чисел. Решение задач по теме.

#### **Группа 3**

Комбинаторика (16 а.ч.). Оценка и пример. Графы: индукция, выделение остовного дерева, выделение максимальной клики, перестройки графа. Перечислительная комбинаторика. Комбинаторика на клеточной доске: раскраски, разбиение на области, оценочные задачи. Кооперативные алгоритмы. Процессы и полуинварианты. Биекции и соответствия. Решение задач по теме.

Геометрия (12 а.ч.). Вписанные углы. Степень точки относительно окружности. Радиальные оси. Поворот, гомотетия, поворотная гомотетия. Счет в синусах. Комбинаторная геометрия. Решение задач по теме.

Алгебра (16 а.ч.). Преобразование алгебраических выражений. Неравенства. Применение неравенства о средних. Многочлены. Многочлены с целыми коэффициентами. Рациональные и иррациональные числа. Решение задач по теме.

Теория чисел (8 а.ч.). Остатки, арифметика остатков. Применение неравенств в теории чисел. Оценки в теории чисел. Принцип Дирихле в теории чисел. Решение задач по теме.

## Группа 4

Комбинаторика (12 а.ч). Оценка и пример. Графы: индукция, выделение остовного дерева, выделение максимальной клики, перестройки графа. Перечислительная комбинаторика. Комбинаторика на клеточной доске: раскраски, разбиение на области, оценочные задачи. Кооперативные алгоритмы. Процессы и полуинварианты. Биекции и соответствия. Решение задач по теме.

Геометрия (16 а.ч.). Вписанные углы. Степень точки относительно окружности. Радиальные оси. Поворот, гомотетия, поворотная гомотетия. Счет в синусах. Комбинаторная геометрия. Решение задач по теме.

Алгебра (16 а.ч.). Преобразование алгебраических выражений. Неравенства. Применение неравенства о средних. Многочлены. Многочлены с целыми коэффициентами. Рациональные и иррациональные числа. Решение задач по теме.

Теория чисел (8 а.ч.). Остатки, арифметика остатков. Применение неравенств в теории чисел. Оценки в теории чисел. Принцип Дирихле в теории чисел. Решение задач по теме.

### Содержание деятельности и способы организации образовательного процесса

Математические навыки, приобретаемые при освоении данной Программы, имеют прикладной и практический характер.

Каждое занятие проходит в смешанном формате: Участникам выдается набор задач по определенной теме, происходит индивидуальное обсуждение решений и идей Участников с преподавателем. В середине или конце занятия происходит обсуждение решений группой с преподавателем и теоретический комментарий преподавателя по данным задачам.

Участники распределяются по 4 учебным группам в соответствии с уровнем подготовки и классом обучения в школе. Количество Участников в группе: 7-16 человек.

### Содержание деятельности и способы организации образовательного процесса

Участники будут разбиты на группы с учетом их уровня подготовки. В Программу включены такие форматы, как изложение теоретического материала, решение, разбор и обсуждение олимпиадных заданий.

В рамках реализации Программы используются следующие образовательные технологии:

- интерактивные лекции, предполагающие взаимодействие участников образовательного процесса;
- тренинги по решению олимпиадных заданий для приобретения опыта решения задач (заданий) повышенной сложности;
- технология проблемного обучения – самостоятельное решение новых задач школьником, осваивание в процессе новых методов решения задач;
- индивидуальные собеседования.

Формой контроля знаний и навыков Участников программы во всех группах является решение задач с устным приёмом.

### Учебно-тематический план

#### Группа 1 (8 класс)

№ п/п	Название раздела	Наименование тем	Количество академических часов		
			Всего	Теоретических	Практических
1.	Алгебра	Неравенства	4	0	4
2.	Теория чисел	Китайская теорема об остатках	4	0	4

3.		Разложение на простые множители	4	0	4
4.	Геометрия	Прямые углы	4	0	4
5.		Угол между хордами	4	0	4
6.		Дополнительные построения	4	0	4
7.		Геометрические неравенства	4	0	4
8.	Комбинаторика	Комбинаторика на клеточной доске	4	0	4
9.		Метод крайнего	4	0	4
10.		Индукция и алгоритмы	4	0	4
11.		Перечислительная комбинаторика	4	0	4
12.		Графы	4	0	4
13.		Периодичность	4	0	4
		<b>Итого:</b>	<b>52</b>		

## Группа 2 (9 класс)

№ п/п	Название раздела	Наименование тем	Количество академических часов		
			Всего	Теоретических	Практических
1.	Алгебра	Неравенства	4	0	4
2.		Неравенства о средних	4	0	4
3.		Квадратный трехчлен	4	0	4
4.	Теория чисел	Арифметика остатков	4	0	4
5.		Принцип Дирихле в теории чисел	4	0	4
6.		Оценки в теории чисел	4	0	4
7.	Геометрия	Вписанные углы	4	0	4
8.		Радикальные оси	4	0	4
9.		Комбинаторная геометрия	4	0	4
10.	Комбинаторика	Графы	4	0	4
11.		Метод крайнего в графах	4	0	4
12.		Процессы и полуварианты	4	0	4
13.		Комбинаторика на клеточной доске	4	0	4
		<b>Итого:</b>	<b>52</b>		

## Группа 3 (10 класс)

№ п/п	Название раздела	Наименование тем	Количество академических часов		
			Всего	Теорети- ческих	Практи- ческих
1.	Алгебра	Неравенства	4	0	4
2.		Многочлены	4	0	4
3.		Иррациональность	4	0	4
4.		Многочлены с целыми коэффициентами	4	0	4
5.	Теория чисел	Неравенства в теории чисел	4	0	4
6.		Принцип Дирихле в теории чисел	4	0	4
7.	Геометрия	Вписанные углы	4	0	4
8.		Радикальные оси	4	0	4
9.		Поворотная гомотетия	4	0	4
10.	Комбинаторика	Графы	4	0	4
11.		Метод крайнего в графах	4	0	4
12.		Процессы и полуварианты	4	0	4
13.		Комбинаторика на клеточной доске	4	0	4
		<b>Итого:</b>	<b>52</b>		

Группа 4 (11 класс)

№ п/п	Название раздела	Наименование тем	Количество академических часов		
			Всего	Теорети- ческих	Практи- ческих
1.	Алгебра	Неравенства	4	0	4
2.		Многочлены	4	0	4
3.		Иррациональность	4	0	4
4.		Многочлены с целыми коэффициентами	4	0	4
5.	Теория чисел	Принцип Дирихле в теории чисел	4	0	4
6.		Оценки в теории чисел	4	0	4
7.	Геометрия	Вписанные углы	4	0	4

8.		Радикальные оси	4	0	4
9.		Поворотная гомотетия	4	0	4
10.		Комбинаторная геометрия	4	0	4
11.	Комбинаторика	Графы	4	0	4
12.		Процессы	4	0	4
13.		Комбинаторика на клеточной доске	4	0	4
		<b>Итого:</b>	<b>52</b>		

### Календарно-тематический план Группа 1 (8 класс)

№ п/п	Дата	Тема занятия	Форма проведения	Кол-во а.ч.	Преподаватель
1.	31.01.	Графы	Практикум	4	Кожевников П.А.
2.	31.01.	Неравенства	Практикум	4	Кожевников П.А.
3.	01.02.	Комбинаторика на клеточной доске	Практикум	4	Кожевников П.А.
4.	01.02.	Прямые углы	Практикум	4	Кожевников П.А.
5.	02.02.	Китайская теорема об остатках	Практикум	4	Кожевников П.А.
6.	02.02.	Угол между хордами	Практикум	4	Кожевников П.А.
7.	03.02.	Периодичность	Практикум	4	Кожевников П.А.
8.	03.02.	Метод крайнего	Практикум	4	Кожевников П.А.
9.	04.02.	Дополнительные построения	Практикум	4	Кожевников П.А.
10.	04.02.	Перечислительная комбинаторика	Практикум	4	Кожевников П.А.
11.	05.02.	Геометрические неравенства	Практикум	4	Кожевников П.А.
12.	05.02.	Индукция и алгоритмы	Практикум	4	Кожевников П.А.
13.	06.02.	Разложение на простые множители	Практикум	4	Кожевников П.А.

### Группа 2 (9 класс)

№ п/п	Дата	Тема занятия	Форма проведения	Кол-во а.ч.	Преподаватель
1.	01.02.	Вписанные углы	Практикум	4	Агаханова О.О.
2.	01.02.	Графы	Практикум	4	Агаханова О.О.
3.	01.02.	Комбинаторика на клеточной доске	Практикум	4	Агаханова О.О.
4.	01.02.	Принцип Дирихле в теории чисел	Практикум	4	Агаханова О.О.
5.	02.02.	Неравенства	Практикум	4	Агаханова О.О.

6.	02.02.	Квадратный трехчлен	Практикум	4	Агаханова О.О.
7.	06.02.	Оценки в теории чисел	Практикум	4	Агаханова О.О.
8.	03.02.	Процессы и полуинварианты	Практикум	4	Агаханова О.О.
9.	04.02.	Арифметика остатков	Практикум	4	Агаханова О.О.
10.	04.02.	Комбинаторная геометрия	Практикум	4	Агаханова О.О.
11.	05.02.	Радикальные оси	Практикум	4	Агаханова О.О.
12.	05.02.	Неравенство о средних	Практикум	4	Агаханова О.О.
13.	06.02.	Метод крайнего в графах	Практикум	4	Агаханова О.О.

## Группа 3 (10 класс)

№ п/п	Дата	Тема занятия	Форма проведения	Кол-во а.ч.	Преподаватель
1.	31.01.	Вписанные углы	Практикум	4	Кузьменко Ю.В.
2.	31.01.	Графы	Практикум	4	Кузьменко Ю.В.
3.	01.02.	Комбинаторика на клеточной доске	Практикум	4	Кузьменко Ю.В.
4.	01.02.	Принцип Дирихле в теории чисел	Практикум	4	Кузьменко Ю.В.
5.	02.02.	Иррациональность	Практикум	4	Кузьменко Ю.В.
6.	02.02.	Многочлены	Практикум	4	Кузьменко Ю.В.
7.	03.02.	Поворотная гомотетия	Практикум	4	Кузьменко Ю.В.
8.	03.02.	Процессы и полуинварианты	Практикум	4	Кузьменко Ю.В.
9.	04.02.	Многочлены с целыми коэффициентами	Практикум	4	Кузьменко Ю.В.
10.	04.02.	Неравенства в теории чисел	Практикум	4	Кузьменко Ю.В.
11.	05.02.	Радикальные оси	Практикум	4	Кузьменко Ю.В.
12.	05.02.	Неравенства	Практикум	4	Кузьменко Ю.В.
13.	06.02.	Метод крайнего в графах	Практикум	4	Кузьменко Ю.В.

## Группа 4 (11 классы)

№ п/п	Дата	Тема занятия	Форма проведения	Кол-во а.ч.	Преподаватель
1.	31.01.	Вписанные углы	Практикум	4	Купавский А.Б.
2.	31.01.	Графы	Практикум	4	Купавский А.Б.
3.	01.02.	Комбинаторика на клеточной доске	Практикум	4	Купавский А.Б.
4.	01.02.	Принцип Дирихле в теории чисел	Практикум	4	Купавский А.Б.
5.	02.02.	Иррациональность	Практикум	4	Купавский А.Б.

6.	02.02.	Многочлены	Практикум	4	Купавский А.Б.
7.	03.02.	Поворотная гомотетия	Практикум	4	Купавский А.Б.
8.	03.02.	Комбинаторная геометрия	Практикум	4	Купавский А.Б.
9.	04.02.	Многочлены с целыми коэффициентами	Практикум	4	Купавский А.Б.
10.	04.02.	Оценки в теории чисел	Практикум	4	Купавский А.Б.
11.	05.02	Радикальные оси	Практикум	4	Купавский А.Б.
12.	05.02.	Неравенства	Практикум	4	Купавский А.Б.
13.	06.02.	Процессы	Практикум	4	Купавский А.Б.

### Требования к условиям организации образовательного процесса

Для реализации Программы необходима следующая материально-техническая база и оборудование:

№ п/п	Материально-технические средства	Количество
1.	Аудитория вместимостью до 20 человек, оборудованная ТСО	4
2.	Персональный компьютер с установленным ПО и доступом в Интернет	4
3.	Копировально-множительная техника	1

### Оценка реализации Программы и образовательные результаты Программы

Каждый Участник Программы получает итоговую оценку по 100-бальной шкале. Оценка формируется как сумма баллов, полученных по итогам работы, на основе которых формируется рейтинг. Рейтинговая система контроля (число баллов определяется по количеству решенных задач). Нормируется по проценту от лучшего результата.

№ п/п	Критерии оценивания	Балл	Кто оценивает
1.	Практикумы по решению задач	0-100	Методист-куратор
	<b>Итого:</b>	<b>0-100</b>	

### Требования к кадровому обеспечению

К работе в Программе привлекаются опытные педагоги в области олимпиадной математики, имеющие высшее образование или ученую степень, члены жюри регионального или заключительного этапов всероссийской олимпиады школьников по математике, обладающие следующими компетенциями:

- способность решать задачи углубленной математики соответствующей ступени образования, в том числе новые, которые возникают в ходе работы с Участниками Программы, задачи олимпиад;
- иметь представление о широком спектре приложений математики и знать доступные Участникам математические элементы этих приложений;
- использование информационных источников, периодики, слежение за последними открытиями в области математики и знакомство с ними Участников Программы;
- уметь совместно с Участниками строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах.
- понимать рассуждение Участника.
- анализировать предлагаемое Участником рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения;
- помогать Участнику в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении, формировать у них убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства;
- поддерживать баланс между самостоятельным открытием, узнаванием нового и технической тренировкой, исходя из возрастных и индивидуальных особенностей каждого учащегося, характера осваиваемого материала.

- В ходе реализации Программы преподаватель:
- формирует представление Участников о том, что математика пригодится всем, вне зависимости от избранной специальности, а кто-то будет заниматься ею профессионально.
  - распознает и поддерживает высокую мотивацию и развивает способности Участника к занятиям математикой, предоставляет Участнику подходящие задания.
  - предоставляет информацию о дополнительном образовании, возможности углубленного изучения математики в других образовательных учреждениях, в том числе с применением дистанционных образовательных технологий.
  - определяет на основе анализа учебной деятельности учащегося оптимальные (в том или ином образовательном контексте) способы его обучения и развития.

#### **Основная литература**

1. Агаханов Н. Х. Математика. Областные олимпиады. 8 - 11 классы / Агаханов Н. Х., Богданов И. И., Кожевников П. А. и др. -М.: Просвещение, 2010. - 239 с.
2. Агаханов Н. Х. Математика. Районные олимпиады. 6 - 11 классы / Агаханов Н. Х., Подлипский О. К. — М.: Просвещение, 2010.- 192 с.

#### **Дополнительная литература**

1. Агаханов Н. Х. Всероссийские олимпиады школьников по математике. Заключительные этапы. —М.: МЦНМО, 2017. -552 с.
2. Акоюн А. В. Геометрия в картинках. -2-е изд., перераб. и доп. — М.: МЦНМО, 2017. -235 с.
3. Алфутова Н. Б., Устинов А. В. Алгебра и теория чисел. Сборник задач для математических школ. - М.: МЦНМО, 2002. - 264 с.
4. Гальперин Г. А., Толпыго А. К. Московские математические олимпиады. - М.: Просвещение, 1986. - 303 с.
5. Генкин С., Итенберг И., Фомин Д. Ленинградские математические кружки. - М.: МЦНМО, 2022 - 304 с.
6. Горбачев Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике. - М.: МЦНМО, 2004. - 560 с.
7. Козко А. И. и др. Задачи с параметрами, сложные и нестандартные задачи. - М.: МЦНМО, 2016.- 232 с.
8. Понарин Я. П. Элементарная геометрия. В 2-х т. Планиметрия. Стереометрия. М.: Т.1 -2004, 312с.; Т.2., 2006. - 256с.
9. Виленкин Н.Я. Популярная комбинаторика. - М.: Наука, 1975-208 с.
10. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии. - 5-е изд., испр. и доп. - М.: МЦНМО, 2006. — 640 с.
11. Седрамян Н.М., Авоян А.М. Неравенства. Методы доказательства. - М.: Физматлит, 2002.- 256 с.

#### **Интернет-источники**

1. Квант: Научно-популярный физико-математический журнал для школьников и студентов. [Электронный ресурс]. — URL: <http://kvant.mcsme.ru/> (дата обращения 11.10.2022)
2. Математическая библиотека. [Электронный ресурс]. — URL: <https://math.ru/> (дата обращения 11.10.2022)
3. Московский Центр Непрерывного Математического Образования. [Электронный ресурс]. - URL: <https://mcsme.ru/> (дата обращения 11.10.2022)
4. Олимпиады для школьников. [Электронный ресурс]. — URL: <https://olimpiada.ru/> (дата обращения 11.10.2022)
5. Проект МЦНМО при участии школы 57. [Электронный ресурс]. URL: <https://problems.ru/> (дата обращения 11.10.2022).