Школьный этап по математике

Математика. 10 класс. Ограничение по времени: 120 мин.

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Я соглашаюсь с условиями

Площадь трапеции . Вариант № 1

#1243750

В качестве ответа вводите целое число или конечную десятичную дробь. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

В трапеции $MNPT$ с основаниями NP и MT известно, что $MN = NP$ и $2MN = MT$. Диагональ MP равна 9, а боковая сторона PT равна 7. Найдите площадь трапеции.

Правильный ответ:

47.25

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Отметим точку A — середину стороны MT.

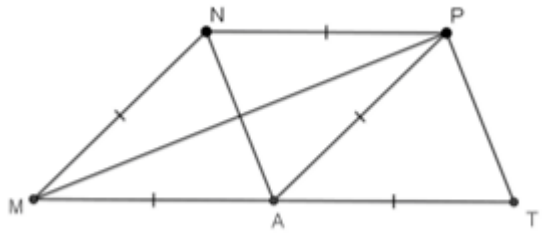
Тогда $MA = PN$ и $MA \parallel PN$, откуда $MNPA$ — параллелограмм.

Аналогично $NP = AT$ и $NP \parallel AT$, откуда $ANPT$ — параллелограмм.

Тогда $S_{MNA} = \frac{1}{2} S_{MNPA} = S_{ANP} = \frac{1}{2} S_{ANPT} = S_{APT}$. В $\triangle MPT$ отрезок PA будет медианой, равной половине стороны, к которой она проведена. То есть треугольник MPT — прямоугольный. Поскольку $MP \perp PT$, а $AN \parallel PT$, то $MP \perp AN$, т. е. $MNPA$ — ромб и его площадь $S_{MNPA} = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 9 = 31{,}5$.

Тогда $S_{APT} = \frac{1}{2} S_{MNPA} = \frac{1}{2} \cdot 31{,}5 = 15{,}75$.

Следовательно,
$S_{MNPT} = S_{MNPA} + S_{APT} = 31{,}5 + 15{,}75 = 47{,}25$.



Ответ: $47{,}25$

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Площадь трапеции . Вариант № 2

#1243762

В качестве ответа вводите целое число или конечную десятичную дробь. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

В трапеции $MNPT$ с основаниями NP и MT известно, что $MN = NP$ и $2MN = MT$. Диагональ MP равна 7, а боковая сторона PT равна 5. Найдите площадь трапеции.

Правильный ответ:

26.25

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Отметим точку A — середину стороны MT.

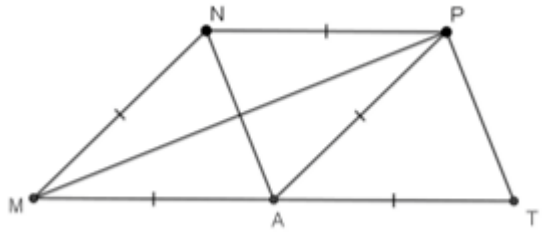
Тогда $MA = PN$ и $MA \parallel PN$, откуда $MNPA$ — параллелограмм.

Аналогично $NP = AT$ и $NP \parallel AT$, откуда $ANPT$ — параллелограмм.

Тогда $S_{MNA} = \frac{1}{2} S_{MNPA} = S_{ANP} = \frac{1}{2} S_{ANPT} = S_{APT}$. В $\triangle MPT$ отрезок PA будет медианой, равной половине стороны, к которой она проведена. То есть треугольник MPT — прямоугольный. Поскольку $MP \perp PT$, а $AN \parallel PT$, то $MP \perp AN$, т. е. $MNPA$ — ромб и его площадь $S_{MNPA} = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 5 = 17{,}5$.

Тогда $S_{APT} = \frac{1}{2} S_{MNPA} = \frac{1}{2} \cdot 17{,}5 = 8{,}75$.

Следовательно, $S_{MNPT} = S_{MNPA} + S_{APT} = 17{,}5 + 8{,}75 = 26{,}25$.



Ответ: $26{,}25$

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Площадь трапеции . Вариант № 3

#1243771

В качестве ответа вводите целое число или конечную десятичную дробь. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

В трапеции $MNPT$ с основаниями NP и MT известно, что $MN = NP$ и $2MN = MT$. Диагональ MP равна 11, а боковая сторона PT равна 9. Найдите площадь трапеции.

Правильный ответ:

74.25

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Отметим точку A — середину стороны MT.

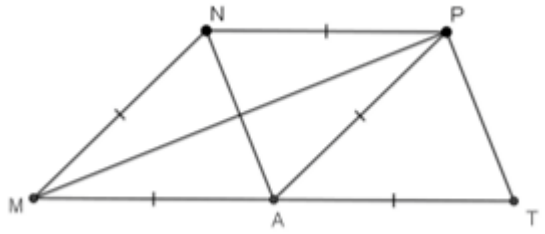
Тогда $MA = PN$ и $MA \parallel PN$, откуда $MNPA$ — параллелограмм.

Аналогично $NP = AT$ и $NP \parallel AT$, откуда $ANPT$ — параллелограмм.

Тогда $S_{MNA} = \frac{1}{2} S_{MNPA} = S_{ANP} = \frac{1}{2} S_{ANPT} = S_{APT}$. В $\triangle MPT$ отрезок PA будет медианой, равной половине стороны, к которой она проведена. То есть треугольник MPT — прямоугольный. Поскольку $MP \perp PT$, а $AN \parallel PT$, то $MP \perp AN$, т. е. $MNPA$ — ромб и его площадь $S_{MNPA} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 11 = 49{,}5$.

Тогда $S_{APT} = \frac{1}{2} S_{MNPA} = \frac{1}{2} \cdot 49{,}5 = 24{,}75$.

Следовательно,
$S_{MNPT} = S_{MNPA} + S_{APT} = 49{,}5 + 24{,}75 = 74{,}25$.



Ответ: $74{,}25$

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Площадь трапеции . Вариант № 4

#1243785

В качестве ответа вводите целое число или конечную десятичную дробь. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

В трапеции $MNPT$ с основаниями NP и MT известно, что $MN = NP$ и $2MN = MT$. Диагональ MP равна 13, а боковая сторона PT равна 11. Найдите площадь трапеции.

Правильный ответ:

107.25

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Отметим точку A — середину стороны MT.

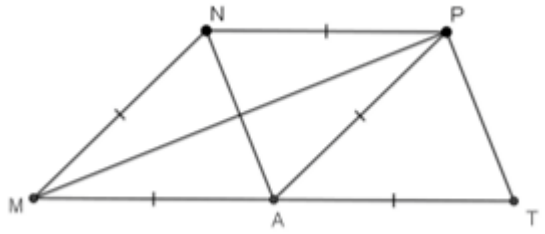
Тогда $MA = PN$ и $MA \parallel PN$, откуда $MNPA$ — параллелограмм.

Аналогично $NP = AT$ и $NP \parallel AT$, откуда $ANPT$ — параллелограмм.

Тогда $S_{MNA} = \frac{1}{2} S_{MNPA} = S_{ANP} = \frac{1}{2} S_{ANPT} = S_{APT}$. В $\triangle MPT$ отрезок PA будет медианой, равной половине стороны, к которой она проведена. То есть треугольник MPT — прямоугольный. Поскольку $MP \perp PT$, а $AN \parallel PT$, то $MP \perp AN$, т. е. $MNPA$ — ромб и его площадь $S_{MNPA} = \frac{1}{2} \cdot 13 \cdot 11 = 71{,}5$.

Тогда $S_{APT} = \frac{1}{2} S_{MNPA} = \frac{1}{2} \cdot 71{,}5 = 35{,}75$.

Следовательно,
$S_{MNPT} = S_{MNPA} + S_{APT} = 71{,}5 + 35{,}75 = 107{,}25$.



Ответ: $107{,}25$

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Площадь трапеции . Вариант № 5

#1243789

В качестве ответа вводите целое число или конечную десятичную дробь. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

В трапеции $MNPT$ с основаниями NP и MT известно, что $MN = NP$ и $2MN = MT$. Диагональ MP равна 11, а боковая сторона PT равна 7. Найдите площадь трапеции.

Правильный ответ:

57.75

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Отметим точку A — середину стороны MT.

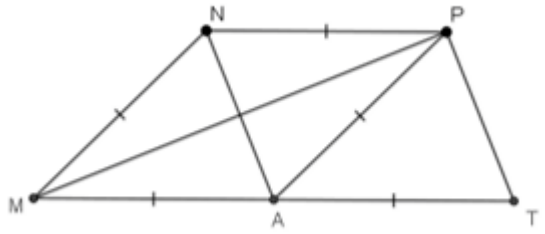
Тогда $MA = PN$ и $MA \parallel PN$, откуда $MNPA$ — параллелограмм.

Аналогично $NP = AT$ и $NP \parallel AT$, откуда $ANPT$ — параллелограмм.

Тогда $S_{MNA} = \frac{1}{2} S_{MNPA} = S_{ANP} = \frac{1}{2} S_{ANPT} = S_{APT}$. В $\triangle MPT$ отрезок PA будет медианой, равной половине стороны, к которой она проведена. То есть треугольник MPT — прямоугольный. Поскольку $MP \perp PT$, а $AN \parallel PT$, то $MP \perp AN$, т. е. $MNPA$ — ромб и его площадь $S_{MNPA} = \frac{1}{2} \cdot 11 \cdot 7 = 38{,}5$.

Тогда $S_{APT} = \frac{1}{2} S_{MNPA} = \frac{1}{2} \cdot 38{,}5 = 19{,}25$.

Следовательно, $S_{MNPT} = S_{MNPA} + S_{APT} = 38{,}5 + 19{,}25 = 57{,}75$.



Ответ: $57{,}75$

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Многочлен . Вариант № 1

#1243814

В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Многочлен $P(x) = (x^2 - 3x + 2)^8$ преобразовали в стандартный вид:

$$P(x) = a_0x^{16} + a_1x^{15} + \cdots + a_{16}.$$

1. Найдите свободный коэффициент a_{16} этого многочлена.

Правильный ответ:

256

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

2. Найдите сумму $a_0 + a_1 + \cdots + a_{16}$ всех коэффициентов многочлена.

Правильный ответ:

0

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

$a_{16} = P(0) = 2^8 = 256$, а
$a_0 + a_1 + \cdots + a_{16} = P(1) = (1 - 3 + 2)^8 = 0$.

Ответ:

1. 256
2. 0

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Многочлен . Вариант № 2

#1243815

В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Многочлен $P(x) = (x^2 - 4x + 3)^6$ преобразовали в стандартный вид:

$$P(x) = a_0x^{12} + a_1x^{11} + \cdots + a_{12}.$$

1. Найдите свободный коэффициент a_{12} этого многочлена.

Правильный ответ:

729

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

2. Найдите сумму $a_0 + a_1 + \cdots + a_{12}$ всех коэффициентов многочлена.

Правильный ответ:

0

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

$a_{12} = P(0) = 3^6 = 729$, а
$a_0 + a_1 + \cdots + a_{12} = P(1) = (1 - 4 + 3)^6 = 0$.

Ответ:

1. 729
2. 0

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Многочлен . Вариант № 3

#1243816

В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Многочлен $P(x) = (x^2 - 3x + 3)^6$ преобразовали в стандартный вид:

$$P(x) = a_0x^{12} + a_1x^{11} + \cdots + a_{12}.$$

1. Найдите свободный коэффициент a_{12} этого многочлена.

Правильный ответ:

729

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

2. Найдите сумму $a_0 + a_1 + \cdots + a_{12}$ всех коэффициентов многочлена.

Правильный ответ:

1

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

$a_{12} = P(0) = 3^6 = 729$, а
$a_0 + a_1 + \cdots + a_{12} = P(1) = (1 - 3 + 3)^6 = 1$.

Ответ:

1. 729
2. 1

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Многочлен . Вариант № 4

#1243817

В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Многочлен $P(x) = (x^2 - 2x + 2)^8$ преобразовали в стандартный вид:

$$P(x) = a_0x^{16} + a_1x^{15} + \cdots + a_{16}.$$

1. Найдите свободный коэффициент a_{16} этого многочлена.

Правильный ответ:

256

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

2. Найдите сумму $a_0 + a_1 + \cdots + a_{16}$ всех коэффициентов многочлена.

Правильный ответ:

1

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

$a_{16} = P(0) = 2^8 = 256$, а
$a_0 + a_1 + \cdots + a_{16} = P(1) = (1 - 2 + 2)^8 = 1$.

Ответ:

1. 256
2. 1

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Многочлен . Вариант № 5

#1243818

В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Многочлен $P(x) = (x^2 - 5x + 4)^4$ преобразовали в стандартный вид:

$$P(x) = a_0x^8 + a_1x^7 + \cdots + a_8.$$

1. Найдите свободный коэффициент a_8 этого многочлена.

Правильный ответ:

256

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

2. Найдите сумму $a_0 + a_1 + \cdots + a_8$ всех коэффициентов многочлена.

Правильный ответ:

0

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

$a_8 = P(0) = 4^4 = 256$, а
$a_0 + a_1 + \cdots + a_8 = P(1) = (1 - 5 + 4)^4 = 0$.

Ответ:

1. 256
2. 0

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Натуральные делители. Вариант № 1

#1243829

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Найдите наименьшее натуральное число, у которого ровно 12 различных натуральных делителей. Чему равно это число?

Правильный ответ:

60

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

$12 = 6 \cdot 2 = 3 \cdot 4 = 2 \cdot 2 \cdot 3$.

Если исходное натуральное число N представить в виде $p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \cdot \ldots \cdot p_k^{n_k}$, где p_i — различные простые числа, n_i — натуральные числа, то количество натуральных делителей числа N определяется выражением $(n_1 + 1) \cdot (n_2 + 1) \cdot \ldots \cdot (n_k + 1)$.

Поэтому возможны следующие случаи: $N = p_1^{11}$ или $N = p_1^5 p_2^1$ или $N = p_1^2 p_2^3$ или $N = p_1^1 p_2^1 p_3^2$.

1) Для случая $N = p_1^{11}$ наименьшим будет $N = 2^{11} = 2048$.

2) Для случая $N = p_1^5 p_2^1$ наименьшим будет $N = 2^5 \cdot 3 = 96$.

3) Для случая $N = p_1^2 p_2^3$ наименьшим будет $N = 3^2 \cdot 2^3 = 72$.

4) Для случая $N = p_1^1 p_2^1 p_3^2$ наименьшим будет $N = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$.

Ответ: 60

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Натуральные делители. Вариант № 2

#1243844

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Найдите наименьшее натуральное число, у которого ровно 10 различных натуральных делителей. Чему равно это число?

Правильный ответ:

48

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

$10 = 5 \cdot 2 = 10 \cdot 1$.

Если исходное натуральное число N представить в виде $p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \cdot \ldots \cdot p_k^{n_k}$, где p_i — различные простые числа, n_i — натуральные числа, то количество натуральных делителей числа N определяется выражением $(n_1 + 1) \cdot (n_2 + 1) \cdot \ldots \cdot (n_k + 1)$.

Поэтому возможны следующие случаи: $N = p_1^9$ или $N = p_1^4 p_2^1$.

1) Для случая $N = p_1^9$ наименьшим будет $N = 2^9 = 512$.

2) Для случая $N = p_1^4 p_2^1$ наименьшим будет $N = 2^4 \cdot 3 = 48$.

Ответ: 48

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Натуральные делители. Вариант № 3

#1243851

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Найдите наименьшее натуральное число, у которого ровно 14 различных натуральных делителей. Чему равно это число?

Правильный ответ:

192

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

$14 = 7 \cdot 2 = 14 \cdot 1$.

Если исходное натуральное число N представить в виде $p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \cdot \ldots \cdot p_k^{n_k}$, где p_i — различные простые числа, n_i — натуральные числа, то количество натуральных делителей числа N определяется выражением $(n_1 + 1) \cdot (n_2 + 1) \cdot \ldots \cdot (n_k + 1)$.

Поэтому возможны следующие случаи: $N = p_1^{13}$ или $N = p_1^6 p_2^1$.

1) Для случая $N = p_1^{13}$ наименьшим будет $N = 2^{13} = 8192$.

2) Для случая $N = p_1^6 p_2^1$ наименьшим будет $N = 2^6 \cdot 3 = 192$.

Ответ: 192

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Натуральные делители. Вариант № 4

#1243854

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Найдите наименьшее натуральное число, у которого ровно 16 различных натуральных делителей. Чему равно это число?

Правильный ответ:

120

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

$16 = 16 \cdot 1 = 8 \cdot 2 = 4 \cdot 4 = 2 \cdot 2 \cdot 4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$.

Если исходное натуральное число N представить в виде $p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \cdot \ldots \cdot p_k^{n_k}$, где p_i — различные простые числа, n_i — натуральные числа, то количество натуральных делителей числа N определяется выражением $(n_1 + 1) \cdot (n_2 + 1) \cdot \ldots \cdot (n_k + 1)$.

Поэтому возможны следующие случаи: $N = p_1^{15}$ или $N = p_1^7 p_2^1$ или $N = p_1^3 p_2^3$ или $N = p_1^1 p_2^1 p_3^3$ или $N = p_1^1 p_2^1 p_3^1 p_4^1$.

1) Для случая $N = p_1^{15}$ наименьшим будет $N = 2^{15} = 32768$.

2) Для случая $N = p_1^7 p_2^1$ наименьшим будет $N = 2^7 \cdot 3 = 384$.

3) Для случая $N = p_1^3 p_2^3$ наименьшим будет $N = 3^3 \cdot 2^3 = 216$.

4) Для случая $N = p_1^1 p_2^1 p_3^3$ наименьшим будет $N = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$.

5) Для случая $N = p_1^1 p_2^1 p_3^1 p_4^1$ наименьшим будет $N = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$.

Ответ: 120

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Натуральные делители. Вариант № 5

#1243861

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Найдите наименьшее натуральное число, у которого ровно 18 различных натуральных делителей. Чему равно это число?

Правильный ответ:

180

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

$18 = 18 \cdot 1 = 9 \cdot 2 = 6 \cdot 3 = 2 \cdot 3 \cdot 3$.

Если исходное натуральное число N представить в виде $p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \cdot \ldots \cdot p_k^{n_k}$, где p_i — различные простые числа, n_i — натуральные числа, то количество натуральных делителей числа N определяется выражением $(n_1 + 1) \cdot (n_2 + 1) \cdot \ldots \cdot (n_k + 1)$.

Поэтому возможны следующие случаи: $N = p_1^{17}$ или $N = p_1^8 p_2^1$ или $N = p_1^2 p_2^5$ или $N = p_1^1 p_2^2 p_3^2$.

1) Для случая $N = p_1^{17}$ наименьшим будет $N = 2^{17} = 131072$.

2) Для случая $N = p_1^8 p_2^1$ наименьшим будет $N = 2^8 \cdot 3 = 768$.

3) Для случая $N = p_1^2 p_2^5$ наименьшим будет $N = 3^2 \cdot 2^5 = 288$.

4) Для случая $N = p_1^1 p_2^2 p_3^2$ наименьшим будет $N = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$.

Ответ: 180

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Пенальти. Вариант № 1

#1243886

Футболист бьёт четыре пенальти подряд. Каждый удар он забивает с вероятностью $0{,}4$ независимо от остальных, но есть одна особенность: если удар не забит, то футболист собирается – и следующий удар забивает обязательно.

1. Сколько благоприятных исходов для события «в условиях задачи из четырёх ударов будет забито ровно два»? В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Правильный ответ:

3

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

2. Какова вероятность того, что из четырёх ударов будет забито ровно два? В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до трёх знаков после запятой. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,145

Правильный ответ:

0.648

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Пусть M_i обозначает промах в i-й попытке, H_i — попадание в i-й попытке. Из условия задачи ясно, что событие M_iM_{i+1} для любого натурального i является невозможным, так как после промаха гарантированно следует попадание.

Элементарные исходы, удовлетворяющие условию задачи: $M_1H_2H_3M_4$, $M_1H_2M_3H_4$ и $H_1M_2H_3M_4$. Их ровно 3.

Теперь посчитаем вероятность того, что из четырёх ударов будет забито ровно два:

$$p(M_1H_2H_3M_4 \cup M_1H_2M_3H_4 \cup H_1M_2H_3M_4) = 0{,}6 \cdot 1 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6 + 0{,}6 \cdot 1 \cdot 0{,}6 \cdot 1 + 0{,}4 \cdot 0{,}6 \cdot 1 \cdot 0{,}6 = 0{,}648$$

.

Ответ:

1. 3 исхода
2. вероятность $0{,}648$

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Пенальти. Вариант № 2

#1243905

Футболист бьёт четыре пенальти подряд. Каждый удар он забивает с вероятностью $0{,}5$ независимо от остальных, но есть одна особенность: если удар не забит, то футболист собирается – и следующий удар забивает обязательно.

1. Сколько благоприятных исходов для события «в условиях задачи из четырёх ударов будет забито ровно два»? В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Правильный ответ:

3

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

2. Какова вероятность того, что из четырёх ударов будет забито ровно два? В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до трёх знаков после запятой. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,145

Правильный ответ:

0.5

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Пусть M_i обозначает промах в i-й попытке, H_i — попадание в i-й попытке. Из условия задачи ясно, что событие M_iM_{i+1} для любого натурального i является невозможным, так как после промаха гарантированно следует попадание.

Элементарные исходы, удовлетворяющие условию задачи: $M_1H_2H_3M_4$, $M_1H_2M_3H_4$ и $H_1M_2H_3M_4$. Их ровно 3.

Теперь посчитаем вероятность того, что из четырёх ударов будет забито ровно два:

$$p(M_1H_2H_3M_4 \cup M_1H_2M_3H_4 \cup H_1M_2H_3M_4) = 0{,}5 \cdot 1 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5 + 0{,}5 \cdot 1 \cdot 0{,}5 \cdot 1 + 0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 1 \cdot 0{,}5 = 0{,}5$$

.

Ответ:

1. 3 исхода
2. вероятность $0{,}5$

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Пенальти. Вариант № 3

#1243912

Футболист бьёт четыре пенальти подряд. Каждый удар он забивает с вероятностью $0{,}3$ независимо от остальных, но есть одна особенность: если удар не забит, то футболист собирается – и следующий удар забивает обязательно.

1. Сколько благоприятных исходов для события «в условиях задачи из четырёх ударов будет забито ровно два»? В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Правильный ответ:

3

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

2. Какова вероятность того, что из четырёх ударов будет забито ровно два? В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до трёх знаков после запятой. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,145

Правильный ответ:

0.784

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Пусть M_i обозначает промах в i-й попытке, H_i — попадание в i-й попытке. Из условия задачи ясно, что событие M_iM_{i+1} для любого натурального i является невозможным, так как после промаха гарантированно следует попадание.

Элементарные исходы, удовлетворяющие условию задачи: $M_1H_2H_3M_4$, $M_1H_2M_3H_4$ и $H_1M_2H_3M_4$. Их ровно 3.

Теперь посчитаем вероятность того, что из четырёх ударов будет забито ровно два:

$$p(M_1H_2H_3M_4 \cup M_1H_2M_3H_4 \cup H_1M_2H_3M_4) = 0{,}7 \cdot 1 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7 + 0{,}7 \cdot 1 \cdot 0{,}7 \cdot 1 + 0{,}3 \cdot 0{,}7 \cdot 1 \cdot 0{,}7 = 0{,}784$$

.

Ответ:

1. 3 исхода
2. вероятность $0{,}784$

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Пенальти. Вариант № 4

#1243913

Футболист бьёт пять пенальти подряд. Каждый удар он забивает с вероятностью $0{,}5$ независимо от остальных, но есть одна особенность: если удар не забит, то футболист собирается – и следующий удар забивает обязательно.

1. Сколько благоприятных исходов для события «в условиях задачи из пяти ударов будет забито ровно три»? В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Правильный ответ:

6

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

2. Какова вероятность того, что из пяти ударов будет забито ровно три? В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до четырёх знаков после запятой. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,1415

Правильный ответ:

0.5625

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Пусть M_i обозначает промах в i-й попытке, H_i — попадание в i-й попытке. Из условия задачи ясно, что событие M_iM_{i+1} для любого натурального i является невозможным, так как после промаха гарантированно следует попадание.

Элементарные исходы, удовлетворяющие условию задачи: $M_1H_2H_3M_4H_5$, $M_1H_2M_3H_4H_5$, $H_1M_2H_3M_4H_5$, $M_1H_2H_3H_4M_5$, $H_1H_2M_3H_4M_5$, $H_1M_2H_3H_4M_5$. Их ровно 6.

Теперь посчитаем вероятность того, что из пяти ударов будет забито ровно три:

$$0{,}5 \cdot 1 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 1 + 0{,}5 \cdot 1 \cdot 0{,}5 \cdot 1 \cdot 0{,}5 + 0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 1 \cdot 0{,}5 \cdot 1 + 0{,}5 \cdot 1 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5 + 0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 1 \cdot 0{,}5 + 0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 1 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}5625$$

Ответ:

1. 6 исходов
2. вероятность $0{,}5625$

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Пенальти. Вариант № 5

#1243930

Футболист бьёт пять пенальти подряд. Каждый удар он забивает с вероятностью $0{,}4$ независимо от остальных, но есть одна особенность: если удар не забит, то футболист собирается – и следующий удар забивает обязательно.

1. Сколько благоприятных исходов для события «в условиях задачи из пяти ударов будет забито ровно два»? В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Правильный ответ:

1

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

2. Какова вероятность того, что из пяти ударов будет забито ровно два? В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до трёх знаков после запятой. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,145

Правильный ответ:

0.216

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Пусть M_i обозначает промах в i-й попытке, H_i — попадание в i-й попытке. Из условия задачи ясно, что событие M_iM_{i+1} для любого натурального i является невозможным, так как после промаха гарантированно следует попадание.

Элементарный исход, удовлетворяющий условию задачи: $M_1H_2M_3H_4M_5$. Он ровно один.

Теперь посчитаем вероятность того, что из пяти ударов будет забито ровно два:

$$p(M_1H_2M_3H_4M_5) = 0{,}6 \cdot 1 \cdot 0{,}6 \cdot 1 \cdot 0{,}6 = 0{,}216$$

Ответ:

1. 1 исход
2. вероятность $0{,}216$

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Трафик. Вариант № 1

#1243947

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

В стране 20 городов, некоторые из них соединены двусторонними дорогами, причём из каждого города выходит ровно 3 дороги. Из любого города можно добраться в любой другой (возможно, с пересадками).

1. Сколько всего дорог в этой стране?

Правильный ответ:

30

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

2. Сколько дорог нужно закрыть, чтобы из любого города по-прежнему можно было добраться до любого другого, но ровно одним способом (то есть без повторного посещения городов маршрут был бы единственным)?

Правильный ответ:

11

Формула вычисления баллов: 0-4 1-0

4 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Если рассматривать города как вершины графа, а дороги между ними как рёбра графа, то сумма степеней всех вершин графа равна $20 \cdot 3 = 60$, а число рёбер (по лемме «О рукопожатиях») определяется как полусумма степеней его вершин: $60 : 2 = 30$.

Из условия задачи можно понять, что граф был связным.

Из любого связного графа можно получить дерево (называемое остовным деревом), просто удаляя лишние рёбра, которые образуют циклы.

Как это работает (простой алгоритм):

$1)$ Находим в графе любой цикл (замкнутый маршрут).

$2)$ Удаляем любое одно ребро из этого цикла. Граф при этом гарантированно остаётся связным, так как между концами удалённого ребра всё ещё можно пройти в обход по оставшейся части цикла.

$3)$ Повторяем этот шаг до тех пор, пока в графе не останется ни одного цикла. Как только все циклы исчезнут, а связность сохранится — по определению получится граф-дерево.

Графы-деревья – это единственный вид графов, в которых существует единственный путь, соединяющий любые две его вершины.

В графе-дереве число рёбер на 1 меньше числа вершин. Вершин было 20, значит, рёбер должно остаться 19. Тогда закрыть следует 11 дорог.

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

1. **30** дорог

2. **11** дорог

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Трафик. Вариант № 2

#1243948

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

В стране 16 городов, некоторые пары городов соединены двусторонними дорогами, причём из каждого города выходит ровно 3 дороги. Из любого города можно добраться в любой другой (возможно, с пересадками).

1. Сколько всего дорог в этой стране?

Правильный ответ:

24

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

2. Сколько дорог нужно закрыть, чтобы из любого города по-прежнему можно было добраться до любого другого, но ровно одним способом (то есть без повторного посещения городов маршрут был бы единственным)?

Правильный ответ:

9

Формула вычисления баллов: 0-4 1-0

4 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Если рассматривать города как вершины графа, а дороги между ними как рёбра графа, то сумма степеней всех вершин графа равна $16 \cdot 3 = 48$, а число рёбер (по лемме «О рукопожатиях») определяется как полусумма степеней его вершин: $48 : 2 = 24$.

Из условия задачи можно понять, что граф был связным.

Из любого связного графа можно получить дерево (называемое остовным деревом), просто удаляя лишние рёбра, которые образуют циклы.

Как это работает (простой алгоритм):

$1)$ Находим в графе любой цикл (замкнутый маршрут).

$2)$ Удаляем любое одно ребро из этого цикла. Граф при этом гарантированно остаётся связным, так как между концами удалённого ребра всё ещё можно пройти в обход по оставшейся части цикла.

$3)$ Повторяем этот шаг до тех пор, пока в графе не останется ни одного цикла. Как только все циклы исчезнут, а связность сохранится — по определению получится граф-дерево.

Графы-деревья – это единственный вид графов, в которых существует единственный путь, соединяющий любые две его вершины.

В графе-дереве число рёбер на 1 меньше числа вершин. Вершин было 16, значит, рёбер должно остаться 15. Тогда закрыть следует 9 дорог.

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

1. **24** дорог

2. **9** дорог

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Трафик. Вариант № 3

#1243955

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

В стране 24 города, некоторые пары городов соединены двусторонними дорогами, причём из каждого города выходит ровно 3 дороги. Из любого города можно добраться в любой другой (возможно, с пересадками).

1. Сколько всего дорог в этой стране?

Правильный ответ:

36

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

2. Сколько дорог нужно закрыть, чтобы из любого города по-прежнему можно было добраться до любого другого, но ровно одним способом (то есть без повторного посещения городов маршрут был бы единственным)?

Правильный ответ:

13

Формула вычисления баллов: 0-4 1-0

4 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Если рассматривать города как вершины графа, а дороги между ними как рёбра графа, то сумма степеней всех вершин графа равна $24 \cdot 3 = 72$, а число рёбер (по лемме «О рукопожатиях») определяется как полусумма степеней его вершин: $72 : 2 = 36$.

Из условия задачи можно понять, что граф был связным.

Из любого связного графа можно получить дерево (называемое остовным деревом), просто удаляя лишние рёбра, которые образуют циклы.

Как это работает (простой алгоритм):

$1)$ Находим в графе любой цикл (замкнутый маршрут).

$2)$ Удаляем любое одно ребро из этого цикла. Граф при этом гарантированно остаётся связным, так как между концами удалённого ребра всё ещё можно пройти в обход по оставшейся части цикла.

$3)$ Повторяем этот шаг до тех пор, пока в графе не останется ни одного цикла. Как только все циклы исчезнут, а связность сохранится — по определению получится граф-дерево.

Графы-деревья – это единственный вид графов, в которых существует единственный путь, соединяющий любые две его вершины.

В графе-дереве число рёбер на 1 меньше числа вершин. Вершин было 24, значит, рёбер должно остаться 23. Тогда закрыть следует 13 дорог.

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

1. **36** дорог

2. **13** дорог

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Трафик. Вариант № 4

#1243966

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

В стране 14 городов, некоторые пары городов соединены двусторонними дорогами, причём из каждого города выходит ровно 4 дороги. Из любого города можно добраться в любой другой (возможно, с пересадками).

1. Сколько всего дорог в этой стране?

Правильный ответ:

28

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

2. Сколько дорог нужно закрыть, чтобы из любого города по-прежнему можно было добраться до любого другого, но ровно одним способом (то есть без повторного посещения городов маршрут был бы единственным)?

Правильный ответ:

15

Формула вычисления баллов: 0-4 1-0

4 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Если рассматривать города как вершины графа, а дороги между ними как рёбра графа, то сумма степеней всех вершин графа равна $14 \cdot 4 = 56$, а число рёбер (по лемме «О рукопожатиях») определяется как полусумма степеней его вершин: $56 : 2 = 28$.

Из условия задачи можно понять, что граф был связным.

Из любого связного графа можно получить дерево (называемое остовным деревом), просто удаляя лишние рёбра, которые образуют циклы.

Как это работает (простой алгоритм):

$1)$ Находим в графе любой цикл (замкнутый маршрут).

$2)$ Удаляем любое одно ребро из этого цикла. Граф при этом гарантированно остаётся связным, так как между концами удалённого ребра всё ещё можно пройти в обход по оставшейся части цикла.

$3)$ Повторяем этот шаг до тех пор, пока в графе не останется ни одного цикла. Как только все циклы исчезнут, а связность сохранится — по определению получится граф-дерево.

Графы-деревья – это единственный вид графов, в которых существует единственный путь, соединяющий любые две его вершины.

В графе-дереве число рёбер на 1 меньше числа вершин. Вершин было 14, значит, рёбер должно остаться 13. Тогда закрыть следует 15 дорог.

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

1. **28** дорог

2. **15** дорог

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Трафик. Вариант № 5

#1243967

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

В стране 12 городов, некоторые пары городов соединены двусторонними дорогами, причём из каждого города выходит ровно 5 дорог. Из любого города можно добраться в любой другой (возможно, с пересадками).

1. Сколько всего дорог в этой стране?

Правильный ответ:

30

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

2. Сколько дорог нужно закрыть, чтобы из любого города по-прежнему можно было добраться до любого другого, но ровно одним способом (то есть без повторного посещения городов маршрут был бы единственным)?

Правильный ответ:

19

Формула вычисления баллов: 0-4 1-0

4 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Если рассматривать города как вершины графа, а дороги между ними как рёбра графа, то сумма степеней всех вершин графа равна $12 \cdot 5 = 60$, а число рёбер (по лемме «О рукопожатиях») определяется как полусумма степеней его вершин: $60 : 2 = 30$.

Из условия задачи можно понять, что граф был связным.

Из любого связного графа можно получить дерево (называемое остовным деревом), просто удаляя лишние рёбра, которые образуют циклы.

Как это работает (простой алгоритм):

$1)$ Находим в графе любой цикл (замкнутый маршрут).

$2)$ Удаляем любое одно ребро из этого цикла. Граф при этом гарантированно остаётся связным, так как между концами удалённого ребра всё ещё можно пройти в обход по оставшейся части цикла.

$3)$ Повторяем этот шаг до тех пор, пока в графе не останется ни одного цикла. Как только все циклы исчезнут, а связность сохранится — по определению получится граф-дерево.

Графы-деревья – это единственный вид графов, в которых существует единственный путь, соединяющий любые две его вершины.

В графе-дереве число рёбер на 1 меньше числа вершин. Вершин было 12, значит, рёбер должно остаться 11. Тогда закрыть следует 19 дорог.

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

1. **30** дорог

2. **19** дорог

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Раскраска прямоугольника. Вариант № 1

#1243968

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Некоторые клетки (хотя бы одну) белого клетчатого квадратного поля закрасили в красный цвет. Оказалось, что у каждой красной клетки ровно две соседние по стороне клетки тоже красные.

1. Сколько существует различных раскрасок с минимально возможным количеством красных клеток, если размер поля 4×4 клетки? (Поворачивать и разворачивать исходное клетчатое поле нельзя.)

Правильный ответ:

9

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

2. Сколько существует различных раскрасок с максимально возможным количеством красных клеток, если размер поля 4×4 клетки? (Поворачивать и разворачивать исходное клетчатое поле нельзя.)

Правильный ответ:

7

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Так как у каждой красной клетки две соседние по стороне клетки – тоже красные, то красных клеток как минимум 3.

Если красных клеток 3, то они образуют или прямоугольник 3×1, или трёхклеточный уголок.

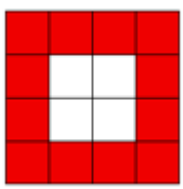
Но в обоих случаях в каждой фигуре найдутся ровно 2 красные клетки, у которых только один «сосед» красного цвета. Противоречие.

То есть красных клеток как минимум 4. Чтобы условие задачи выполнялось, эти 4 красные клетки должны образовать квадрат размером 2×2.

Квадрат размером 2×2 можно наложить на клетчатый квадрат 4×4 9-ю способами (вершины квадрата 2×2 располагаются в узлах). Левая верхняя клетка квадрата 2×2 может быть в любой клетке квадрата 4×4, кроме клеток последней строки и последнего столбца.

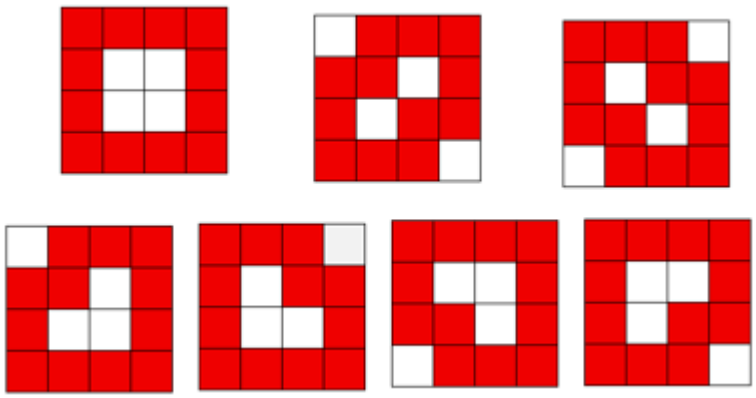
Изображён пример на 12 красных клеток. Покажем, что это максимальное количество.

Квадрат 4×4 можно разбить на 4 квадрата 2×2. Если красных клеток будет хотя бы 13, то найдётся полностью красный квадрат 2×2. Чтобы условие задачи выполнялось, нужно, чтобы 4 соседние по стороне с ним клетки не были красными, а это уже противоречие, так как количество таких клеток не превосходит 3..



Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Теперь остаётся перебрать все конструкции с 12-ю красными клетками. Таких раскрасок всего 7.



Ответ:

1. 9 раскрасок
2. 7 раскрасок

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Раскраска прямоугольника. Вариант № 2

#1243969

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Некоторые клетки (хотя бы одну) белого клетчатого квадратного поля закрасили в красный цвет. Оказалось, что у каждой красной клетки ровно две соседние по стороне клетки тоже красные.

1. Сколько существует различных раскрасок с минимально возможным количеством красных клеток, если размер поля 5×5 клеток? (Поворачивать и разворачивать исходное клетчатое поле нельзя.)

Правильный ответ:

16

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

2. Сколько существует различных раскрасок с максимально возможным количеством красных клеток, если размер поля 4×4 клетки? (Поворачивать и разворачивать исходное клетчатое поле нельзя.)

Правильный ответ:

7

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Так как у каждой красной клетки две соседние по стороне клетки – тоже красные, то красных клеток как минимум 3.

Если красных клеток 3, то они образуют или прямоугольник 3×1, или трёхклеточный уголок.

Но в обоих случаях в каждой фигуре найдутся ровно 2 красные клетки, у которых только один «сосед» красного цвета. Противоречие.

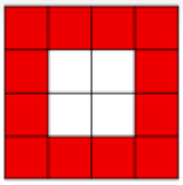
То есть красных клеток как минимум 4. Чтобы условие задачи выполнялось, эти 4 красные клетки должны образовать квадрат размером 2×2.

Квадрат размером 2×2 можно наложить на клетчатый квадрат 5×5 16-ю способами (вершины квадрата 2×2 располагаются в узлах). Левая верхняя клетка квадрата 2×2 может быть в любой клетке квадрата 5×5, кроме клеток последней строки и последнего столбца.

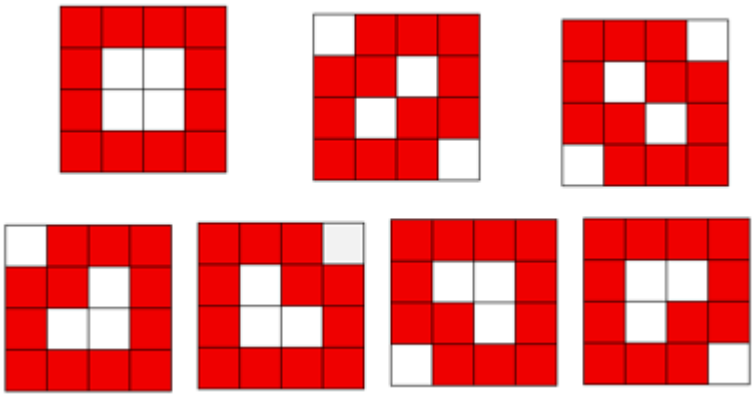
Изображён пример на 12 красных клеток. Покажем, что это максимальное количество.

Квадрат 4×4 можно разбить на 4 квадрата 2×2. Если красных клеток будет хотя бы 13, то найдётся полностью красный квадрат 2×2. Чтобы условие задачи выполнялось, нужно, чтобы 4 соседние по стороне с ним клетки не были красными, а это уже противоречие, так как количество таких клеток не превосходит 3.

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера



Теперь остаётся перебрать все конструкции с 12-ю красными клетками. Таких раскрасок всего 7.



Ответ:

1. 16 раскрасок
2. 7 раскрасок

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Раскраска прямоугольника. Вариант № 3

#1243970

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Некоторые клетки (хотя бы одну) белого клетчатого квадратного поля закрасили в красный цвет. Оказалось, что у каждой красной клетки ровно две соседние по стороне клетки тоже красные.

1. Сколько существует различных раскрасок с минимально возможным количеством красных клеток, если размер поля 6×6 клеток? (Поворачивать и разворачивать исходное клетчатое поле нельзя.)

Правильный ответ:

25

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

2. Сколько существует различных раскрасок с максимально возможным количеством красных клеток, если размер поля 4×4 клетки? (Поворачивать и разворачивать исходное клетчатое поле нельзя.)

Правильный ответ:

7

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Так как у каждой красной клетки две соседние по стороне клетки – тоже красные, то красных клеток как минимум 3.

Если красных клеток 3, то они образуют или прямоугольник 3×1, или трёхклеточный уголок.

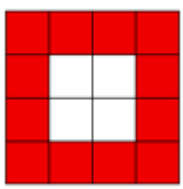
Но в обоих случаях в каждой фигуре найдутся ровно 2 красные клетки, у которых только один «сосед» красного цвета. Противоречие.

То есть красных клеток как минимум 4. Чтобы условие задачи выполнялось, эти 4 красные клетки должны образовать квадрат размером 2×2.

Квадрат размером 2×2 можно наложить на клетчатый квадрат 6×6 25-ю способами (вершины квадрата 2×2 располагаются в узлах). Левая верхняя клетка квадрата 2×2 может быть в любой клетке квадрата 6×6, кроме клеток последней строки и последнего столбца.

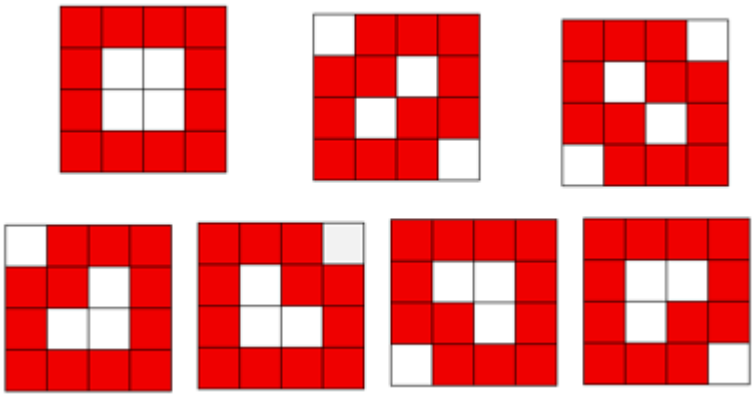
Изображён пример на 12 красных клеток. Покажем, что это максимальное количество.

Квадрат 4×4 можно разбить на 4 квадрата 2×2. Если красных клеток будет хотя бы 13, то найдётся полностью красный квадрат 2×2. Чтобы условие задачи выполнялось, нужно, чтобы 4 соседние по стороне с ним клетки не были красными, а это уже противоречие, так как количество таких клеток не превосходит 3.



Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Теперь остаётся перебрать все конструкции с 12-ю красными клетками. Таких раскрасок всего 7.



Ответ:

1. 25 раскрасок

2. 7 раскрасок

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Раскраска прямоугольника. Вариант № 4

#1243971

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Некоторые клетки (хотя бы одну) белого клетчатого квадратного поля закрасили в красный цвет. Оказалось, что у каждой красной клетки ровно две соседние по стороне клетки тоже красные.

1. Сколько существует различных раскрасок с минимально возможным количеством красных клеток, если размер поля 7×7 клеток? (Поворачивать и разворачивать исходное клетчатое поле нельзя.)

Правильный ответ:

36

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

2. Сколько существует различных раскрасок с максимально возможным количеством красных клеток, если размер поля 4×4 клетки? (Поворачивать и разворачивать исходное клетчатое поле нельзя.)

Правильный ответ:

7

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Так как у каждой красной клетки две соседние по стороне клетки – тоже красные, то красных клеток как минимум 3.

Если красных клеток 3, то они образуют или прямоугольник 3×1, или трёхклеточный уголок.

Но в обоих случаях в каждой фигуре найдутся ровно 2 красные клетки, у которых только один «сосед» красного цвета. Противоречие.

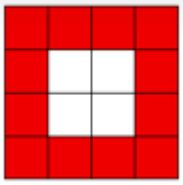
То есть красных клеток как минимум 4. Чтобы условие задачи выполнялось, эти 4 красные клетки должны образовать квадрат размером 2×2.

Квадрат размером 2×2 можно наложить на клетчатый квадрат 7×7 36-ю способами (вершины квадрата 2×2 располагаются в узлах). Левая верхняя клетка квадрата 2×2 может быть в любой клетке квадрата 7×7, кроме клеток последней строки и последнего столбца.

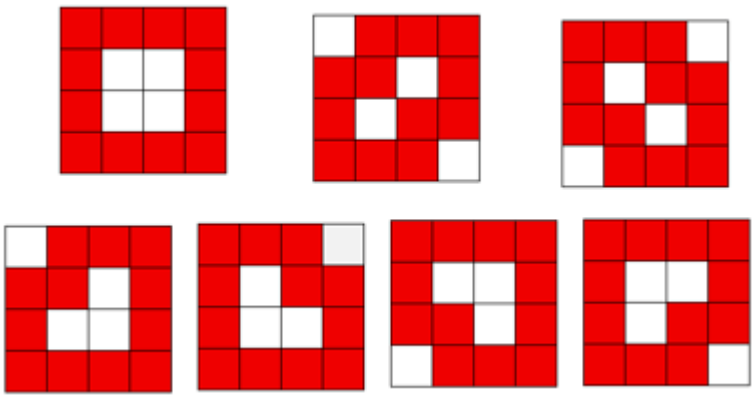
Изображён пример на 12 красных клеток. Покажем, что это максимальное количество.

Квадрат 4×4 можно разбить на 4 квадрата 2×2. Если красных клеток будет хотя бы 13, то найдётся полностью красный квадрат 2×2. Чтобы условие задачи выполнялось, нужно, чтобы 4 соседние по стороне с ним клетки не были красными, а это уже противоречие, так как количество таких клеток не превосходит 3.

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера



Теперь остаётся перебрать все конструкции с 12-ю красными клетками. Таких раскрасок всего 7.



Ответ:

1. 36 раскрасок
2. 7 раскрасок

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Раскраска прямоугольника. Вариант № 5

#1243972

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Некоторые клетки (хотя бы одну) белого клетчатого квадратного поля закрасили в красный цвет. Оказалось, что у каждой красной клетки ровно две соседние по стороне клетки тоже красные.

1. Сколько существует различных раскрасок с минимально возможным количеством красных клеток, если размер поля 8×8 клеток? (Поворачивать и разворачивать исходное клетчатое поле нельзя.)

Правильный ответ:

49

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

2. Сколько существует различных раскрасок с максимально возможным количеством красных клеток, если размер поля 4×4 клетки? (Поворачивать и разворачивать исходное клетчатое поле нельзя.)

Правильный ответ:

7

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Так как у каждой красной клетки две соседние по стороне клетки – тоже красные, то красных клеток как минимум 3.

Если красных клеток 3, то они образуют или прямоугольник 3×1, или трёхклеточный уголок.

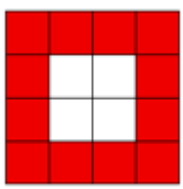
Но в обоих случаях в каждой фигуре найдутся ровно 2 красные клетки, у которых только один «сосед» красного цвета. Противоречие.

То есть красных клеток как минимум 4. Чтобы условие задачи выполнялось, эти 4 красные клетки должны образовать квадрат размером 2×2.

Квадрат размером 2×2 можно наложить на клетчатый квадрат 8×8 49-ю способами (вершины квадрата 2×2 располагаются в узлах). Левая верхняя клетка квадрата 2×2 может быть в любой клетке квадрата 8×8, кроме клеток последней строки и последнего столбца.

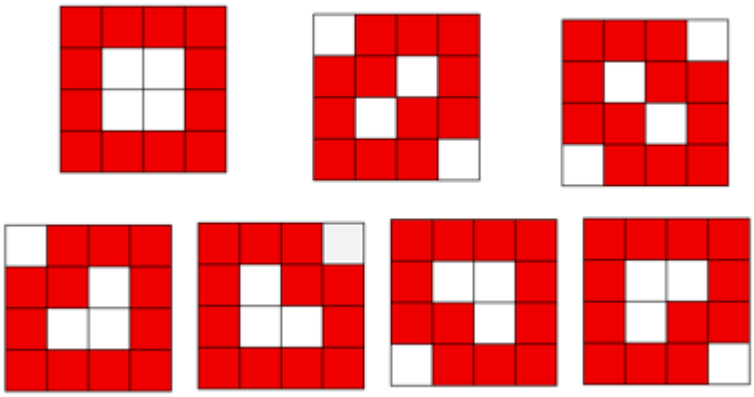
Изображён пример на 12 красных клеток. Покажем, что это максимальное количество.

Квадрат 4×4 можно разбить на 4 квадрата 2×2. Если красных клеток будет хотя бы 13, то найдётся полностью красный квадрат 2×2. Чтобы условие задачи выполнялось, нужно, чтобы 4 соседние по стороне с ним клетки не были красными, а это уже противоречие, так как количество таких клеток не превосходит 3.



Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Теперь остаётся перебрать все конструкции с 12-ю красными клетками. Таких раскрасок всего 7.



Ответ:

1. 49 раскрасок

2. 7 раскрасок

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Фонари на шоссе. Вариант № 1

#1243973

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Каждый уличный фонарь освещает на поверхности земли всё вокруг в радиусе 25 метров. Эти фонари ставят на обочины участка прямоугольного шоссе шириной 20 метров и длиной 2350 метров так, чтобы весь участок шоссе был освещён. Какое количество фонарей нужно поставить? В ответ запишите наименьший из возможных вариантов ответа.

Правильный ответ:

59

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

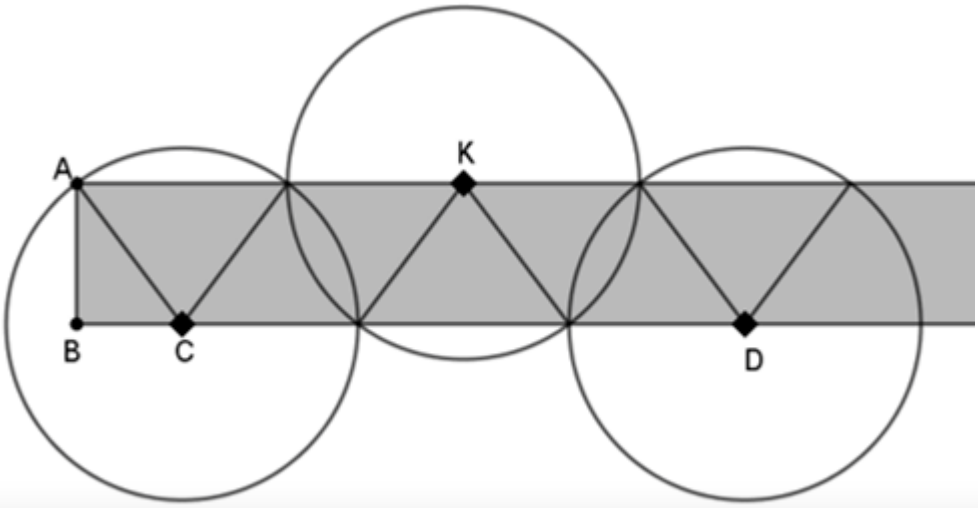
Решение задачи:

Изобразим дорогу в виде прямоугольника. Сначала определим положение крайнего фонаря, чтобы с краю не осталось неосвещаемых частей. Из условия $AB = 20$ м, $AC = 25$ м, применив теорему Пифагора к треугольнику ABC, найдём $BC = \sqrt{25^2 - 20^2}$ м $= 15$ м. Можно сказать, что каждый фонарь, стоящий на обочине дороги, освещает 50 метров своей обочины и только 30 метров противоположной. Следовательно, фонари нужно распределять по обочинам равномерно (через один), а минимальное количество фонарей будет достигнуто тогда, когда каждая обочина освещена только одним фонарём.

Первый фонарь на левой обочине ставим на расстоянии 15 метров от начала шоссе, следующий за ним фонарь на левой обочине ставим на расстоянии $30 + 50 = 80$ метров от первого фонаря (см. рис.) и так далее.

Заметим, что $15 + 80 \cdot 29 + 15 = 2350$. Двадцать девять 80-метровых промежутков образованы 30-ю фонарями по левой стороне дороги, между которыми будет ещё 29 фонарей на правой обочине.

Итого: для полного освещения участка шоссе необходимо минимум 59 фонарей.



Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Ответ: **59** фонарей.

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Фонари на шоссе. Вариант № 2

#1243974

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Каждый уличный фонарь освещает на поверхности земли всё вокруг в радиусе 25 метров. Эти фонари ставят на обочины участка прямоугольного шоссе шириной 20 метров и длиной 1950 метров так, чтобы весь участок шоссе был освещён. Какое количество фонарей нужно поставить? В ответ запишите наименьший из возможных вариантов ответа.

Правильный ответ:

49

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

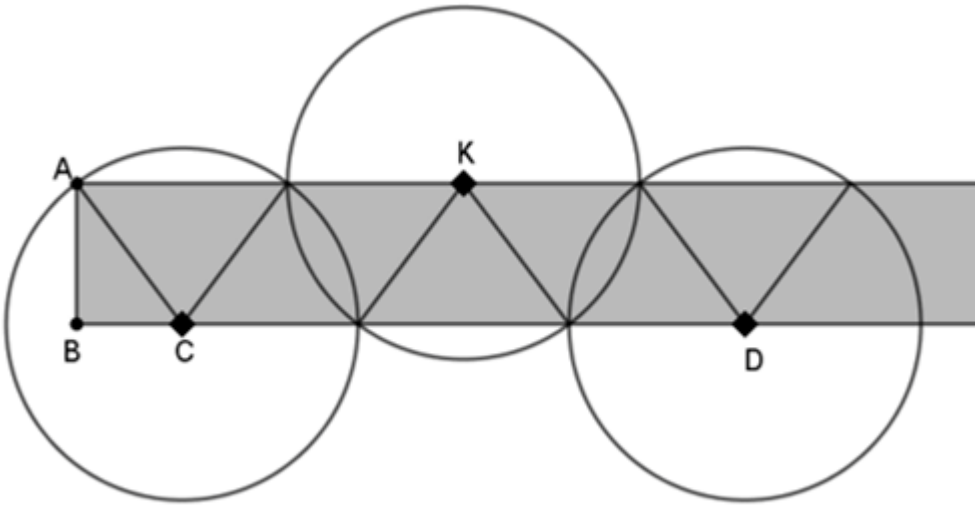
Изобразим дорогу в виде прямоугольника. Сначала определим положение крайнего фонаря, чтобы с краю не осталось неосвещаемых частей. Из условия $AB = 20$ м, $AC = 25$ м, тогда, применив теорему Пифагора к треугольнику ABC, найдём $BC = \sqrt{25^2 - 20^2}$ м $= 15$ м. Можно сказать, что каждый фонарь, стоящий на обочине дороги, освещает 50 метров своей обочины и только 30 метров противоположной. Следовательно, фонари нужно распределять по обочинам равномерно (через один), а минимальное количество фонарей будет достигнуто тогда, когда каждая обочина освещена только одним фонарём.

Первый фонарь на левой обочине ставим на расстоянии 15 метров от начала шоссе, следующий за ним фонарь на левой обочине ставим на расстоянии $30 + 50 = 80$ метров от первого фонаря (см. рис.) и так далее.

Заметим, что $15 + 80 \cdot 24 + 15 = 1950$. Двадцать четыре 80 -метровых промежутка образованы 25-ю фонарями по левой стороне дороги, между которыми будет ещё 24 фонаря на правой обочине.

Итого: для полного освещения участка шоссе необходимо минимум 49 фонарей.

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера



Ответ: **49** фонарей.

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Фонари на шоссе. Вариант № 3

#1243975

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Каждый уличный фонарь освещает на поверхности земли всё вокруг в радиусе 25 метров. Эти фонари ставят на обочины участка прямоугольного шоссе шириной 20 метров и длиной 2270 метров так, чтобы весь участок шоссе был освещён. Какое количество фонарей нужно поставить? В ответ запишите наименьший из возможных вариантов ответа.

Правильный ответ:

57

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

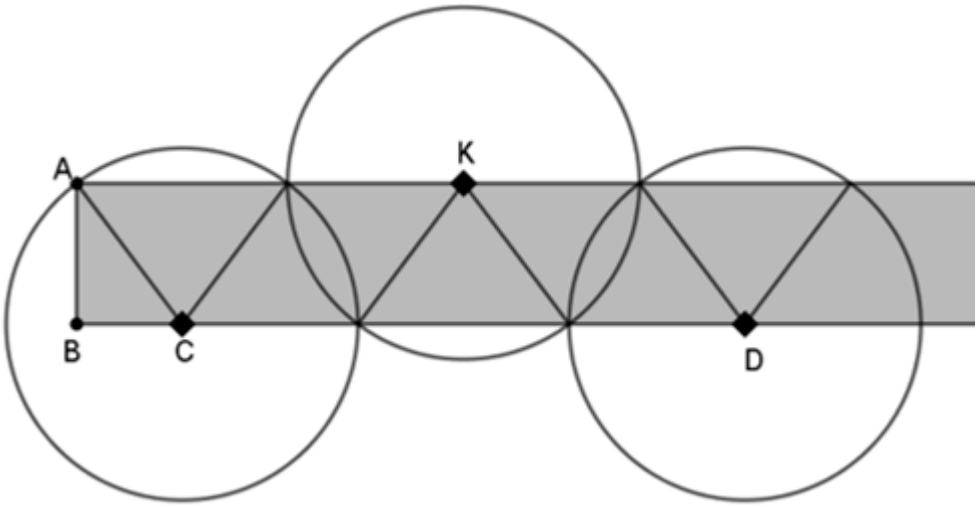
Изобразим дорогу в виде прямоугольника. Сначала определим положение крайнего фонаря, чтобы с краю не осталось неосвещаемых частей. Из условия $AB = 20$ м, $AC = 25$ м, тогда, применив теорему Пифагора в треугольнике ABC, найдём $BC = \sqrt{25^2 - 20^2}$ м $= 15$ м. Можно сказать, что каждый фонарь, стоящий на обочине дороги, освещает 50 метров своей обочины и только 30 метров противоположной. Следовательно, фонари нужно распределять по обочинам равномерно (через один), а минимальное количество фонарей будет достигнуто тогда, когда каждая обочина освещена только одним фонарём.

Первый фонарь на левой обочине ставим на расстоянии 15 метров от начала шоссе, следующий за ним фонарь на левой обочине ставим на расстоянии $30 + 50 = 80$ метров от первого фонаря (см. рис.) и так далее.

Заметим, что $15 + 80 \cdot 28 + 15 = 2270$. Двадцать восемь 80 -метровых промежутков образованы 29-ю фонарями по левой стороне дороги, между которыми будет ещё 28 фонарей на правой обочине.

Итого: для полного освещения участка шоссе необходимо минимум 57 фонарей.

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера



Ответ: **57** фонарей.

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Фонари на шоссе. Вариант № 4

#1243976

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Каждый уличный фонарь освещает на поверхности земли всё вокруг в радиусе 25 метров. Эти фонари ставят на обочины участка прямоугольного шоссе шириной 20 метров и длиной 2110 метров так, чтобы весь участок шоссе был освещён. Какое количество фонарей нужно поставить? В ответ запишите наименьший из возможных вариантов ответа.

Правильный ответ:

53

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

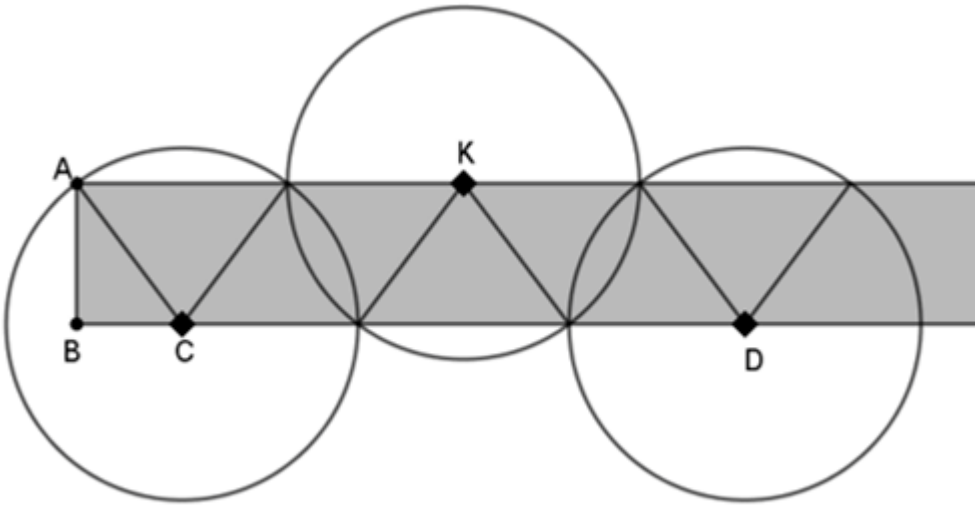
Изобразим дорогу в виде прямоугольника. Сначала определим положение крайнего фонаря, чтобы с краю не осталось неосвещаемых частей. Из условия $AB = 20$ м, $AC = 25$ м, тогда, применив теорему Пифагора к треугольнику ABC, найдём $BC = \sqrt{25^2 - 20^2} = 15$ м. Можно сказать, что каждый фонарь, стоящий на обочине дороги, освещает 50 метров своей обочины и только 30 метров противоположной. Следовательно, фонари нужно распределять по обочинам равномерно (через один), а минимальное количество фонарей будет достигнуто тогда, когда каждая обочина освещена только одним фонарём.

Первый фонарь на левой обочине ставим на расстоянии 15 метров от начала шоссе, следующий за ним фонарь на левой обочине ставим на расстоянии $30 + 50 = 80$ метров от первого фонаря (см. рис.) и так далее.

Заметим, что $15 + 80 \cdot 26 + 15 = 2110$. Двадцать шесть 80 -метровых промежутков образованы 27-ю фонарями по левой стороне дороги, между которыми будет ещё 26 фонарей на правой обочине.

Итого: для полного освещения участка шоссе необходимо минимум 53 фонаря.

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера



Ответ: **53** фонаря.

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Фонари на шоссе. Вариант № 5

#1243977

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Каждый уличный фонарь освещает на поверхности земли всё вокруг в радиусе 25 метров. Эти фонари ставят на обочины участка прямоугольного шоссе шириной 20 метров и длиной 2030 метров так, чтобы весь участок шоссе был освещён. Какое количество фонарей нужно поставить? В ответ запишите наименьший из возможных вариантов ответа.

Правильный ответ:

51

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

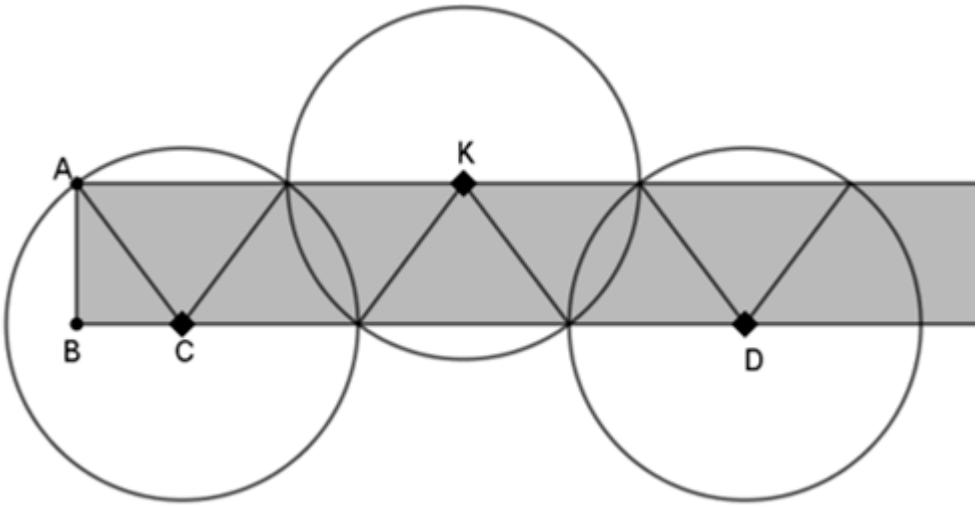
Изобразим дорогу в виде прямоугольника. Сначала определим положение крайнего фонаря, чтобы с краю не осталось неосвещаемых частей. Из условия $AB = 20$ м, $AC = 25$ м, тогда, применив теорему Пифагора к треугольнику ABC, найдём $BC = \sqrt{25^2 - 20^2}$ м $= 15$ м. Можно сказать, что каждый фонарь, стоящий на обочине дороги, освещает 50 метров своей обочины и только 30 метров противоположной. Следовательно, фонари нужно распределять по обочинам равномерно (через один), а минимальное количество фонарей будет достигнуто тогда, когда каждая обочина освещена только одним фонарём.

Первый фонарь на левой обочине ставим на расстоянии 15 метров от начала шоссе, следующий за ним фонарь на левой обочине ставим на расстоянии $30 + 50 = 80$ метров от первого фонаря (см. рис.) и так далее.

Заметим, что $15 + 80 \cdot 25 + 15 = 2030$. Двадцать пять 80-метровых промежутков образованы 26-ю фонарями по левой стороне дороги, между которыми будет ещё 25 фонарей на правой обочине.

Итого: для полного освещения участка шоссе необходим минимум 51 фонарь.

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера



Ответ: **51** фонарь.

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Лестница. Вариант № 1

#1243978

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Лестница на чердак состоит из 10 ступенек. Петя поднимается по ней, за один шаг либо наступая на следующую ступеньку, либо перепрыгивая ровно через одну (то есть поднимаясь на 1 или на 2 ступеньки). Сколькими различными способами Петя может подняться с подножия лестницы на самую верхнюю ступеньку?

Правильный ответ:

89

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Рассмотрим поочерёдно все типы комбинаций шагов.

$1)$ Все 10 шагов по 1 ступени — 1 способ.

$2)$ Ровно 8 шагов по 1 ступени и 1 шаг по 2 ступени — $C_9^1 = 9$ способов: это способы выбрать место цифры 2 в последовательности цифр из воосьми единиц и одной двойки.

$3)$ Ровно 6 шагов по 1 ступени и 2 шага по 2 ступени — $C_8^2 = 28$ способов: это способы выбрать место двух цифр 2 в последовательности цифр из шести единиц и двух двоек.

$4)$ Ровно 4 шага по 1 ступени и 3 шага по 2 ступени — $C_7^3 = 35$ способов: это способы выбрать место трёх цифр 2 в последовательности цифр из четырёх единиц и трёх двоек.

$5)$ Ровно 2 шага по 1 ступени и 4 шага по 2 ступени — $C_6^2 = 15$ способов: это способы выбрать место двух единиц в последовательности цифр из двух единиц и четырёх двоек.

$5)$ Все шаги по 2 ступени — 1 способ.

Итого: $1 + 9 + 28 + 35 + 15 + 1 = 89$ способов.

Ответ: 89 способов.

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Лестница. Вариант № 2

#1243979

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Лестница на чердак состоит из 8 ступенек. Петя поднимается по ней, за один шаг либо наступая на следующую ступеньку, либо перепрыгивая ровно через одну (то есть поднимаясь на 1 или на 2 ступеньки). Сколькими различными способами Петя может подняться с подножия лестницы на самую верхнюю ступеньку?

Правильный ответ:

34

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Рассмотрим поочерёдно все типы комбинаций шагов.

$1)$ Все 8 шагов по 1 ступени — 1 способ.

$2)$ Ровно 6 шагов по 1 ступени и 1 шаг по 2 ступени — $C_7^1 = 7$ способов: это способы выбрать место цифры 2 в последовательности цифр из шести единиц и одной двойки.

$3)$ Ровно 4 шага по 1 ступени и 2 шага по 2 ступени — $C_6^2 = 15$ способов: это способы выбрать место двух цифр 2 в последовательности цифр из четырёх единиц и двух двоек.

$4)$ Ровно 2 шага по 1 ступени и 3 шага по 2 ступени — $C_5^3 = 10$ способов: это способы выбрать место трёх цифр 2 в последовательности цифр из двух единиц и трёх двоек.

$5)$ Все шаги по 2 ступени — 1 способ.

Итого: $1 + 7 + 15 + 10 + 1 = 34$ способа.

Ответ: 34 способа.

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Лестница. Вариант № 3

#1243980

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Лестница на чердак состоит из 9 ступенек. Петя поднимается по ней, за один шаг либо наступая на следующую ступеньку, либо перепрыгивая ровно через одну (то есть поднимаясь на 1 или на 2 ступеньки). Сколькими различными способами Петя может подняться с подножия лестницы на самую верхнюю ступеньку?

Правильный ответ:

55

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Рассмотрим поочерёдно все типы комбинаций шагов.

$1)$ Все 9 шагов по 1 ступени — 1 способ.

$2)$ Ровно 7 шагов по 1 ступени и 1 шаг по 2 ступени — $C_8^1 = 8$ способов: это способы выбрать место цифры 2 в последовательности цифр из 7 единиц и одной двойки.

$3)$ Ровно 5 шагов по 1 ступени и 2 шага по 2 ступени — $C_7^2 = 21$ способ: это способы выбрать место двух цифр 2 в последовательности цифр из 5 единиц и двух двоек.

$4)$ Ровно 3 шага по 1 ступени и 3 шага по 2 ступени — $C_6^3 = 20$ способов: это способы выбрать место трёх цифр 2 в последовательности цифр из 3 единиц и трёх двоек.

$5)$ Ровно 1 шаг по 1 ступени и 4 шага по 2 ступени — $C_5^1 = 5$ способов: это способы выбрать место одной единицы в последовательности цифр из 1 единицы и четырёх двоек.

Итого: $1 + 8 + 21 + 20 + 5 = 55$ способов.

Ответ: 55 способов.

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Лестница. Вариант № 4

#1243981

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Лестница на чердак состоит из 11 ступенек. Петя поднимается по ней, за один шаг либо наступая на следующую ступеньку, либо перепрыгивая ровно через одну (то есть поднимаясь на 1 или на 2 ступеньки). Сколькими различными способами Петя может подняться с подножия лестницы на самую верхнюю ступеньку?

Правильный ответ:

144

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Рассмотрим поочерёдно все типы комбинаций шагов.

$1)$ Все 11 шагов по 1 ступени — 1 способ.

$2)$ Ровно 9 шагов по 1 ступени и 1 шаг по 2 ступени — $C_{10}^1 = 10$ способов: это способы выбрать место цифры 2 в последовательности цифр из девяти единиц и одной двойки.

$3)$ Ровно 7 шагов по 1 ступени и 2 шага по 2 ступени — $C_9^2 = 36$ способов: это способы выбрать место двух цифр 2 в последовательности цифр из семи единиц и двух двоек.

$4)$ Ровно 5 шагов по 1 ступени и 3 шага по 2 ступени — $C_8^3 = 56$ способов: это способы выбрать место трёх цифр 2 в последовательности цифр из пяти единиц и трёх двоек.

$5)$ Ровно 3 шага по 1 ступени и 4 шага по 2 ступени — $C_7^3 = 35$ способов: это способы выбрать место трёх единиц в последовательности цифр из трёх единиц и четырёх двоек.

$6)$ Ровно 1 шаг по 1 ступени и 5 шагов по 2 ступени — $C_6^1 = 6$ способов: это способы выбрать место одной единицы в последовательности цифр из одной единицы и пяти двоек.

Итого: $1 + 10 + 36 + 56 + 35 + 6 = 144$ способа.

Ответ: 144 способа.

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Лестница. Вариант № 5

#1243982

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Лестница на чердак состоит из 12 ступенек. Петя поднимается по ней, за один шаг либо наступая на следующую ступеньку, либо перепрыгивая ровно через одну (то есть поднимаясь на 1 или на 2 ступеньки). Сколькими различными способами Петя может подняться с подножия лестницы на самую верхнюю ступеньку?

Правильный ответ:

233

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Рассмотрим поочерёдно все типы комбинаций шагов.

$\mathbf{1)}$ Все $\mathbf{12}$ шагов по $\mathbf{1}$ ступени — $\mathbf{1}$ способ.

$\mathbf{2)}$ Ровно $\mathbf{10}$ шагов по $\mathbf{1}$ ступени и $\mathbf{1}$ шаг по $\mathbf{2}$ ступени — $C_{11}^1 = \mathbf{11}$ способов: это способы выбрать место цифры $\mathbf{2}$ в последовательности цифр из десяти единиц и одной двойки.

$\mathbf{3)}$ Ровно $\mathbf{8}$ шагов по $\mathbf{1}$ ступени и $\mathbf{2}$ шага по $\mathbf{2}$ ступени — $C_{10}^2 = \mathbf{45}$ способов: это способы выбрать место двух цифр $\mathbf{2}$ в последовательности цифр из восьми единиц и двух двоек.

$\mathbf{4)}$ Ровно $\mathbf{6}$ шагов по $\mathbf{1}$ ступени и $\mathbf{3}$ шага по $\mathbf{2}$ ступени — $C_9^3 = \mathbf{84}$ способов: это способы выбрать место трёх цифр $\mathbf{2}$ в последовательности цифр из шести единиц и трёх двоек.

$\mathbf{5)}$ Ровно $\mathbf{4}$ шага по $\mathbf{1}$ ступени и $\mathbf{4}$ шага по $\mathbf{2}$ ступени — $C_8^4 = \mathbf{70}$ способов: это способы выбрать место четырёх единиц в последовательности цифр из четырёх единиц и четырёх двоек.

$\mathbf{6)}$ Ровно $\mathbf{2}$ шага по $\mathbf{1}$ ступени и $\mathbf{5}$ шагов по $\mathbf{2}$ ступени — $C_7^2 = \mathbf{21}$ способ: это способ выбрать место двух единиц в последовательности цифр из двух единиц и пяти двоек.

$\mathbf{7)}$ Все шаги по $\mathbf{2}$ ступени — $\mathbf{1}$ способ.

Итого: $\mathbf{1 + 11 + 45 + 84 + 70 + 21 + 1 = 233}$ способа.

Ответ: $\mathbf{233}$ способа.

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера