# Школьный этап по математике

Математика. 11 класс. Ограничение по времени: 120 мин.

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Я соглашаюсь с условиями

# Коэффициенты многочлена . Вариант № 1

#1243983

*В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3*

Многочлен $P(x) = (2x^2 - x - 2)^8$ преобразовали в стандартный вид:

$$P(x) = a_0x^{16} + a_1x^{15} + \cdots + a_{16}.$$

**1.** Найдите сумму $a_0 + a_1 + \ldots + a_{16}$ всех коэффициентов многочлена.

Правильный ответ:

1

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

**2.** Найдите сумму всех коэффициентов многочлена с чётными номерами, то есть $a_0 + a_2 + \ldots + a_{16}$.

Правильный ответ:

1

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

$$a_0 + a_1 + \cdots + a_{16} = P(1) = (2 - 1 - 2)^8 = 1.$$

$$a_0 - a_1 + \cdots + a_{16} = P(-1) = (2 + 1 - 2)^8 = 1.$$

Тогда $a_0 + a_2 + \cdots + a_{16} = \dfrac{P(1) + P(-1)}{2} = \dfrac{1+1}{2} = 1$

Ответ:

1. 1

2. 1

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Коэффициенты многочлена . Вариант № 2

#1243987

*В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3*

Многочлен $P(x) = (2x^2 - x - 3)^8$ преобразовали в стандартный вид:

$$P(x) = a_0x^{16} + a_1x^{15} + \cdots + a_{16}.$$

**1.** Найдите сумму $a_0 + a_1 + \ldots + a_{16}$ всех коэффициентов многочлена.

Правильный ответ:

**256**

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

**2.** Найдите сумму всех коэффициентов многочлена с чётными номерами, то есть $a_0 + a_2 + \ldots + a_{16}$.

Правильный ответ:

**128**

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

$$a_0 + a_1 + \cdots + a_{16} = P(1) = (2 - 1 - 3)^8 = 256.$$

$$a_0 - a_1 + \cdots + a_{16} = P(-1) = (2 + 1 - 3)^8 = 0.$$

Тогда $a_0 + a_2 + \cdots + a_{16} = \dfrac{P(1) + P(-1)}{2} = \dfrac{256 + 0}{2} = 128.$

Ответ:

1. $256$
2. $128$

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Коэффициенты многочлена . Вариант № 3

#1243993

*В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3*

Многочлен $P(x) = (x^2 - 2x - 2)^8$ преобразовали в стандартный вид:

$$P(x) = a_0x^{16} + a_1x^{15} + \cdots + a_{16}.$$

**1.** Найдите сумму $a_0 + a_1 + \ldots + a_{16}$ всех коэффициентов многочлена.

Правильный ответ:

**6561**

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

**2.** Найдите сумму всех коэффициентов многочлена с чётными номерами, то есть $a_0 + a_2 + \ldots + a_{16}$.

Правильный ответ:

**3281**

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

$$a_0 + a_1 + \cdots + a_{16} = P(1) = (1 - 2 - 2)^8 = 6561.$$

$$a_0 - a_1 + \cdots + a_{16} = P(-1) = (1 + 2 - 2)^8 = 1.$$

Тогда

$$a_0 + a_2 + \cdots + a_{16} = \frac{P(1) + P(-1)}{2} = \frac{6561 + 1}{2} = 3281.$$

Ответ:

1. 6561
2. 3281

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Коэффициенты многочлена . Вариант № 4

#1244006

*В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3*

Многочлен $P(x) = (2x^2 - 2x - 1)^8$ преобразовали в стандартный вид:

$$P(x) = a_0x^{16} + a_1x^{15} + \cdots + a_{16}.$$

**1.** Найдите сумму $a_0 + a_1 + \ldots + a_{16}$ всех коэффициентов многочлена.

Правильный ответ:

1

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

**2.** Найдите сумму всех коэффициентов многочлена с чётными номерами, то есть $a_0 + a_2 + \ldots + a_{16}$.

Правильный ответ:

3281

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

$$a_0 + a_1 + \cdots + a_{16} = P(1) = (2 - 2 - 1)^8 = 1.$$

$$a_0 - a_1 + \cdots + a_{16} = P(-1) = (2 + 2 - 1)^8 = 6561.$$

Тогда

$$a_0 + a_2 + \cdots + a_{16} = \frac{P(1) + P(-1)}{2} = \frac{1 + 6561}{2} = 3281.$$

Ответ:

1. 1
2. 3281

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Коэффициенты многочлена . Вариант № 5

#1244011

*В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3*

Многочлен $P(x) = (2x^2 - x - 1)^8$ преобразовали в стандартный вид:

$$P(x) = a_0x^{16} + a_1x^{15} + \cdots + a_{16}.$$

**1.** Найдите сумму $a_0 + a_1 + \ldots + a_{16}$ всех коэффициентов многочлена.

Правильный ответ:

0

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

**2.** Найдите сумму всех коэффициентов многочлена с чётными номерами, то есть $a_0 + a_2 + \ldots + a_{16}$.

Правильный ответ:

128

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

$$a_0 + a_1 + \cdots + a_{16} = P(1) = (2 - 1 - 1)^8 = 0.$$

$$a_0 - a_1 + \cdots + a_{16} = P(-1) = (2 + 1 - 1)^8 = 256.$$

Тогда $a_0 + a_2 + \cdots + a_{16} = \dfrac{P(1) + P(-1)}{2} = \dfrac{0 + 256}{2} = 128.$

Ответ:

1. 0
2. 128

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Разбиение треугольника . Вариант № 1

#1244116

*В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3*

На сторонах $BC$, $AC$ и $AB$ треугольника $ABC$ выбраны соответственно точки $A'$, $B'$ и $C'$ так, что отрезки $AA'$, $BB'$ и $CC'$ пересекаются в точке $M$. Оказалось, что площади треугольников $AMB'$ и $AMC'$ равны $1$, а площадь треугольника $BMC'$ равна $2$.

**1.** Найдите площадь треугольника $MCB'$.

Правильный ответ:

2

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

**2.** Найдите площадь треугольника $ABC$.

Правильный ответ:

12

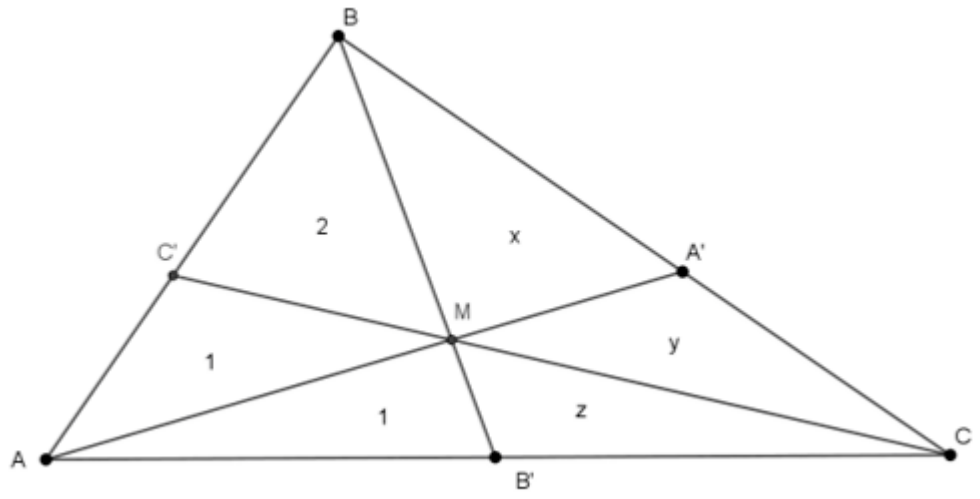
Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Пусть $x$, $y$, $z$ — площади неизвестных треугольников (см. рис.).




Тогда

$$\begin{cases} \dfrac{S_{AMB'}}{S_{CMB'}} = \dfrac{AB'}{CB'} = \dfrac{S_{ABB'}}{S_{CBB'}}, \\ \dfrac{S_{BMA'}}{S_{CMA'}} = \dfrac{BA'}{CA'} = \dfrac{S_{BAA'}}{S_{CAA'}}, \\ \dfrac{S_{AMC'}}{S_{BMC'}} = \dfrac{AC'}{BC'} = \dfrac{S_{ACC'}}{S_{BCC'}}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{z} = \dfrac{4}{x+y+z}, \\ \dfrac{x}{y} = \dfrac{3+x}{1+z+y}, \\ \dfrac{1}{2} = \dfrac{z+2}{2+x+y}. \end{cases}$$

Из первого уравнения системы имеем: $x + y = 3z$.

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Из третьего уравнения системы имеем: $x + y = 2z + 2$.

Тогда $2z + 2 = 3z$; $z = 2$; $x + y = 3z = 6$.

Следовательно, $S_{CMB'} = z = 2$ и
$S_{ABC} = 1 + 1 + 2 + 2 + 6 = 12$.

Ответ:

1. $2$

2. $12$

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Разбиение треугольника . Вариант № 2

#1244117

*В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3*

На сторонах $BC$, $AC$ и $AB$ треугольника $ABC$ выбраны соответственно точки $A'$, $B'$ и $C'$ так, что отрезки $AA'$, $BB'$ и $CC'$ пересекаются в точке $M$. Оказалось, что площади треугольников $AMB'$ и $AMC'$ равны $2$, а площадь треугольника $BMC'$ равна $4$.

**1.** Найдите площадь треугольника $MCB'$.

Правильный ответ:

4

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

**2.** Найдите площадь треугольника $ABC$.

Правильный ответ:

24

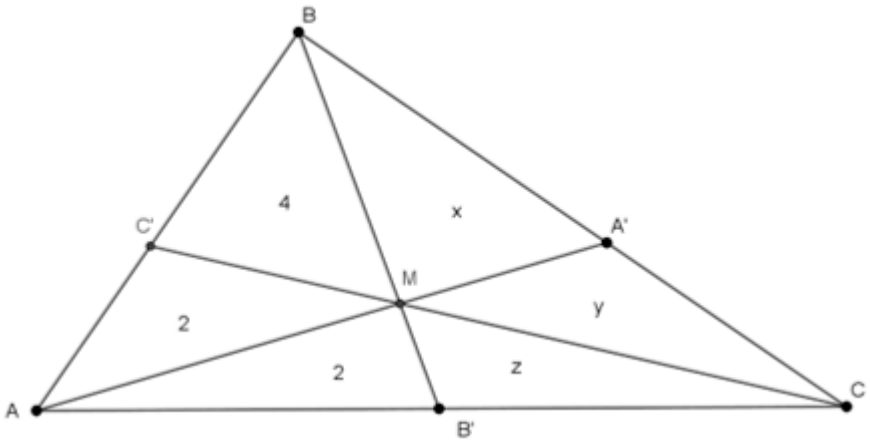
Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Пусть $x$, $y$, $z$ — площади неизвестных треугольников (см. рис.).




Тогда

$$\begin{cases} \dfrac{S_{AMB'}}{S_{CMB'}} = \dfrac{AB'}{CB'} = \dfrac{S_{ABB'}}{S_{CBB'}}, \\ \dfrac{S_{BMA'}}{S_{CMA'}} = \dfrac{BA'}{CA'} = \dfrac{S_{BAA'}}{S_{CAA'}}, \\ \dfrac{S_{AMC'}}{S_{BMC'}} = \dfrac{AC'}{BC'} = \dfrac{S_{ACC'}}{S_{BCC'}}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{2}{z} = \dfrac{8}{x+y+z}, \\ \dfrac{x}{y} = \dfrac{6+x}{2+z+y}, \\ \dfrac{2}{4} = \dfrac{z+4}{4+x+y}. \end{cases}$$

Из первого уравнения системы имеем: $x + y = 3z$

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Из третьего уравнения системы имеем: $x + y = 2z + 4$.

Тогда $2z + 4 = 3z$; $z = 4$; $x + y = 3z = 12$.

Следовательно, $S_{CMB'} = z = 4$ и
$S_{ABC} = 2 + 2 + 4 + 4 + 12 = 24$.

Ответ:

1. $4$

2. $24$

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Разбиение треугольника . Вариант № 3

#1244118

*В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3*

На сторонах $BC$, $AC$ и $AB$ треугольника $ABC$ выбраны соответственно точки $A'$, $B'$ и $C'$ так, что отрезки $AA'$, $BB'$ и $CC'$ пересекаются в точке $M$. Оказалось, что площади треугольников $AMB'$ и $AMC'$ равны $3$, а площадь треугольника $BMC'$ равна $6$.

**1.** Найдите площадь треугольника $MCB'$.

Правильный ответ:

6

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

**2.** Найдите площадь треугольника $ABC$.

Правильный ответ:

36

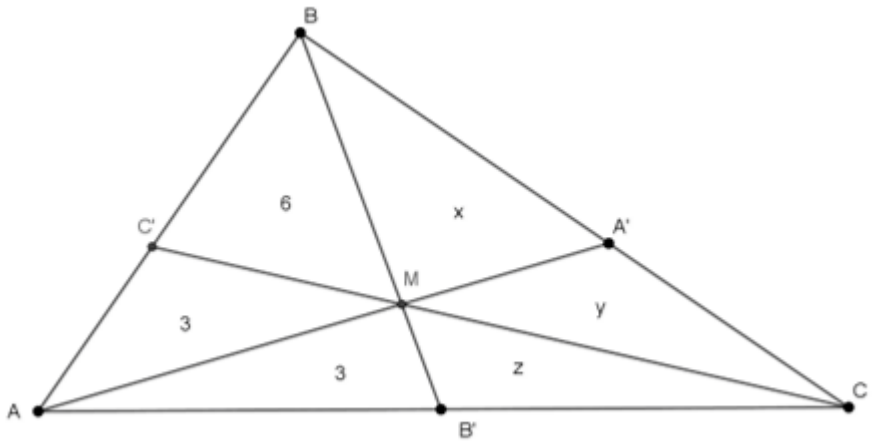
Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Пусть $x$, $y$, $z$ — площади неизвестных треугольников (см. рис.).




Тогда

$$\begin{cases} \dfrac{S_{AMB'}}{S_{CMB'}} = \dfrac{AB'}{CB'} = \dfrac{S_{ABB'}}{S_{CBB'}}, \\ \dfrac{S_{BMA'}}{S_{CMA'}} = \dfrac{BA'}{CA'} = \dfrac{S_{BAA'}}{S_{CAA'}}, \\ \dfrac{S_{AMC'}}{S_{BMC'}} = \dfrac{AC'}{BC'} = \dfrac{S_{ACC'}}{S_{BCC'}}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{3}{z} = \dfrac{12}{x+y+z}, \\ \dfrac{x}{y} = \dfrac{9+x}{3+z+y}, \\ \dfrac{3}{6} = \dfrac{z+6}{6+x+y}. \end{cases}$$

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Из третьего уравнения системы имеем: $x + y = 2z + 6$.

Тогда $2z + 6 = 3z$; $z = 6$; $x + y = 3z = 18$.

Следовательно, $S_{CMB'} = z = 6$ и
$S_{ABC} = 3 + 3 + 6 + 6 + 18 = 36$.

Ответ:

1. $6$

2. $36$

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Разбиение треугольника . Вариант № 4

#1244119

*В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3*

На сторонах $BC$, $AC$ и $AB$ треугольника $ABC$ выбраны соответственно точки $A'$, $B'$ и $C'$ так, что отрезки $AA'$, $BB'$ и $CC'$ пересекаются в точке $M$. Оказалось, что площади треугольников $AMB'$ и $AMC'$ равны $4$, а площадь треугольника $BMC'$ равна $8$.

**1.** Найдите площадь треугольника $MCB'$.

Правильный ответ:

8

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

**2.** Найдите площадь треугольника $ABC$.

Правильный ответ:

48

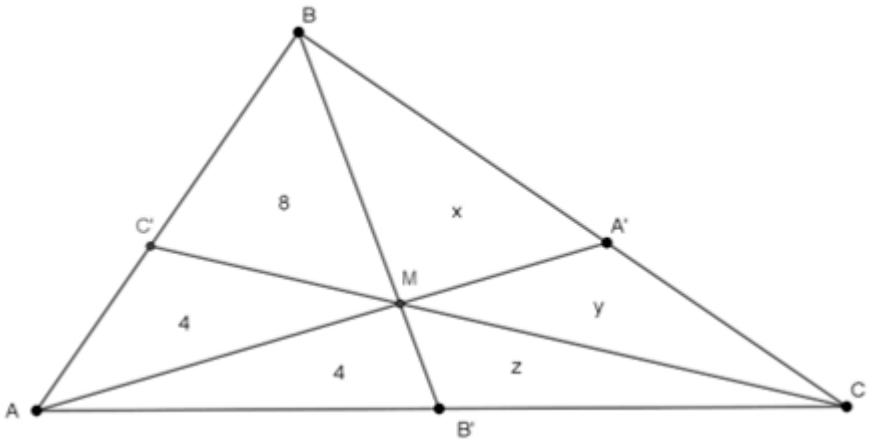
Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Пусть $x$, $y$, $z$ — площади неизвестных треугольников (см. рис.).




Тогда

$$\begin{cases} \dfrac{S_{AMB'}}{S_{CMB'}} = \dfrac{AB'}{CB'} = \dfrac{S_{ABB'}}{S_{CBB'}}, \\ \dfrac{S_{BMA'}}{S_{CMA'}} = \dfrac{BA'}{CA'} = \dfrac{S_{BAA'}}{S_{CAA'}}, \\ \dfrac{S_{AMC'}}{S_{BMC'}} = \dfrac{AC'}{BC'} = \dfrac{S_{ACC'}}{S_{BCC'}}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{4}{z} = \dfrac{16}{x+y+z}, \\ \dfrac{x}{y} = \dfrac{12+x}{4+z+y}, \\ \dfrac{4}{8} = \dfrac{z+8}{8+x+y}. \end{cases}$$

Из первого уравнения системы имеем: $x + y = 3z$

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Из третьего уравнения системы имеем: $x + y = 2z + 8$.

Тогда $2z + 8 = 3z$; $z = 8$; $x + y = 3z = 24$.

Следовательно, $S_{CMB'} = z = 8$ и
$S_{ABC} = 4 + 4 + 8 + 8 + 24 = 48$.

Ответ:

1. 8

2. 48

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Разбиение треугольника . Вариант № 5

#1244120

*В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3*

На сторонах $BC$, $AC$ и $AB$ треугольника $ABC$ выбраны соответственно точки $A'$, $B'$ и $C'$ так, что отрезки $AA'$, $BB'$ и $CC'$ пересекаются в точке $M$. Оказалось, что площади треугольников $AMB'$ и $AMC'$ равны $5$, а площадь треугольника $BMC'$ равна $10$.

**1.** Найдите площадь треугольника $MCB'$.

Правильный ответ:

**10**

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

**2.** Найдите площадь треугольника $ABC$.

Правильный ответ:

**60**

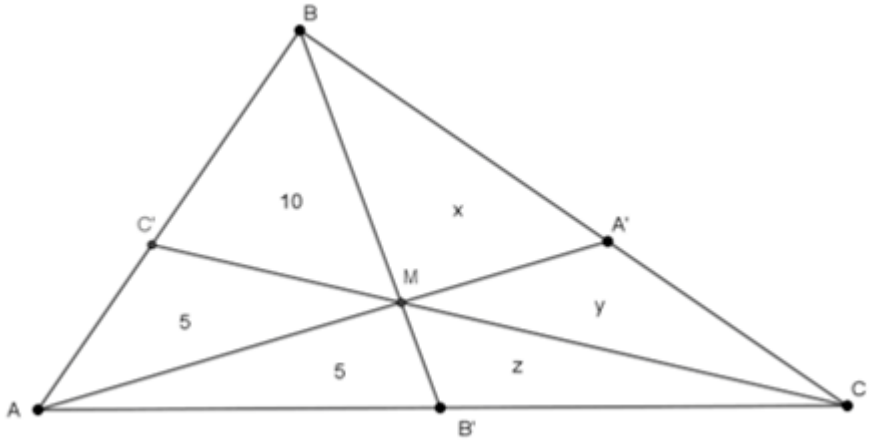
Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Пусть $x$, $y$, $z$ — площади неизвестных треугольников (см. рис.).




Тогда

$$\begin{cases} \dfrac{S_{AMB'}}{S_{CMB'}} = \dfrac{AB'}{CB'} = \dfrac{S_{ABB'}}{S_{CBB'}}, \\ \dfrac{S_{BMA'}}{S_{CMA'}} = \dfrac{BA'}{CA'} = \dfrac{S_{BAA'}}{S_{CAA'}}, \\ \dfrac{S_{AMC'}}{S_{BMC'}} = \dfrac{AC'}{BC'} = \dfrac{S_{ACC'}}{S_{BCC'}}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{5}{z} = \dfrac{20}{x+y+z}, \\ \dfrac{x}{y} = \dfrac{15+x}{5+z+y}, \\ \dfrac{5}{10} = \dfrac{z+10}{10+x+y}. \end{cases}$$

Из первого уравнения системы имеем: $x + y = 3z$

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Из третьего уравнения системы имеем: $x + y = 2z + 10$.

Тогда $2z + 10 = 3z$; $z = 10$; $x + y = 3z = 30$.

Следовательно, $S_{CMB'} = z = 10$ и
$S_{ABC} = 5 + 5 + 10 + 10 + 30 = 60$.

Ответ:

1. 10

2. 60

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Колебания. Вариант № 1

#1244123

*В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14*

Пусть $f(x) = sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \cdot sin\left(x + \frac{5\pi}{4}\right) \cdot sin\left(x + \frac{7\pi}{4}\right)$.

**1.** Найдите наибольшее значение функции $f(x)$.

Правильный ответ:

**0.25**

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

**2.** Найдите наибольшее значение функции $g(x; y) = f(x) - f(y)$.

Правильный ответ:

**0.25**

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Упростим вид функции:

$$f(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin x+\cos x)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}(-\sin x+\cos x)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}(-\sin x-\cos x)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin x-\cos x)$$

Перемножая скобки парами по формуле разности квадратов, получим:

$$f(x)=\frac{1}{4}(\cos^2 x-\sin^2 x)^2=\frac{1}{4}\cos^2(2x)$$

Значит, наибольшее значение $f(x)$ равно $\frac{1}{4}$ (достигается, например, при $x=0$, так как $\frac{1}{4}\cos^2(0)=\frac{1}{4}$).

Тогда

$$g(x;y)=f(x)-f(y)=\frac{1}{4}\cos^2(2x)-\frac{1}{4}\cos^2(2y)$$

Поскольку $x$ и $y$ — независимые переменные, то наибольшая разность будет достигнута при наибольшем уменьшаемом и наименьшем вычитаемом.

Наименьшее значение выражения $\frac{1}{4}\cos^2(2y)$ равно нулю (достигается, например, при $y=\frac{\pi}{4}$, так как $\frac{1}{4}\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$).

Тогда наибольшее значение функции $g(x;y)$ равно $\frac{1}{4}-0=0{,}25$.

Ответ:

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

2. 0,25.

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Колебания. Вариант № 2

#1244131

*В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14*

Пусть

$$f(x) = sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \cdot sin\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) \cdot sin\left(x - \frac{5\pi}{4}\right) \cdot sin\left(x - \frac{7\pi}{4}\right)$$

.

**1.** Найдите наибольшее значение функции $f(x)$.

Правильный ответ:

**0.25**

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

---

**2.** Найдите наибольшее значение функции $g(x; y) = f(x) - f(y)$.

Правильный ответ:

**0.25**

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Упростим вид функции:

$$f(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin x-\cos x)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}(-\sin x-\cos x)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}(-\sin x+\cos x)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin x+\cos x)$$

Перемножая скобки парами по формуле разности квадратов, получим:

$$f(x)=\frac{1}{4}(\cos^2 x-\sin^2 x)^2=\frac{1}{4}\cos^2(2x)$$

Значит, наибольшее значение $f(x)$ равно $\frac{1}{4}$ (достигается, например, при $x=0$, так как $\cos^2(0)=1$).

Тогда

$$g(x;y)=f(x)-f(y)=\frac{1}{4}\cos^2(2x)-\frac{1}{4}\cos^2(2y)$$

Поскольку $x$ и $y$ — независимые переменные, то наибольшая разность будет достигнута при наибольшем уменьшаемом и наименьшем вычитаемом.

Наименьшее значение выражения $\frac{1}{4}\cos^2(2y)$ равно нулю (достигается, например, при $y=\frac{\pi}{4}$, так как $\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$).

Тогда наибольшее значение функции $g(x;y)$ равно $\frac{1}{4}-0=0{,}25$.

Ответ:

**1. 0,25**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

2. 0,25.

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Колебания. Вариант № 3

#1244134

*В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14*

Пусть

$$f(x) = sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \cdot sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \cdot sin\left(x - \frac{3\pi}{4}\right)$$

.

**1.** Найдите наибольшее значение функции $f(x)$.

Правильный ответ:

**0.25**

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

**2.** Найдите наибольшее значение функции $g(x; y) = f(x) - f(y)$.

Правильный ответ:

**0.25**

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Упростим вид функции:

$$f(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin x+\cos x)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}(-\sin x+\cos x)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin x-\cos x)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}(-\sin x-\cos x)$$

Перемножая скобки парами по формуле разности квадратов, получим:

$$f(x)=\frac{1}{4}(\cos^2 x-\sin^2 x)^2=\frac{1}{4}\cos^2(2x)$$

Значит, наибольшее значение $f(x)$ равно $\frac{1}{4}$ (достигается, например, при $x=0$, так как $\cos^2(0)=1$).

Тогда

$$g(x;y)=f(x)-f(y)=\frac{1}{4}\cos^2(2x)-\frac{1}{4}\cos^2(2y)$$

Поскольку $x$ и $y$ — независимые переменные, то наибольшая разность будет достигнута при наибольшем уменьшаемом и наименьшем вычитаемом.

Наименьшее значение выражения $\frac{1}{4}\cos^2(2y)$ равно нулю (достигается, например, при $y=\frac{\pi}{4}$, так как $\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$).

Тогда наибольшее значение функции $g(x;y)$ равно $\frac{1}{4}-0=0{,}25$.

Ответ:

1. $0{,}25$

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

2. 0,25.

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Колебания. Вариант № 4

#1244137

*В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14*

Пусть

$$f(x) = sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \cdot sin\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) \cdot sin\left(x - \frac{5\pi}{4}\right)$$

.

**1.** Найдите наибольшее значение функции $f(x)$.

Правильный ответ:

**0.25**

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

**2.** Найдите наибольшее значение функции $g(x; y) = f(x) - f(y)$.

Правильный ответ:

**0.25**

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Упростим вид функции:

$$f(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin x+\cos x)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin x-\cos x)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}(-\sin x-\cos x)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}(-\sin x+\cos x)$$

Перемножая скобки парами по формуле разности квадратов, получим:

$$f(x)=\frac{1}{4}(\cos^2 x-\sin^2 x)^2=\frac{1}{4}\cos^2(2x)$$

Значит, наибольшее значение $f(x)$ равно $\frac{1}{4}$ (достигается, например, при $x=0$, так как $\cos^2(0)=1$).

Тогда

$$g(x;y)=f(x)-f(y)=\frac{1}{4}\cos^2(2x)-\frac{1}{4}\cos^2(2y)$$

Поскольку $x$ и $y$ — независимые переменные, то наибольшая разность будет достигнута при наибольшем уменьшаемом и наименьшем вычитаемом.

Наименьшее значение выражения $\frac{1}{4}\cos^2(2y)$ равно нулю (достигается, например, при $y=\frac{\pi}{4}$, так как $\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$).

Тогда наибольшее значение функции $g(x;y)$ равно $\frac{1}{4}-0=0{,}25$.

Ответ:

1. 0,25

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

2. 0,25.

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Колебания. Вариант № 5

#1244139

*В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14*

Пусть

$$f(x) = sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \cdot sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \cdot sin\left(x + \frac{5\pi}{4}\right)$$

.

**1.** Найдите наибольшее значение функции $f(x)$.

Правильный ответ:

**0.25**

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

**2.** Найдите наибольшее значение функции $g(x; y) = f(x) - f(y)$.

Правильный ответ:

**0.25**

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Упростим вид функции:

$$f(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin x-\cos x)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin x+\cos x)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}(-\sin x+\cos x)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}(-\sin x-\cos x)$$

Перемножая скобки парами по формуле разности квадратов, получим:

$$f(x)=\frac{1}{4}(\cos^2 x-\sin^2 x)^2=\frac{1}{4}\cos^2(2x)$$

Значит, наибольшее значение $f(x)$ равно $\frac{1}{4}$ (достигается, например, при $x=0$, так как $\cos^2(0)=1$).

Тогда

$$g(x;y)=f(x)-f(y)=\frac{1}{4}\cos^2(2x)-\frac{1}{4}\cos^2(2y)$$

Поскольку $x$ и $y$ — независимые переменные, то наибольшая разность будет достигнута при наибольшем уменьшаемом и наименьшем вычитаемом.

Наименьшее значение выражения $\frac{1}{4}\cos^2(2y)$ равно нулю (достигается, например, при $y=\frac{\pi}{4}$, так как $\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$).

Тогда наибольшее значение функции $g(x;y)$ равно $\frac{1}{4}-0=0{,}25$.

Ответ:

1. $0{,}25$

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

2. 0,25.

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Очень дружный класс. Вариант № 1

#1244143

*В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3*

В одном очень дружном классе, состоящем из $30$ человек, принято, чтобы перед первым уроком и каждый ученик, и каждая ученица поприветствовали рукопожатием всех своих одноклассников. В какой-то день в школу пришли не все, а суммарное число рукопожатий между ребятами одного пола оказалось таким же, как число рукопожатий между мальчиками и девочками.

**1.** Сколько детей дружного класса в этот день не пришли в школу? Запишите наименьший из возможных ответов на этот вопрос.

Правильный ответ:

**5**

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

**2.** Пусть в школу пришло наибольшее возможное удовлетворяющее условию задачи число ребят из этого класса. Сколько среди них было девочек? Если ответов несколько, то напишите их все в порядке возрастания без пробелов.

Правильный ответ:

**1015**

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Если в школу в этот день пришли $m$ мальчиков и $d$ девочек из этого класса, то число рукопожатий между мальчиками и девочками равняется $md$.

Число рукопожатий между мальчиками равно $\frac{m(m-1)}{2}$, а между девочками — $\frac{d(d-1)}{2}$.

Имеем уравнение $\frac{m(m-1)}{2}+\frac{d(d-1)}{2}=md$, что равносильно уравнению $(m-d)^2=m+d$.

То есть общее количество детей класса, пришедших в школу, является полным квадратом.

Наибольшее натуральное число, не превосходящее $30$, являющееся полным квадратом, — это $25$.

Значит, как минимум пятеро учеников не пришли в школу.

Имеем систему уравнений

$$\begin{cases} m+d=25 \\ \frac{m(m-1)}{2}+\frac{d(d-1)}{2}=md \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+d=25 \\ (m-d)^2=m+d \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+d=25 \\ \left[\begin{array}{l} m-d=5 \\ m-d=-5 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m+d=25 \\ m-d=5 \end{cases} \\ \begin{cases} m+d=25 \\ m-d=-5 \end{cases} \end{array}\right.$$

то есть $d$ может равняться или $15$, или $10$.

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

1. $5$ учеников

2. $1015$ девочек

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Очень дружный класс. Вариант № 2

#1244145

*В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3*

В одном очень дружном классе, состоящем из $28$ человек, принято, чтобы перед первым уроком и каждый ученик, и каждая ученица поприветствовали рукопожатием всех своих одноклассников. В какой-то день в школу пришли не все, а суммарное число рукопожатий между ребятами одного пола оказалось таким же, как число рукопожатий между мальчиками и девочками.

**1.** Сколько детей дружного класса в этот день не пришли в школу? Запишите наименьший из возможных ответов на этот вопрос.

Правильный ответ:

**3**

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

**2.** Пусть в школу пришло наибольшее возможное удовлетворяющее условию задачи число ребят из этого класса. Сколько среди них было девочек? Если ответов несколько, то напишите их все в порядке возрастания без пробелов.

Правильный ответ:

**1015**

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Если в школу в этот день пришли $m$ мальчиков и $d$ девочек из этого класса, то число рукопожатий между мальчиками и девочками равняется $md$.

Число рукопожатий между мальчиками равно $\frac{m(m-1)}{2}$, а между девочками — $\frac{d(d-1)}{2}$.

Имеем уравнение $\frac{m(m-1)}{2}+\frac{d(d-1)}{2}=md$, что равносильно уравнению $(m-d)^2=m+d$.

То есть общее количество детей класса, пришедших в школу, является полным квадратом.

Наибольшее натуральное число, не превосходящее $28$, являющееся полным квадратом, — это $25$.

Значит, как минимум трое учеников не пришли в школу.

Имеем систему уравнений

$$\begin{cases} m+d=25 \\ \frac{m(m-1)}{2}+\frac{d(d-1)}{2}=md \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+d=25 \\ (m-d)^2=m+d \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+d=25 \\ \left[\begin{array}{l} m-d=5 \\ m-d=-5 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m+d=25 \\ m-d=5 \end{cases} \\ \begin{cases} m+d=25 \\ m-d=-5 \end{cases} \end{array}\right.$$

то есть $d$ может равняться или $15$, или $10$.

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

1. **3** учеников

2. **1015** девочек

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Очень дружный класс. Вариант № 3

#1244146

*В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3*

В одном очень дружном классе, состоящем из $24$ человек, принято, чтобы перед первым уроком и каждый ученик, и каждая ученица поприветствовали рукопожатием всех своих одноклассников. В какой-то день в школу пришли не все, а суммарное число рукопожатий между ребятами одного пола оказалось таким же, как число рукопожатий между мальчиками и девочками.

**1.** Сколько детей дружного класса в этот день не пришли в школу? Запишите наименьший из возможных ответов на этот вопрос.

Правильный ответ:

**8**

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

**2.** Пусть в школу пришло наибольшее возможное удовлетворяющее условию задачи число ребят из этого класса. Сколько среди них было девочек? Если ответов несколько, то напишите их все в порядке возрастания без пробелов.

Правильный ответ:

**610**

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Если в школу в этот день пришли $m$ мальчиков и $d$ девочек из этого класса, то число рукопожатий между мальчиками и девочками равняется $md$.

Число рукопожатий между мальчиками равно $\frac{m(m-1)}{2}$, а между девочками — $\frac{d(d-1)}{2}$.

Имеем уравнение $\frac{m(m-1)}{2}+\frac{d(d-1)}{2}=md$, что равносильно уравнению $(m-d)^2=m+d$.

То есть общее количество детей класса, пришедших в школу, является полным квадратом.

Наибольшее натуральное число, не превосходящее $24$, являющееся полным квадратом, — это $16$.

Значит, как минимум $8$ учеников не пришли в школу.

Имеем систему уравнений

$$\begin{cases} m+d=16 \\ \frac{m(m-1)}{2}+\frac{d(d-1)}{2}=md \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+d=16 \\ (m-d)^2=m+d \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+d=16 \\ \left[\begin{array}{l} m-d=4 \\ m-d=-4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m+d=16 \\ m-d=4 \end{cases} \\ \begin{cases} m+d=16 \\ m-d=-4 \end{cases} \end{array}\right.$$

то есть $d$ может равняться или $10$, или $6$.

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

1. $8$ учеников

2. $610$ девочек

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Очень дружный класс. Вариант № 4

#1244148

*В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3*

В одном очень дружном классе, состоящем из $23$ человек, принято, чтобы перед первым уроком и каждый ученик, и каждая ученица поприветствовали рукопожатием всех своих одноклассников. В какой-то день в школу пришли не все, а суммарное число рукопожатий между ребятами одного пола оказалось таким же, как число рукопожатий между мальчиками и девочками.

**1.** Сколько детей дружного класса в этот день не пришли в школу? Запишите наименьший из возможных ответов на этот вопрос.

Правильный ответ:

**7**

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

**2.** Пусть в школу пришло наибольшее возможное удовлетворяющее условию задачи число ребят из этого класса. Сколько среди них было девочек? Если ответов несколько, то напишите их все в порядке возрастания без пробелов.

Правильный ответ:

**610**

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Если в школу в этот день пришли $m$ мальчиков и $d$ девочек из этого класса, то число рукопожатий между мальчиками и девочками равняется $md$.

Число рукопожатий между мальчиками равно $\frac{m(m-1)}{2}$, а между девочками — $\frac{d(d-1)}{2}$.

Имеем уравнение $\frac{m(m-1)}{2}+\frac{d(d-1)}{2}=md$, что равносильно уравнению $(m-d)^2=m+d$.

То есть общее количество детей класса, пришедших в школу, является полным квадратом.

Наибольшее натуральное число, не превосходящее $23$, являющееся полным квадратом, — это $16$.

Значит, как минимум $7$ учеников не пришли в школу.

Имеем систему уравнений

$$\begin{cases} m+d=16 \\ \frac{m(m-1)}{2}+\frac{d(d-1)}{2}=md \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+d=16 \\ (m-d)^2=m+d \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+d=16 \\ \left[\begin{array}{l} m-d=4 \\ m-d=-4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m+d=16 \\ m-d=4 \end{cases} \\ \begin{cases} m+d=16 \\ m-d=-4 \end{cases} \end{array}\right.$$

то есть $d$ может равняться или $10$, или $6$.

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

1. **7** учеников

2. **610** девочек

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Очень дружный класс. Вариант № 5

#1244150

*В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3*

В одном очень дружном классе, состоящем из $22$ человек, принято, чтобы перед первым уроком и каждый ученик, и каждая ученица поприветствовали рукопожатием всех своих одноклассников. В какой-то день в школу пришли не все, а суммарное число рукопожатий между ребятами одного пола оказалось таким же, как число рукопожатий между мальчиками и девочками.

**1.** Сколько детей дружного класса в этот день не пришли в школу? Запишите наименьший из возможных ответов на этот вопрос.

Правильный ответ:

**6**

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

**2.** Пусть в школу пришло наибольшее возможное удовлетворяющее условию задачи число ребят из этого класса. Сколько среди них было девочек? Если ответов несколько, то напишите их все в порядке возрастания без пробелов.

Правильный ответ:

**610**

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Если в школу в этот день пришли $m$ мальчиков и $d$ девочек из этого класса, то число рукопожатий между мальчиками и девочками равняется $md$.

Число рукопожатий между мальчиками равно $\frac{m(m-1)}{2}$, а между девочками — $\frac{d(d-1)}{2}$.

Имеем уравнение $\frac{m(m-1)}{2}+\frac{d(d-1)}{2}=md$, что равносильно уравнению $(m-d)^2=m+d$.

То есть общее количество детей класса, пришедших в школу, является полным квадратом.

Наибольшее натуральное число, не превосходящее $22$, являющееся полным квадратом, — это $16$.

Значит, как минимум $6$ учеников не пришли в школу.

Имеем систему уравнений

$$\begin{cases} m+d=16 \\ \frac{m(m-1)}{2}+\frac{d(d-1)}{2}=md \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+d=16 \\ (m-d)^2=m+d \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+d=16 \\ \left[\begin{array}{l} m-d=4 \\ m-d=-4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m+d=16 \\ m-d=4 \end{cases} \\ \begin{cases} m+d=16 \\ m-d=-4 \end{cases} \end{array}\right.$$

то есть $d$ может равняться или $10$, или $6$.

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

1. $6$ учеников

2. $610$ девочек

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Минимальное расстояние. Вариант № 1

#1244159

*В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3*

Внутри правильного шестиугольника $ABCDEF$ выбраны такие точки $M$ и $N$, что углы $\angle AMB$ и $\angle DNC$ — прямые. Наименьшее возможное значение длины отрезка $MN$ равно $5$. Найдите периметр исходного шестиугольника.

Правильный ответ:

**60**

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

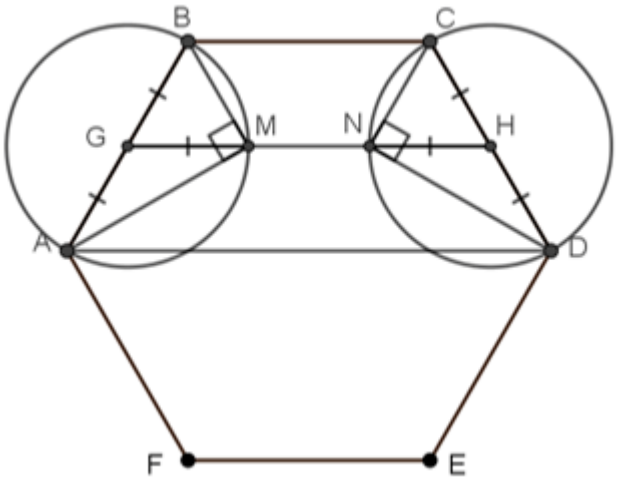
Решение задачи:

Геометрическое место точек $M$ — точки полуокружности с диаметром $AB$, расположенные внутри шестиугольника.

Геометрическое место точек $N$ — точки полуокружности с диаметром $CD$, расположенные внутри шестиугольника.

Кратчайшим отрезок $MN$ станет тогда, когда точки $M$ и $N$ лежат на линии центров $GH$. Поскольку $AG = GB$ и $CH = HD$, точки $M$ и $N$ лежат на средней линии трапеции $ABCD$.

Пусть радиус окружности равен $x$. Зная, что средняя линия $GH$ трапеции $ABCD$ равна полусумме оснований трапеции, а большее основание трапеции $ABCD$ вдвое больше стороны шестиугольника (свойство диагонали правильного шестиугольника), имеем уравнение: $2x + 5 = \frac{1}{2}(2x + 4x)$, из которого $x = 5$, а искомый периметр равен $60$.




Ответ: $60$

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Минимальное расстояние. Вариант № 2

#1244160

*В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3*

Внутри правильного шестиугольника $ABCDEF$ выбраны такие точки $M$ и $N$, что углы $\angle AMB$ и $\angle DNC$ — прямые. Наименьшее возможное значение длины отрезка $MN$ равно $4$. Найдите периметр исходного шестиугольника.

Правильный ответ:

48

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

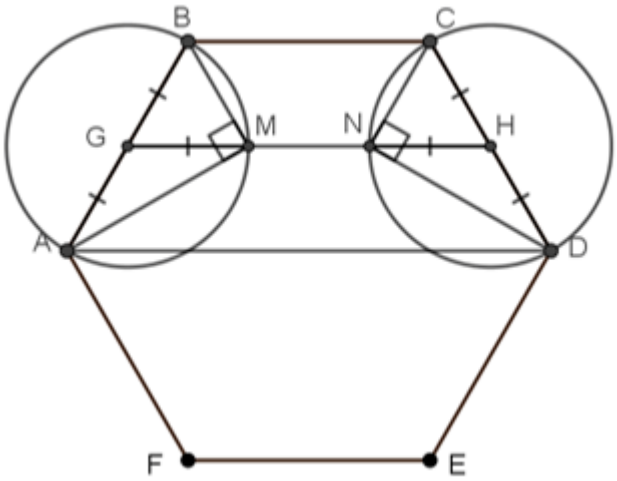
Решение задачи:

Геометрическое место точек $M$ — точки полуокружности с диаметром $AB$, расположенные внутри шестиугольника.

Геометрическое место точек $N$ — точки полуокружности с диаметром $CD$, расположенные внутри шестиугольника.

Кратчайшим отрезок $MN$ станет тогда, когда точки $M$ и $N$ лежат на линии центров $GH$. Поскольку $AG = GB$ и $CH = HD$, точки $M$ и $N$ лежат на средней линии трапеции $ABCD$.

Пусть радиус окружности равен $x$. Зная, что средняя линия $GH$ трапеции $ABCD$ равна полусумме оснований трапеции, а большее основание трапеции $ABCD$ вдвое больше стороны шестиугольника (свойство диагонали правильного шестиугольника), имеем уравнение: $2x + 4 = \frac{1}{2}(2x + 4x)$, из которого $x = 4$, а искомый периметр равен $48$.




Ответ: $48$

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Минимальное расстояние. Вариант № 3

#1244161

*В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3*

Внутри правильного шестиугольника $ABCDEF$ выбраны такие точки $M$ и $N$, что углы $\angle AMB$ и $\angle DNC$ — прямые. Наименьшее возможное значение длины отрезка $MN$ равно $3$. Найдите периметр исходного шестиугольника.

Правильный ответ:

**36**

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

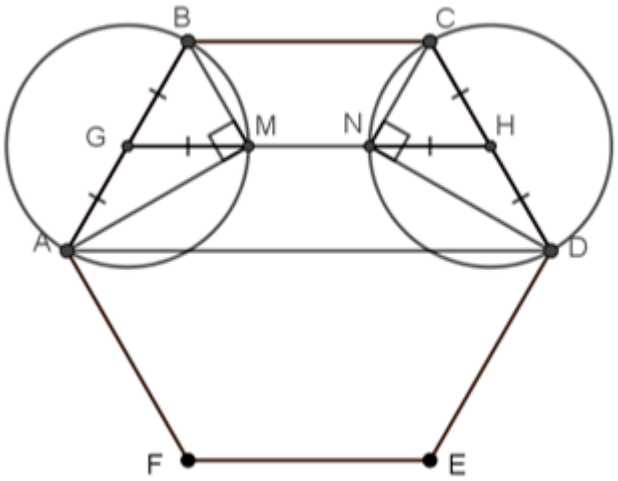
Решение задачи:

Геометрическое место точек $M$ — точки полуокружности с диаметром $AB$, расположенные внутри шестиугольника.

Геометрическое место точек $N$ — точки полуокружности с диаметром $CD$, расположенные внутри шестиугольника.

Кратчайшим отрезок $MN$ станет тогда, когда точки $M$ и $N$ лежат на линии центров $GH$. Поскольку $AG = GB$ и $CH = HD$, точки $M$ и $N$ лежат на средней линии трапеции $ABCD$.

Пусть радиус окружности равен $x$. Зная, что средняя линия $GH$ трапеции $ABCD$ равна полусумме оснований трапеции, а большее основание трапеции $ABCD$ вдвое больше стороны шестиугольника (свойство диагонали правильного шестиугольника), имеем уравнение: $2x + 3 = \frac{1}{2}(2x + 4x)$, из которого $x = 3$, а искомый периметр равен $36$.




Ответ: $36$

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Минимальное расстояние. Вариант № 4

#1244162

*В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3*

Внутри правильного шестиугольника $ABCDEF$ выбраны такие точки $M$ и $N$, что углы $\angle AMB$ и $\angle DNC$ — прямые. Наименьшее возможное значение длины отрезка $MN$ равно $2$. Найдите периметр исходного шестиугольника.

Правильный ответ:

**24**

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

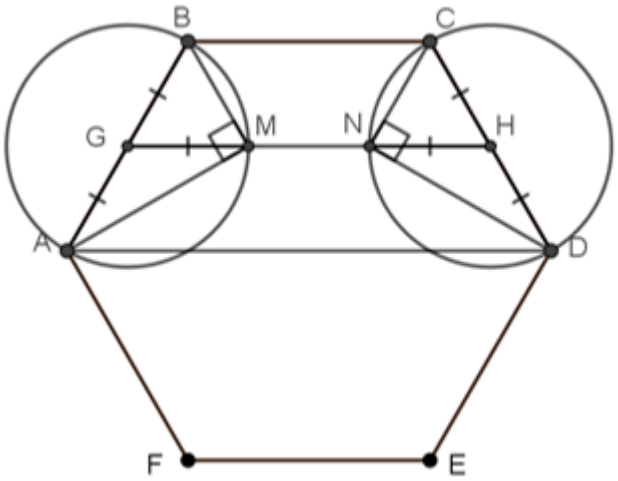
Решение задачи:

Геометрическое место точек $M$ — точки полуокружности с диаметром $AB$, расположенные внутри шестиугольника.

Геометрическое место точек $N$ — точки полуокружности с диаметром $CD$, расположенные внутри шестиугольника.

Кратчайшим отрезок $MN$ станет тогда, когда точки $M$ и $N$ лежат на линии центров $GH$. Поскольку $AG = GB$ и $CH = HD$, точки $M$ и $N$ лежат на средней линии трапеции $ABCD$.

Пусть радиус окружности равен $x$. Зная, что средняя линия $GH$ трапеции $ABCD$ равна полусумме оснований трапеции, а большее основание трапеции $ABCD$ вдвое больше стороны шестиугольника (свойство диагонали правильного шестиугольника), имеем уравнение: $2x + 2 = \frac{1}{2}(2x + 4x)$, из которого $x = 2$, а искомый периметр равен $24$.




Ответ: $24$

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Минимальное расстояние. Вариант № 5

#1244163

*В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3*

Внутри правильного шестиугольника $ABCDEF$ выбраны такие точки $M$ и $N$, что углы $\angle AMB$ и $\angle DNC$ — прямые. Наименьшее возможное значение длины отрезка $MN$ равно $1$. Найдите периметр исходного шестиугольника.

Правильный ответ:

**12**

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

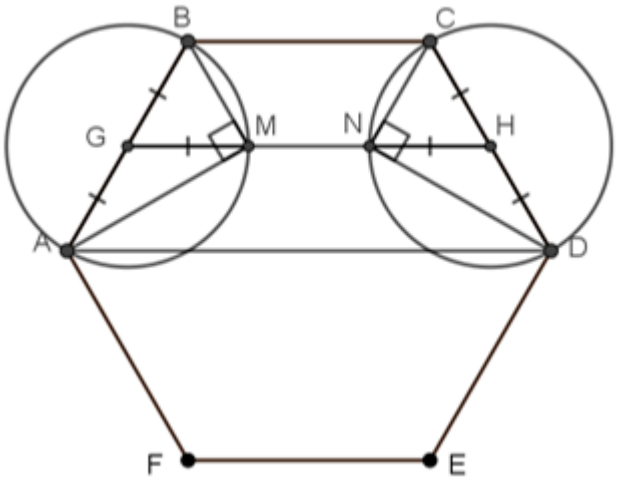
Решение задачи:

Геометрическое место точек $M$ — точки полуокружности с диаметром $AB$, расположенные внутри шестиугольника.

Геометрическое место точек $N$ — точки полуокружности с диаметром $CD$, расположенные внутри шестиугольника.

Кратчайшим отрезок $MN$ станет тогда, когда точки $M$ и $N$ лежат на линии центров $GH$. Поскольку $AG = GB$ и $CH = HD$, точки $M$ и $N$ лежат на средней линии трапеции $ABCD$.

Пусть радиус окружности равен $x$. Зная, что средняя линия $GH$ трапеции $ABCD$ равна полусумме оснований трапеции, а большее основание трапеции $ABCD$ вдвое больше стороны шестиугольника (свойство диагонали правильного шестиугольника), имеем уравнение: $2x + 1 = \frac{1}{2}(2x + 4x)$, из которого $x = 1$, а искомый периметр равен $12$.




Ответ: $12$

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Последовательность. Вариант № 1

#1244164

*В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3*

Последовательность $\{a_n\}$ задана условиями $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \dfrac{a_n}{1 + 3a_n}$, где $n = 1,2,3,\ldots$. Известно, что $a_{2026} = \dfrac{1}{N}$, где $N$ - некоторое натуральное число.

**1.** Чему равно $N$?

Правильный ответ:

**6076**

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

**2.** Начиная с какого номера $n$ выполняется неравенство $a_n < \dfrac{1}{1000}$? Укажите наименьшее такое $n$.

Правильный ответ:

**335**

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Рассмотрим последовательность $\{b_n\}$, определяемую формулой $b_n = \dfrac{1}{a_n}$.

Тогда $\dfrac{1}{b_{n+1}} = \dfrac{\frac{1}{b_n}}{1+\frac{3}{b_n}} = \dfrac{1}{b_n+3}$, откуда $b_{n+1} = b_n + 3$, то есть $\{b_n\}$ — арифметическая прогрессия с первым членом $1$ и разностью $3$.

Значит, $b_{2026} = 1 + 2025 \cdot 3 = 6076$.

Тогда $a_{2026} = \dfrac{1}{N} = \dfrac{1}{b_{2026}} = \dfrac{1}{6076}$, откуда $N = 6076$.

Неравенство $a_n < \dfrac{1}{1000}$ будет выполнено, когда $b_n > 1000$. То есть $1 + 3(n-1) > 1000$, значит, $n > 334$. Поскольку $n$ — натуральное число, неравенство выполнено, начиная с номера $335$.

Ответ:

1. $6076$
2. $335$

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Последовательность. Вариант № 2

#1244165

*В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3*

Последовательность $\{a_n\}$ задана условиями $a_1 = \frac{1}{4}$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{1 + 3a_n}$, где $n = 1,2,3,\ldots$. Известно, что $a_{2026} = \frac{1}{N}$, где $N$ - некоторое натуральное число.

**1.** Чему равно $N$?

Правильный ответ:

**6079**

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

**2.** Начиная с какого номера $n$ выполняется неравенство $a_n < \frac{1}{1000}$? Укажите наименьшее такое $n$.

Правильный ответ:

**334**

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Рассмотрим последовательность $\{b_n\}$, определяемую формулой $b_n = \dfrac{1}{a_n}$.

Тогда $\dfrac{1}{b_{n+1}} = \dfrac{\frac{1}{b_n}}{1+\frac{3}{b_n}} = \dfrac{1}{b_n+3}$, откуда $b_{n+1} = b_n + 3$, то есть $\{b_n\}$ — арифметическая прогрессия с первым членом $4$ и разностью $3$.

Значит, $b_{2026} = 4 + 2025 \cdot 3 = 6079$.

Тогда $a_{2026} = \dfrac{1}{N} = \dfrac{1}{b_{2026}} = \dfrac{1}{6079}$, откуда $N = 6079$.

Неравенство $a_n < \dfrac{1}{1000}$ будет выполнено, когда $b_n > 1000$. То есть $4 + 3(n-1) > 1000$, значит, $n > 333$. Поскольку $n$ — натуральное число, неравенство выполнено, начиная с номера $334$.

Ответ:

1. $6079$
2. $334$

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Последовательность. Вариант № 3

#1244169

*В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3*

Последовательность $\{a_n\}$ задана условиями $a_1 = \frac{1}{7}$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{1 + 3a_n}$, где $n = 1,2,3,\ldots$. Известно, что $a_{2026} = \frac{1}{N}$, где $N$ - некоторое натуральное число.

**1.** Чему равно $N$?

Правильный ответ:

**6082**

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

**2.** Начиная с какого номера $n$ выполняется неравенство $a_n < \frac{1}{1000}$ ? Укажите наименьшее такое $n$.

Правильный ответ:

**333**

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Рассмотрим последовательность $\{b_n\}$, определяемую формулой $b_n = \dfrac{1}{a_n}$.

Тогда $\dfrac{1}{b_{n+1}} = \dfrac{\frac{1}{b_n}}{1+\frac{3}{b_n}} = \dfrac{1}{b_n+3}$, откуда $b_{n+1} = b_n + 3$, то есть $\{b_n\}$ — арифметическая прогрессия с первым членом $7$ и разностью $3$.

Значит, $b_{2026} = 7 + 2025 \cdot 3 = 6082$.

Тогда $a_{2026} = \dfrac{1}{N} = \dfrac{1}{b_{2026}} = \dfrac{1}{6082}$, откуда $N = 6082$.

Неравенство $a_n < \dfrac{1}{1000}$ будет выполнено, когда $b_n > 1000$. То есть $7 + 3(n-1) > 1000$, значит, $n > 332$. Поскольку $n$ — натуральное число, неравенство выполнено, начиная с номера $333$.

Ответ:

1. $6082$
2. $333$

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Последовательность. Вариант № 4

#1244175

*В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3*

Последовательность $\{a_n\}$ задана условиями $a_1 = \frac{1}{10}$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{1 + 3a_n}$, где $n = 1,2,3,\ldots$. Известно, что $a_{2026} = \frac{1}{N}$, где $N$ - некоторое натуральное число.

**1.** Чему равно $N$?

Правильный ответ:

**6085**

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

**2.** Начиная с какого номера $n$ выполняется неравенство $a_n < \frac{1}{1000}$ ? Укажите наименьшее такое $n$.

Правильный ответ:

**332**

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Рассмотрим последовательность $\{b_n\}$, определяемую формулой $b_n = \dfrac{1}{a_n}$.

Тогда $\dfrac{1}{b_{n+1}} = \dfrac{\frac{1}{b_n}}{1+\frac{3}{b_n}} = \dfrac{1}{b_n+3}$, откуда $b_{n+1} = b_n + 3$, то есть $\{b_n\}$ — арифметическая прогрессия с первым членом $10$ и разностью $3$.

Значит, $b_{2026} = 10 + 2025 \cdot 3 = 6085$.

Тогда $a_{2026} = \dfrac{1}{N} = \dfrac{1}{b_{2026}} = \dfrac{1}{6085}$, откуда $N = 6085$.

Неравенство $a_n < \dfrac{1}{1000}$ будет выполнено, когда $b_n > 1000$. То есть $10 + 3(n-1) > 1000$, значит, $n > 331$. Поскольку $n$ — натуральное число, неравенство выполнено, начиная с номера $332$.

Ответ:

1. $6085$

2. $332$

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Последовательность. Вариант № 5

#1244179

*В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3*

Последовательность $\{a_n\}$ задана условиями $a_1 = \frac{1}{13}$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{1+3a_n}$, где $n = 1,2,3,\ldots$. Известно, что $a_{2026} = \frac{1}{N}$, где $N$ - некоторое натуральное число.

**1.** Чему равно $N$?

Правильный ответ:

**6088**

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

**2.** Начиная с какого номера $n$ выполняется неравенство $a_n < \frac{1}{1000}$ ? Укажите наименьшее такое $n$.

Правильный ответ:

**331**

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Рассмотрим последовательность $\{b_n\}$, определяемую формулой $b_n = \dfrac{1}{a_n}$.

Тогда $\dfrac{1}{b_{n+1}} = \dfrac{\frac{1}{b_n}}{1+\frac{3}{b_n}} = \dfrac{1}{b_n+3}$, откуда $b_{n+1} = b_n + 3$, то есть $\{b_n\}$ — арифметическая прогрессия с первым членом $13$ и разностью $3$.

Значит, $b_{2026} = 13 + 2025 \cdot 3 = 6088$.

Тогда $a_{2026} = \dfrac{1}{N} = \dfrac{1}{b_{2026}} = \dfrac{1}{6088}$, откуда $N = 6088$.

Неравенство $a_n < \dfrac{1}{1000}$ будет выполнено, когда $b_n > 1000$. То есть $13 + 3(n-1) > 1000$, значит, $n > 330$. Поскольку $n$ — натуральное число, неравенство выполнено, начиная с номера $331$.

Ответ:

1. $6088$
2. $331$

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Одинаковые цифры. Вариант № 1

#1244201

Натуральное число $A$ кратно $99$, а его десятичная запись состоит только из семёрок. Натуральное число $B$ кратно $99$, а его десятичная запись состоит из цифр, среди которых ровно одна цифра – не семёрка, а все остальные – семёрки.

**1.** Сколько цифр может быть в десятичной записи такого числа $A$? Запишите наименьший из возможных ответов. В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Правильный ответ:

**18**

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

**2.** Сколько цифр может быть в десятичной записи такого числа $B$? Запишите наименьший из возможных ответов. В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Правильный ответ:

**7**

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

**3.** Запишите наименьшее из возможных значений $B$. В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Правильный ответ:

**7377777**

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Сумма всех семёрок числа $A$ должна быть кратна $9$, иными словами, количество семёрок должно быть кратно $9$.

Признак делимости на $11$ формулируется так: число делится на $11$ тогда и только тогда, когда знакопеременная сумма его цифр делится на $11$.

Если взять $9$ семёрок, то знакопеременная сумма цифр будет равна $7$, что не кратно $11$.

Если взять $18$ семёрок, то знакопеременная сумма станет равной $0$, что удовлетворяет признаку делимости на 1$1$**.** Значит, в десятичной записи этого числа A не менее $18$ цифр.

Пусть число $B$ содержит нечётное количество семёрок и ещё какую-то цифру $x$, отличную от $7$.

Тогда знакопеременная сумма цифр этого числа равна $7 - x$ или $x - 7$. Чтобы какое-либо из указанных выражений было кратно $11$, $x$ должен быть тоже равен $7$. Противоречие, так как кратность $99$ подразумевает кратность $11$.

Пусть число $B$ содержит чётное количество семёрок и ещё какую-то цифру $x$, отличную от $7$.

Рассмотрим два случая.

Если цифра $x$ стоит в каком-либо нечётном разряде числа $B$, то знакопеременная сумма цифр числа равна $x$. Для кратности $11$ значение $x$ должно быть нулевым, а для кратности $9$ следует использовать как минимум $18$ семёрок. То есть наименьшим будет число $7707777777777777$.

Если цифра $x$ стоит в каком-либо чётном разряде числа $B$, то знакопеременная сумма цифр числа равна $14 - x$. Для

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

следует использовать как минимум $6$ семёрок, чтобы сумма цифр была кратна $9$. То есть наименьшим будет число $7377777$. Оно явно меньше полученного в первом случае. Значит, в десятичной записи этого числа $B$ не менее $7$ разрядов, и наименьшее возможное значение $B$ равно $7377777$.

Ответ:

1. $18$
2. $7$
3. $7377777$

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Одинаковые цифры. Вариант № 2

#1244209

Натуральное число $A$ кратно $99$, а его десятичная запись состоит только из восьмёрок. Натуральное число $B$ кратно $99$, а его десятичная запись состоит из цифр, среди которых ровно одна цифра – не восьмёрка, а все остальные – восьмёрки.

**1.** Сколько цифр может быть в десятичной записи такого числа $A$? Запишите наименьший из возможных ответов. В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Правильный ответ:

18

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

**2.** Сколько цифр может быть в десятичной записи такого числа $B$? Запишите наименьший из возможных ответов. В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Правильный ответ:

**15**

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

**3.** Запишите наименьшее из возможных значений $B$. В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Правильный ответ:

**858888888888888**

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Сумма всех восьмёрок числа $A$ должна быть кратна $9$, иными словами, количество восьмёрок должно быть кратно $9$.

Признак делимости на $11$ формулируется так: число делится на $11$ тогда и только тогда, когда знакопеременная сумма его цифр делится на $11$.

Если взять $9$ восьмёрок, то знакопеременная сумма цифр будет равна $8$, что не кратно $11$.

Если взять $18$ восьмёрок, то знакопеременная сумма станет равной $0$, что удовлетворяет признаку делимости на $11$. Значит, в десятичной записи этого числа $A$ не менее $18$ цифр.

Пусть число $B$ содержит нечётное количество восьмёрок и ещё какую-то цифру $x$, отличную от $8$.

Тогда знакопеременная сумма цифр этого числа равна $8 - x$ или $x - 8$. Чтобы какое-либо из указанных выражений было кратно $11$, $x$ должен быть тоже равен $8$. Противоречие, так как кратность $99$ подразумевает кратность $11$.

Пусть число $B$ содержит чётное количество восьмёрок и ещё какую-то цифру $x$, отличную от $8$.

Рассмотрим два случая.

Если цифра $x$ стоит в каком-либо нечётном разряде числа $B$, то знакопеременная сумма цифр числа равна $x$. Для кратности $11$ значение $x$ должно быть нулевым, а для кратности $9$ следует использовать как минимум $18$ восьмёрок. То есть наименьшим будет число $8808888888888888888$.

Если цифра $x$ стоит в каком-либо чётном разряде числа $B$, то знакопеременная сумма цифр числа равна $16 - x$. Для

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

следует использовать как минимум $14$ восьмёрок, чтобы сумма цифр была кратна $9$. То есть наименьшим будет число $88888888888888$. Оно явно меньше полученного в первом случае. Значит, в десятичной записи этого числа $B$ не менее $15$ разрядов, и наименьшее возможное значение $B$ равно $88888888888888$.

Ответ:

1. $18$
2. $15$
3. $88888888888888$

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Одинаковые цифры. Вариант № 3

#1244218

Натуральное число $A$ кратно $99$, а его десятичная запись состоит только из четвёрок. Натуральное число $B$ кратно $99$, а его десятичная запись состоит из цифр, среди которых ровно одна цифра – не четвёрка, а все остальные – четвёрки.

**1.** Сколько цифр может быть в десятичной записи такого числа $A$? Запишите наименьший из возможных ответов. В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Правильный ответ:

18

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

**2.** Сколько цифр может быть в десятичной записи такого числа $B$? Запишите наименьший из возможных ответов. В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Правильный ответ:

**17**

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

**3.** Запишите наименьшее из возможных значений $B$. В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Правильный ответ:

**44444444444444484**

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Сумма всех четвёрок числа $A$ должна быть кратна $9$, иными словами, количество четвёрок должно быть кратно 9.

Признак делимости на $11$ формулируется так: число делится на $11$ тогда и только тогда, когда знакопеременная сумма его цифр делится на $11$.

Если взять $9$ четвёрок, то знакопеременная сумма цифр будет равна $4$, что не кратно $11$.

Если взять $18$ четвёрок, то знакопеременная сумма станет равной $0$, что удовлетворяет признаку делимости на $11$. Значит, в десятичной записи этого числа $A$ не менее $18$ цифр.

Пусть число $B$ содержит нечётное количество четвёрок и ещё какую-то цифру $x$, отличную от $4$.

Тогда знакопеременная сумма цифр этого числа равна $4 - x$ или $x - 4$. Чтобы какое-либо из указанных выражений было кратно $11$, $x$ должен быть тоже равен $4$. Противоречие, так как кратность $99$ подразумевает кратность $11$.

Пусть число $B$ содержит чётное количество четвёрок и ещё какую-то цифру $x$, отличную от $4$.

Рассмотрим два случая.

Если цифра $x$ стоит в каком-либо нечётном разряде числа $B$, то знакопеременная сумма цифр числа равна $x$. Для кратности $11$ значение $x$ должно быть нулевым, а для кратности $9$ следует использовать как минимум $18$ четвёрок. То есть наименьшим будет число $4404444444444444444$.

Если цифра $x$ стоит в каком-либо чётном разряде числа $B$, то знакопеременная сумма цифр числа равна $8 - x$. Для кратности

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

использовать как минимум $16$ четвёрок, чтобы сумма цифр была кратна $9$. То есть наименьшим будет число $4444444444444484$. Оно явно меньше полученного в первом случае. Значит, в десятичной записи этого числа $B$ не менее $17$ разрядов, и наименьшее возможное значение $B$ равно $4444444444444484$.

Ответ:

1. $18$
2. $17$
3. $4444444444444484$

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Одинаковые цифры. Вариант № 4

#1244220

Натуральное число $A$ кратно $99$, а его десятичная запись состоит только из двоек. Натуральное число $B$ кратно $99$, а его десятичная запись состоит из цифр, среди которых ровно одна цифра – не двойка, а все остальные – двойки.

**1.** Сколько цифр может быть в десятичной записи такого числа $A$? Запишите наименьший из возможных ответов. В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Правильный ответ:

18

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

**2.** Сколько цифр может быть в десятичной записи такого числа $B$? Запишите наименьший из возможных ответов. В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Правильный ответ:

**17**

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

**3.** Запишите наименьшее из возможных значений $B$. В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Правильный ответ:

**22222222222222242**

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Сумма всех двоек числа $A$ должна быть кратна $9$, иными словами, количество двоек должно быть кратно $9$.

Признак делимости на $11$ формулируется так: число делится на $11$ тогда и только тогда, когда знакопеременная сумма его цифр делится на $11$.

Если взять $9$ двоек, то знакопеременная сумма цифр будет равна $2$, что не кратно $11$.

Если взять $18$ двоек, то знакопеременная сумма станет равной $0$, что удовлетворяет признаку делимости на $11$. Значит, в десятичной записи этого числа A не менее $18$ цифр.

Пусть число $B$ содержит нечётное количество двоек и ещё какую-то цифру $x$, отличную от $2$.

Тогда знакопеременная сумма цифр этого числа равна $2 - x$ или $x - 2$. Чтобы какое-либо из указанных выражений было кратно $11$, $x$ должен быть тоже равен $2$. Противоречие, так как кратность $99$ подразумевает кратность $11$.

Пусть число $B$ содержит чётное количество двоек и ещё какую-то цифру $x$, отличную от $2$.

Рассмотрим два случая.

Если цифра $x$ стоит в каком-либо нечётном разряде числа $B$, то знакопеременная сумма цифр числа равна $x$. Для кратности $11$ значение $x$ должно быть нулевым, а для кратности $9$ следует использовать как минимум $18$ двоек. То есть наименьшим будет число $22022222222222222$.

Если цифра $x$ стоит в каком-либо чётном разряде числа $B$, то знакопеременная сумма цифр числа равна $4 - x$. Для кратности

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

использовать как минимум $16$ двоек, чтобы сумма цифр была кратна $9$. То есть наименьшим будет число $2222222222222242$. Оно явно меньше полученного в первом случае. Значит, в десятичной записи этого числа $B$ не менее $17$ разрядов, и наименьшее возможное значение $B$ равно $2222222222222242$.

Ответ:

1. $18$
2. $17$
3. $2222222222222242$

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Одинаковые цифры. Вариант № 5

#1244227

Натуральное число $A$ кратно $99$, а его десятичная запись состоит только из единиц. Натуральное число $B$ кратно $99$, а его десятичная запись состоит из цифр, среди которых ровно одна цифра – не единица, а все остальные – единицы.

**1.** Сколько цифр может быть в десятичной записи такого числа $A$? Запишите наименьший из возможных ответов. В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Правильный ответ:

**18**

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

**2.** Сколько цифр может быть в десятичной записи такого числа $B$? Запишите наименьший из возможных ответов. В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Правильный ответ:

**17**

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

**3.** Запишите наименьшее из возможных значений $B$. В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Правильный ответ:

**11111111111111121**

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Сумма всех единиц числа $A$ должна быть кратна $9$, иными словами, количество единиц должно быть кратно $9$.

Признак делимости на $11$ формулируется так: число делится на $11$ тогда и только тогда, когда знакопеременная сумма его цифр делится на $11$.

Если взять $9$ единиц, то знакопеременная сумма цифр будет равна $1$, что не кратно $11$.

Если взять $18$ семёрок, то знакопеременная сумма станет равной $0$, что удовлетворяет признаку делимости на $11$. Значит, в десятичной записи этого числа $A$ не менее $18$ цифр.

Пусть число $B$ содержит нечётное количество единиц и ещё какую-то цифру x, отличную от $1$.

Тогда знакопеременная сумма цифр этого числа равна $1 - x$ или $x - 1$. Чтобы какое-либо из указанных выражений было кратно $11$, $x$ должен быть тоже равен $1$. Противоречие, так как кратность $99$ подразумевает кратность $11$.

Пусть число $B$ содержит чётное количество единиц и ещё какую-то цифру $x$, отличную от $1$.

Рассмотрим два случая.

Если цифра $x$ стоит в каком-либо нечётном разряде числа $B$, то знакопеременная сумма цифр числа равна $x$. Для кратности $11$ значение $x$ должно быть нулевым, а для кратности $9$ следует использовать как минимум $18$ единиц. То есть наименьшим будет число $11011111111111111$.

Если цифра $x$ стоит в каком-либо чётном разряде числа $B$, то знакопеременная сумма цифр числа равна $2 - x$. Для кратности

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

использовать как минимум $16$ единиц, чтобы сумма цифр была кратна $9$. То есть наименьшим будет число $1111111111111121$. Оно явно меньше полученного в первом случае. Значит, в десятичной записи этого числа $B$ не менее $17$ разрядов, и наименьшее возможное значение $B$ равно $1111111111111121$.

Ответ:

1. $18$
2. $17$
3. $1111111111111121$

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Рожки. Вариант № 1

#1244237

Семеро ребят встали в круг. Каждый решил «поставить рожки» ровно одному из своих соседей случайным образом.

**1.** Сколько ребят могло оказаться без рожек над головой? Запишите наибольший из возможных ответов. В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Правильный ответ:

**3**

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

**2.** Сколько ребят могло оказаться без рожек над головой? Запишите наименьший из возможных ответов. В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Правильный ответ:

**0**

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

**3.** Найдите вероятность события «Количество ребят без рожек над головой – наименьшее из возможных». В качестве ответа вводите целое число или конечную десятичную дробь. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

Правильный ответ:

**0.015625**

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

**4.** Найдите математическое ожидание случайной величины «количество ребят без рожек над головой». В качестве ответа вводите целое число или конечную десятичную дробь. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

Правильный ответ:

**1.75**

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

В сумме над головами детей будет $\mathbf{7}$ пар рожек. У каждого над головой не более двух пар. Тем самым как минимум четверо будут с рожками. Покажем, что **трое** могли остаться без рожек. Назовём детей (по часовой стрелке) А; Б; В; Г; Д; Е; Ж. Пусть А «ставит рожки» Б; Б «ставит рожки» В; В «ставит рожки» Б; Г «ставит рожки» В; Д «ставит рожки» Е; Е «ставит рожки» Ж; Ж «ставит рожки» Е. Тем самым А, Г и Д остались без рожек.

Если, к примеру, каждый будет «ставить рожки» своему соседу справа, то пара рогов будет над головой у каждого, значит, наименьшее количество ребят без рожек – $\mathbf{0}$.

Так как каждый из семи ребят должен «поставить рожки» одному из двух своих соседей, то существует $\mathbf{2^7 = 128}$ элементарных исходов расстановки рожек над головами ребят, из которых только два – благоприятных: каждый будет «ставить рожки» своему соседу справа ИЛИ каждый будет «ставить рожки своему соседу слева. Значит, искомая вероятность равна $\mathbf{\frac{2}{128} = \frac{1}{64} = 0{,}015625}$.

Вероятность p события «Над головой случайного ребёнка не будет рожек» равна $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ (оба соседа этого ребёнка «ставят рожки» не ему).

$$E(X) = n \cdot p = 7 \cdot \frac{1}{4} = 1{,}75.$$

Ответ:

**1. 3**

**2. 0**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

3. 0,015625

4. 1,75

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Рожки. Вариант № 2

#1244247

Пятеро ребят встали в круг. Каждый решил «поставить рожки» ровно одному из своих соседей случайным образом.

**1.** Сколько ребят могло оказаться без рожек над головой? Запишите наибольший из возможных ответов. В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Правильный ответ:

**2**

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

**2.** Сколько ребят могло оказаться без рожек над головой? Запишите наименьший из возможных ответов. В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Правильный ответ:

**0**

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

**3.** Найдите вероятность события «Количество ребят без рожек над головой – наименьшее из возможных». В качестве ответа вводите целое число или конечную десятичную дробь. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

Правильный ответ:

**0.0625**

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

**4.** Найдите математическое ожидание случайной величины «количество ребят без рожек над головой». В качестве ответа вводите целое число или конечную десятичную дробь. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

Правильный ответ:

**1.25**

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

В сумме над головами детей будет $\mathbf{5}$ пар рожек. У каждого над головой не более двух пар. Тем самым как минимум трое будут с рожками. Покажем, что **двое** могли остаться без рожек. Назовём детей (по часовой стрелке) А; Б; В; Г; Д. Пусть А «ставит рожки» Б; Б «ставит рожки» В; В «ставит рожки» Б; Г «ставит рожки» В; Д «ставит рожки» А. Тем самым, Г и Д остались без рожек.

Если, к примеру, каждый будет «ставить рожки» своему соседу справа, то пара рогов будет над головой у каждого, значит, наименьшее количество ребят без рожек – $\mathbf{0}$.

Так как каждый из пяти ребят должен «поставить рожки» одному из двух своих соседей, то существует $\mathbf{2^5 = 32}$ элементарных исходов расстановки рожек над головами ребят, из которых только два – благоприятных: каждый будет «ставить рожки» своему соседу справа ИЛИ каждый будет «ставить рожки» своему соседу слева. Значит, искомая вероятность равна $\mathbf{\frac{2}{32} = \frac{1}{16} = 0{,}0625}$.

Вероятность p события «Над головой случайного ребёнка не будет рожек» равна $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ (оба соседа этого ребёнка «ставят рожки» не ему).

$$E(X) = n \cdot p = 5 \cdot \frac{1}{4} = 1{,}25.$$

Ответ:

**1. 2**

**2. 0**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

3. 0,0625

4. 1,25

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Рожки. Вариант № 3

#1244253

Восемь ребят встали в круг. Каждый решил «поставить рожки» ровно одному из своих соседей случайным образом.

**1.** Сколько ребят могло оказаться без рожек над головой? Запишите наибольший из возможных ответов. В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Правильный ответ:

**4**

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

**2.** Сколько ребят могло оказаться без рожек над головой? Запишите наименьший из возможных ответов. В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Правильный ответ:

**0**

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

**3.** Найдите вероятность события «Количество ребят без рожек над головой – наименьшее из возможных». В качестве ответа вводите целое число или конечную десятичную дробь. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

Правильный ответ:

**0.015625**

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

**4.** Найдите математическое ожидание случайной величины «количество ребят без рожек над головой». В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Правильный ответ:

**2**

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

В сумме над головами детей будет $8$ пар рожек. У каждого над головой не более двух пар. Тем самым как минимум четверо будут с рожками. Покажем, что **четверо** могли остаться без рожек. Назовём детей (по часовой стрелке) А; Б; В; Г; Д; Е; Ж; З. Пусть А «ставит рожки» Б; Б «ставит рожки» В; В «ставит рожки» Б; Г «ставит рожки» В; Д «ставит рожки» Е; Е «ставит рожки» Ж; Ж «ставит рожки» Е, З «ставит рожки» Ж. Тем самым А, Г, Д и $3$ остались без рожек.

Если, к примеру, каждый будет «ставить рожки» своему соседу справа, то пара рогов будет над головой у каждого, значит, наименьшее количество ребят без рожек – $0$.

Так как каждый из восьми ребят должен «поставить рожки» одному из двух своих соседей, то существует $2^8 = 256$ элементарных исходов расстановки рожек над головами ребят, из которых только четыре – благоприятных: каждый будет «ставить рожки» своему соседу справа; ИЛИ каждый будет «ставить рожки» своему соседу слева; ИЛИ дети разобьются по кругу на 4 пары, а в каждой паре будут «ставить рожки» друг другу (есть 2 варианта разбиения на такие пары). Значит, искомая вероятность равна $\frac{4}{256} = \frac{1}{64} = 0{,}015625$.

Вероятность p события «Над головой случайного ребёнка не будет рожек» равна $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ (оба соседа этого ребёнка «ставят рожки» не ему).

$$E(X) = n \cdot p = 8 \cdot \frac{1}{4} = 2.$$

Ответ:

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

2. 0

3. 0,015625

4. 2

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Рожки. Вариант № 4

#1244259

Шестеро ребят встали в круг. Каждый решил «поставить рожки» ровно одному из своих соседей случайным образом.

**1.** Сколько ребят могло оказаться без рожек над головой? Запишите наибольший из возможных ответов. В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Правильный ответ:

**2**

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

**2.** Сколько ребят могло оказаться без рожек над головой? Запишите наименьший из возможных ответов. В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Правильный ответ:

**0**

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

**3.** Найдите вероятность события «Количество ребят без рожек над головой – наименьшее из возможных». В качестве ответа вводите целое число или конечную десятичную дробь. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

Правильный ответ:

**0.0625**

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

**4.** Найдите математическое ожидание случайной величины «количество ребят без рожек над головой». В качестве ответа вводите целое число или конечную десятичную дробь. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

Правильный ответ:

**1.5**

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

В сумме над головами детей будет $6$ пар рожек. У каждого над головой не более двух пар. Тем самым как минимум трое будут с рожками. В этом случае. У каждого ребенка с рожками над головой должны быть $2$ пары рожек. Покажем, что трое НЕ могли остаться без рожек. Назовём детей (по часовой стрелке) А; Б; В; Г; Д; Е. Пусть А И В «ставят рожки» Б; Б «ставит рожки» В (без ограничения общности). Тогда над головой у В должно быть **две** пары рожек, то есть Г должен ставить рожки В. Остались только Д и Е. Они не могут «поставить рожки» кому-то одному, так как являются соседями. Противоречие к существованию трёх безрогих.

Однако если Д поставит рожки Е, а Е – Д, то двое: А и Г останутся безрогими (такое возможно).

Если, к примеру, каждый будет «ставить рожки» своему соседу справа, то пара рогов будет над головой у каждого, значит, наименьшее количество ребят без рожек –$0$.

Так как каждый из шести ребят должен «поставить рожки» одному из двух своих соседей, то существует $2^6 = 64$ элементарных исходов расстановки рожек над головами ребят, из которых только четыре – благоприятных: каждый будет «ставить рожки» своему соседу справа; ИЛИ каждый будет «ставить рожки» своему соседу слева; ИЛИ дети разобьются по кругу на 3 пары, а в каждой паре будут «ставить рожки» друг другу (есть 2 варианта разбиения на такие пары). Значит, искомая вероятность равна $\frac{4}{64} = \frac{1}{16} = 0{,}0625$.

Вероятность р события «Над головой случайного ребёнка не будет рожек» равна $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ (оба соседа этого ребёнка «ставят рожки» не ему).

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

$$E(X) = n \cdot p = 6 \cdot \frac{1}{4} = 1{,}5.$$

Ответ:

1. 2
2. 0
3. 0,0625
4. 1,5

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

# Рожки. Вариант № 5

#1244266

Девять ребят встали в круг. Каждый решил «поставить рожки» ровно одному из своих соседей случайным образом.

**1.** Сколько ребят могло оказаться без рожек над головой? Запишите наибольший из возможных ответов. В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Правильный ответ:

**4**

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

**2.** Сколько ребят могло оказаться без рожек над головой? Запишите наименьший из возможных ответов. В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Правильный ответ:

**0**

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

**3.** Найдите вероятность события «Количество ребят без рожек над головой – наименьшее из возможных». В качестве ответа вводите целое число или конечную десятичную дробь. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

Правильный ответ:

**0.00390625**

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

**4.** Найдите математическое ожидание случайной величины «количество ребят без рожек над головой». В качестве ответа вводите целое число или конечную десятичную дробь. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

Правильный ответ:

**2.25**

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

В сумме над головами детей будет $9$ пар рожек. У каждого над головой не более двух пар. Тем самым как минимум пятеро будут с рожками. Покажем, что **четверо** могли остаться без рожек. Назовём детей (по часовой стрелке) А; Б; В; Г; Д; Е; Ж; З; И. Пусть А «ставит рожки» Б; Б «ставит рожки» В; В «ставит рожки» Б; Г «ставит рожки» В; Д «ставит рожки» Е; Е «ставит рожки» Ж; Ж «ставит рожки» Е; З «ставит рожки» Ж; И «ставит рожки» З. Тем самым А, Г, Д и И остались без рожек.

Если, к примеру, каждый будет «ставить рожки» своему соседу справа, то пара рогов будет над головой у каждого, значит, наименьшее количество ребят без рожек – $0$.

Так как каждый из девяти ребят должен «поставить рожки» одному из двух своих соседей, то существует $2^9 = 512$ элементарных исходов расстановки рожек над головами ребят, из которых только два – благоприятных: каждый будет «ставить рожки» своему соседу справа ИЛИ каждый будет «ставить рожки» своему соседу слева. Значит, искомая вероятность равна $\frac{2}{512} = \frac{1}{256} = 0{,}00390625$.

Вероятность p события «Над головой случайного ребёнка не будет рожек» равна $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ (оба соседа этого ребёнка «ставят рожки» не ему).

$$E(X) = n \cdot p = 9 \cdot \frac{1}{4} = 2{,}25.$$

Ответ:

1. 4

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

3. 0,00390625

4. 2,25

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера