

Муниципальный этап по астрономии

Условия и решения

10 класс

29 ноября 2022

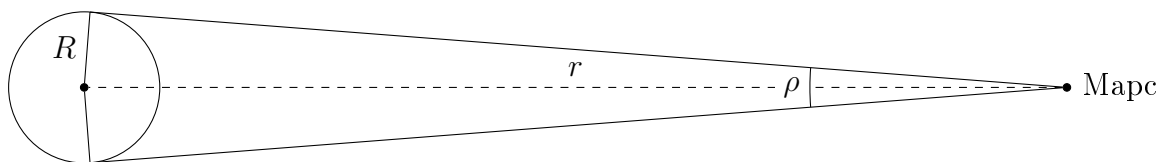
1. Солнце на Марсе

8 баллов

Определите угловой размер Солнца при наблюдении его с Марса. Орбиту Марса считать круговой.

Решение.

Нарисуем рисунок



Запишем формулу углового размера

$$\rho'' = \frac{206265 D}{r}$$

Диаметр Солнца возьмем из справочных данных $D_{\odot} = 2R_{\odot} = 2 \cdot 700\,000 \text{ км} = 1\,400\,000 \text{ км}$

Расстояние от Солнца до Марса равно 1.52 а.е.

Подставим значения в формулу углового размера

$$\rho'' = \frac{206265 \cdot 1\,400\,000 \text{ км}}{1.52 \cdot 150\,000\,000 \text{ км}} = 1\,267'' = 21.1'$$

Альтернативное решение. Известно, что угловой размер Солнца на Земле составляет $32'$. Угловые размеры обратно пропорциональны расстоянию - в n раз дальше, соответственно угловой размер в n раз меньше. $\rho = 21'$

Ответ. $\rho = 21.1'$

Автор задачи - Игнатьев В.Б.

Критерии оценивания	8
Запись формулы для углового расстояния	2
Определение диаметра Солнца	2
Получение значения углового размера	4

2. Экзопланеты

8 баллов

В настоящее время обнаружено уже более пяти тысяч экзопланет – планет, находящихся вне Солнечной системы. Все объекты с массой от 0.003 массы Земли до 13 масс Юпитера считаются планетами. Основные методы обнаружения этих планет – метод радиальных скоростей и транзитный метод. Метод радиальных скоростей – с помощью смещения спектра из-за эффекта Доплера обнаруживают раскачивание звезды, транзитный – по изменению яркости звезды. Какие из приведенных утверждений верны и почему? Дайте развернутый обоснованный ответ.

1. Горячие Юпитеры обнаружить легче, чем холодные Юпитеры.
2. Экзопланеты-миниземели легче обнаружить методом транзитов чем радиальных скоростей.
3. Экзопланеты массой меньше Нептуна, но большей чем у Земли могут называться либо мини-нептунами, либо суперземлями. Главное отличие мини-нептунов от суперземель, средняя плотность.
4. Астрономы ищут экзопланеты, на которых может быть жизнь. Для этого необходимы условия соответствующие Земным. Средняя температура должна обеспечивать существование жидкой воды и средняя плотность экзопланеты, должна быть близка к Земной.

Решение. Рассмотрим последовательно утверждения:

1. Горячие Юпитеры обнаружить легче, чем холодные Юпитеры - верное утверждение. Горячие Юпитеры расположены близко к звезде, а значит, в соответствии с третьим законом Кеплера, период их вращения мал. Нужно меньше по времени наблюдать и менее точные приборы для обнаружения смещения звезды.
2. Экзопланеты-миниземели легче обнаружить методом транзитов, чем радиальных скоростей - это верное утверждение. Причина тому масса, поскольку планета маленькая, то и ее воздействие на звезду мало и требуется очень высокая точность измерения лучевой скорости. Для обнаружения затмений необходимую точность обеспечить гораздо легче.
3. Экзопланеты массой меньше Нептуна, но большей чем у Земли могут называться либо мини-нептунами, либо суперземлями. Главное отличие мини-нептунов от суперземель, средняя плотность. Это утверждение так же верное. У планет-гигантов средняя плотность много меньше, чем у супер-земель и планет земной группы.

4. Астрономы ищут экзопланеты, на которых может быть жизнь. Для этого необходимы условия соответствующие Земным. Средняя температура должна обеспечивать существование жидкой воды и средняя плотность экзопланеты, должна быть близка к Земной. Верное утверждение. Количество энергии должно быть близкое к Земному и для жизни необходима атмосфера и гидросфера, поэтому и ускорение свободного падения, а следовательно и средняя плотность должны быть близки к Земным. Центральная звезда должна быть стабильной в течение длительного времени, чтобы обеспечить возможность эволюции биосферы.

Ответ. Все утверждение верны.

Автор задачи - Титенский А.И.

Критерии оценивания	8
Определение каждого утверждения с кратким обоснованием.	4×2
Верный ответ без обоснования	4×1

3. Кьюриосити 16 баллов

Плоскость экватора Марса повернута на 24.5° градусов к его плоскости орбиты вокруг Солнца. Определите максимальную и минимальную высоту верхней кульминации Солнца для марсохода Кьюриосити, координаты точки нахождения аппарата (широта $\varphi = 4.5^\circ$ ю.ш., 137.5° в.д.). Рефракцией в атмосфере Марса пренебречь.

Решение.

У Марса, как и у Земли, ось вращения заметно наклонена к плоскости орбиты планеты. На Земле именно этот наклон определяет смену времен года.

Для наблюдателя на Марсе склонение Солнца будет менять в диапазоне $\delta \in [-\varepsilon_{\odot}; \varepsilon_{\odot}]$, где $\varepsilon_{\odot} = 24.5^\circ$ из условия задачи.

Марсоход находится в южном полушарии Марса. Немного южнее экватора, но между тропиками. Следовательно, в какой-то из дней, когда склонение Солнца будет равно $\delta_{\odot} = \varphi$, Солнце будет кульминировать в зените.

$$h_{\uparrow \max} = 90^\circ$$

Наименьшая в течении марсианского года высота верхней кульминации на широте марсохода будет в момент летнего солнцестояния, поскольку в этот момент $|\varphi - \varepsilon_{\odot}|$ будет достигать максимальных значений.

$$h_{\uparrow \min} = 90^\circ - |\varphi - \varepsilon_{\odot}|$$

Все величины нам известны. Подставим значения и вычислим высоту Солнца над горизонтом.

$$h_{\uparrow \min} = 90^\circ - |-4.5^\circ - 24.5^\circ| = 61^\circ$$

Ответ. $h_{\uparrow \max} = 90^\circ$, $h_{\uparrow \min} = 61^\circ$.

Автор задачи - Игнатъев В.Б.

Критерии оценивания	16
Утверждение, что $\varepsilon_{\odot} = 24.5^\circ$	2
Утверждение, что марсоход находится между тропиками	2
Утверждение, что Солнце бывает в зените	2
ответ для $h_{\uparrow \max}$	4
Формула для верхней кульминации Солнца	2
ответ для $h_{\uparrow \min}$	4

4. Марс в квадратуре

16 баллов

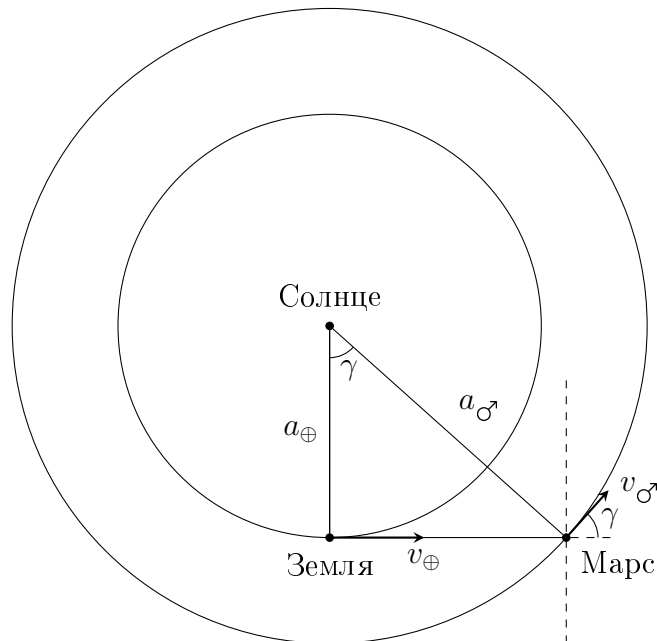
Марс находится в западной квадратуре. Ответьте на следующие вопросы:

1. Чему будет равно отношение лучевой и полной пространственной скорости планеты относительно земного наблюдателя?
2. Что произойдет раньше противостояние Марса с Землей или соединение? Дайте максимально развернутый ответ.
3. Через какое время?
4. Чему будет равно отношение лучевой и полной скорости планеты в этом случае (противостояния или соединения)?

Орбиты всех планет считать круговыми.

Решение.

Нарисуем рисунок. Изобразим на нем орбиты Земли и Марса, а также Марс в западной квадратуре. Отметим векторы скоростей.



Запишем выражение для угла Земля—Солнце—Марс:

$$\cos \gamma = \frac{a_{\oplus}}{a_{\odot}} \Rightarrow \gamma = 49^\circ.$$

Этот угол также является углом между вектором полной скорости Марса и его лучевой компонентой.

Найдем лучевую и полную скорости относительно земного наблюдателя. Для этого рассмотрим проекцию скоростей на прямую, соединяющую Землю и Марс. Угол между этой прямой и направлением скорости Марса равен γ т.к. он равен $180^\circ - (90^\circ - \gamma) - 90^\circ$, тогда относительная лучевая скорость выражается в следующем виде:

$$v_{\text{отн}} = -v_{\oplus} + v_{\odot} \cos \gamma$$

Заметим, что при такой конфигурации относительная тангенсальная скорость остается неизменной при учете скорости вращения Земли вокруг Солнца. Поэтому полную относительную скорость можно записать следующим образом:

$$v_{\text{отн}} = \sqrt{v^2 \sin^2 \gamma + (-v_{\oplus} + v_{\odot} \cos \gamma)^2}$$

Тогда отношение этих двух скоростей:

$$\frac{v_{\text{отн}}}{v_{\text{отн}}} = \frac{-v_{\oplus} + v_{\odot} \cos \gamma}{\sqrt{v^2 \sin^2 \gamma + (-v_{\oplus} + v_{\odot} \cos \gamma)^2}} = -0.6$$

Заметим, что Марс отстает в своем движении вокруг Солнца от Земли (его угловая скорость вращения меньше угловой скорости земли). Поэтому если мы будем рассматривать движение Марса относительно зафиксированной линии Земля-Солнце он будет двигаться по часовой стрелке. Значит вначале он окажется в противостоянии, а уже потом в соединении с Землей.

Найдем через какой промежуток времени случится ближайшее противостояние Марса с Землей. Для этого найдем синодический период Марса

$$S = \left(\frac{1}{T_{\oplus}} - \frac{1}{T_{\odot}} \right)^{-1}$$

В системе отсчета, в которой линия Земля-Солнце неподвижна Марсу нужно пройти угол равный γ , поэтому

$$t = S \cdot \frac{\gamma}{360^\circ} = 0.29 \text{ года}$$

В этот момент времени лучевая скорость равна нулю (все скорости направлены по касательным к окружностям). Поэтому отношение лучевой скорости к полной равно 0.

Автор задачи - Игнатъев В.Б.

Критерии оценивания	16
Верный рисунок со схемой положения планет	2
Выражение угла между картинной плоскостью и скоростью планеты	2
Выражение для относительной лучевой скорости.....	1
Выражение для относительной тангенциальной скорости.....	1
Итоговый ответ отношения для квадратуры -0.6	1
Вывод о том, что следующая конфигурация противостояние с обоснованием	2
Определение синодического периода	2
Вывод о том, что это будет доля синодического периода соответствующая углу γ	1
Нахождение промежутка времени γ	2
Вывод о том, что лучевая скорость равна 0 в момент противостояния и соединения	1
Запись ответа и нахождение отношения лучевой скорости к полной	1

5. Минтака 16 баллов

Звезда Минтака ($\delta = -00^{\circ}18'$) проходит диаметр поля зрения неподвижного телескопа за 1 минуту. Определите увеличение телескопа и диаметр поля зрения при этом увеличении. Поле зрения окуляра считать равным 45° .

Решение.

Диаметр поля зрения телескопа можно вычислить по формуле

$$\alpha_{\text{т}} = \tau \cos \delta,$$

где τ – время, за которое светило проходит диаметр поля зрения неподвижного телескопа. Звезда Минтака расположена неподалёку от небесного экватора, поэтому $\alpha_{\text{т}} \approx \tau$. В результате $\alpha_{\text{т}} = 0.25^{\circ}$.

Увеличение телескопа Γ связано с величиной поля зрения окуляра следующим образом

$$\Gamma = \frac{\alpha_{\text{ок}}}{\alpha_{\text{т}}}.$$

Тогда получим значение $\Gamma = 180$.

Автор задачи - Игнатьев В.Б.

Критерии оценивания 16

Выражение размера поля зрения от времени	5
Нахождение поля зрения.....	3
Выражение для увеличения окуляр-телескоп	5
Нахождение увеличения.....	3

6. Температура Марса

16 баллов

Посчитайте эффективную температуру на поверхности Марса, используя модель абсолютно черного тела. Альбе́до (отражающая способность поверхности Марса) = 0.25. Необходимые для решения задачи данные возьмите в справочных данных. Орбиту Марса считать круговой. Как изменится температура, если Марс будет поглощать всю падающую от Солнца энергию?

Решение.

Для начала рассчитаем освещённость, создаваемую Солнцем на расстоянии, равном большой полуоси орбиты Марса $a_{\odot}$:

$$E_{\odot 1} = \frac{L_{\odot}}{4\pi a_{\odot}^2},$$

где $L_{\odot}$ – светимость Солнца. Размерность $E_{\odot 1} - \frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{м}^2}$. Так, 1 квадратный метр ($S_1 = 1 \text{ м}^2$) поверхности сферы с радиусом, равным $a_{\odot}$, за 1 секунду получает $E_{\odot 1} \cdot 1 \text{ с} \cdot S_1$ Дж энергии.

Учтём размеры самого Марса:

Обращённой к Солнцу стороной Марса будет полусфера планеты, площадь которой равна $S_{\text{sph}} = 2\pi R_{\odot}^2$, где $R_{\odot}$ – радиус Марса. Тем не менее, можно аккуратно показать, что эффективной площадью принимающей поверхности планеты S_{eff} будет площадь диска:

$$S_{\text{eff}} = S_{\text{sph}}/2 = \pi \cdot R_{\odot}^2,$$

и тогда за 1 секунду Марс получает от Солнца:

$$E_{\odot \odot} = E_{\odot 1} \cdot S_{\text{eff}} = \frac{L_{\odot}}{4\pi a_{\odot}^2} \cdot \pi R_{\odot}^2$$

Теперь учтём наличие ненулевой отражающей способности поверхности Марса. Исходя из определения альбе́до A , $A = \frac{E_{\text{O}}}{E_{\odot \odot}}$, где E_{O} – отражённое планетой излучение.

Следовательно, от приходящего на Марс от Солнца излучения на нагрев Марса идёт

$$E_{\odot} = E_{\odot \odot} \cdot (1 - A) = \frac{L_{\odot}}{4\pi a_{\odot}^2} \cdot \pi R_{\odot}^2 \cdot (1 - A).$$

Полагая Марс абсолютно чёрным телом, будем считать, что всё приходящее от Солнца излучение (с учётом альбе́до) идёт на нагрев планеты:

$$E_{\text{Марс}} = L_{\text{Марс}},$$

где $L_{\text{Марс}}$ – светимость Марса как тела с температурой T_1 :

$$L_{\text{Марс}} = 4\pi R_{\text{Марс}}^2 \cdot \sigma \cdot T_1^4.$$

Здесь $\sigma \cdot T_1^4$ – излучательная способность единицы поверхности Марса как абсолютно чёрного тела с температурой поверхности T_1 , $4\pi R_{\text{Марс}}^2$ – площадь поверхности Марса.

Объединяя всё вышесказанное, запишем уравнение энергетического баланса:

$$E_{\text{Марс}} = \frac{L_{\odot}}{4\pi a_{\text{Марс}}^2} \cdot \pi R_{\text{Марс}}^2 \cdot (1 - A) = L_{\text{Марс}} = 4\pi R_{\text{Марс}}^2 \cdot \sigma \cdot T_1^4$$

Тогда

$$T_1 = \left(\frac{L_{\odot} \cdot (1 - A)}{4\pi a_{\text{Марс}}^2} \cdot \frac{1}{4\pi\sigma} \right)^{1/4}$$

Подставляя численные данные для $L_{\odot}$ и $a_{\text{Марс}}$, получим, что $T_1 \simeq 212\text{К}$, или -61°C .

Если же Марс поглощает всю падающую от Солнца энергию, то это эквивалентно условию нулевого альбедо, и тогда

$$T_2 = \left(\frac{L_{\odot}}{4\pi a_{\text{Марс}}^2} \cdot \frac{1}{4\pi\sigma} \right)^{1/4} = \frac{T_1}{(1 - A)^{1/2}}$$

В таком случае $T_2 \simeq 227\text{К}$, или -46°C .

Отметим, что полученные нами результаты хорошо согласуются с действительностью: средняя температура на поверхности Марса составляет порядка -60°C . Несмотря на наличие полярных шапок, где более высокая отражающая способность способствует понижению температуры, дополнительный нагрев планеты обуславливается наличием внутренних источников энергии у планеты (который, однако, в большей степени компенсируется отрицательным парниковым эффектом).

Автор задачи - Игнатьев В.Б.

Критерии оценивания

16

Выражение освещенности создаваемой Солнцем на Марсе 3

Нахождение энергии попадающей на Марс с учетом альбедо 4

Нахождение температуры в предположении чернотельного излучения Марса 4

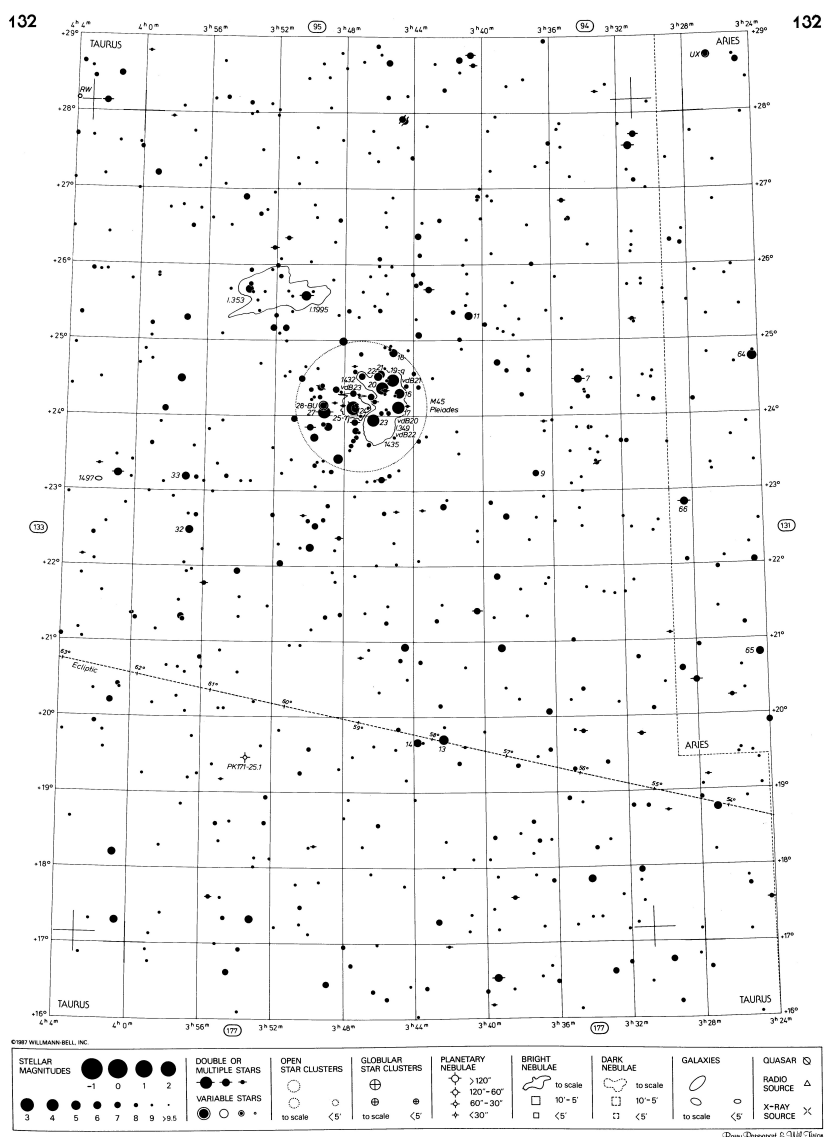
Итоговый ответ $T_1 \simeq 212\text{К}$, или -61°C 2

Нахождение температуры при полном поглощении $T_2 \simeq 227\text{К}$, или -46°C . 3

7. Венера в Плеядах

20 баллов

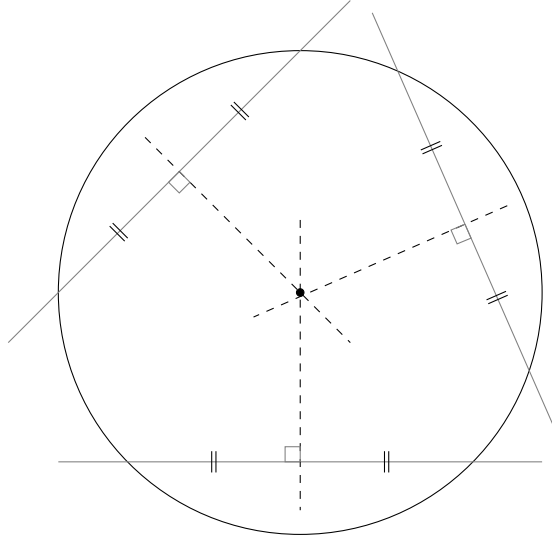
Венера в максимальной восточной элонгации проходит через звездное скопление Плеяды. При помощи карты звездного неба определите максимальное время прохождения Венеры через Плеяды. Орбиты планет считать круговыми.



Решение. Используя представленную карту звездного неба, можно определить угловой размер звездного скопления Плеяды. Оно выделено на звездной карте кругом.

Сначала определим центр скопления.

Нам нужно провести два-три непараллельных хорды и построить к ним серединные перпендикуляры. Пересечение перпендикуляров даст центр окружности. Радиус окружности можно измерить с помощью линейки. Тогда измерим размер скопления. Диаметр лучше измерять несколько раз: по склонению (это значение берем в исходном виде)



и по прямому восхождению. Второе значение нужно исправить за склонение: так как $\delta \neq 0$, диаметр, измеренный по α , равен $d \cdot \cos \delta$. После этого найдем среднюю величину размера скопления. У автора он оказался равен 3.2 см.

Чтобы перейти к угловому размеру скопления, найдем масштаб карты: у автора 1° склонения соответствует 1.7 см. Тогда угловой размер Плеяд:

$$d = \frac{3.2 \text{ см}}{1.7 \text{ см}} \cdot 1^\circ = 1.9^\circ$$

Вторым этапом необходимо найти угловую скорость, с которой движется Венера относительно далеких звезд. Эту величину можно найти несколькими способами. Опишем пару из них:

• Геометрический

Венера находится в максимальной элонгации. Вектор ее скорости направлен на наблюдателя на Земле. Может показаться, что угловая скорость Венеры в этот момент равна нулю. В этом случае Венера находилась бы в точке стояния. Но наблюдатель (то есть Земля) также движется, и проекция вектора скорости Земли на ось, перпендикулярную лучу зрения, не нулевая: ее проекция будет равна

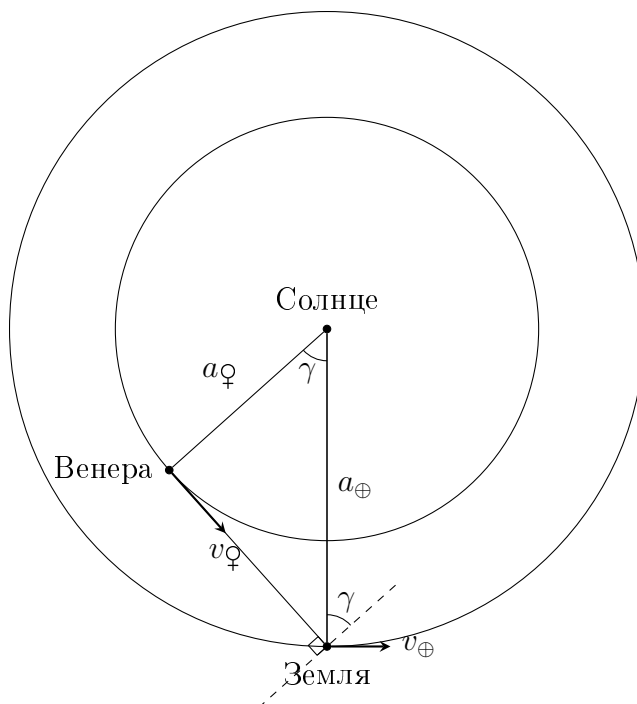
$$v_\tau = v_\oplus \sin \gamma$$

Угловая скорость находится по формуле

$$\omega = \frac{v_\tau}{r},$$

где r – расстояние до объекта. В нашем случае оно равно

$$r = a_\oplus \sin \gamma$$



Тогда угловая скорость:

$$\omega = \frac{v_{\oplus} \sin \gamma}{a_{\oplus} \sin \gamma} = \frac{v_{\oplus}}{a_{\oplus}} \approx 2 \cdot 10^{-7} \text{ рад/с} = 1^\circ/\text{день}$$

• Эвристический

В момент элонгации Венера не приближается, и не удаляется от Солнца на земном небе. Следовательно, их угловые скорости равны. Значит, угловая скорость Венеры:

$$\omega_{\text{♀}} = \frac{360}{365.25} \approx 1^\circ/\text{день}$$

Теперь, когда нам известны угловая скорость Венеры и угловое расстояние, которое планете надо пройти, определим искомое время.

$$t = \frac{d}{\omega_{\text{♀}}} = 1.9 \text{ дня}$$

Ответ. 1.9 дня.

Автор задачи - Игнатьев В.Б.

Критерии оценивания	20
Определение размера Плеяд	8
Определение центра скопления.....	2
Определение размера по разным координатам.....	4
Вывод о размере.....	2
Определение угловой скорости Венеры	8
Получение итогового ответа с точностью до 5%	4