Школьный этап по математике

Математика. 9 класс. Ограничение по времени: 120 мин.

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Я соглашаюсь с условиями

Купля-продажа . Вариант № 1

#1243418

В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Петя хочет перепродать Васе игровую приставку, но Вася готов купить её у Пети только со скидкой 20% от назначенной Петей цены. Петя подумал о том, что даже в этом случае он получит от перепродажи 20% прибыли относительно закупочной цены, и согласился на сделку. На сколько процентов дороже закупочной цены Петя хотел продать Васе приставку изначально?

Правильный ответ:

50

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Пусть N рублей – закупочная цена приставки, p – искомый процент.

Тогда $N\left(1+\frac{p}{100}\right)$ рублей – цена, которую Петя выставил Васе (до скидки);

$N\left(1+\frac{p}{100}\right)\left(1-\frac{20}{100}\right)$ рублей – цена перепродажи (со скидкой).

Так как Петя от перепродажи должен получить прибыль в размере 20% закупочной цены приставки, то имеет место уравнение $N\left(1+\frac{p}{100}\right)\left(1-\frac{20}{100}\right)=N\left(1+\frac{20}{100}\right)$, откуда $p=50$.

Ответ: на 50%

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Купля-продажа . Вариант № 2

#1243421

В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Петя хочет перепродать Васе игровую приставку, но Вася готов купить её у Пети только со скидкой 25% от назначенной Петей цены. Петя подумал о том, что даже в этом случае он получит от перепродажи 5% прибыли относительно закупочной цены, и согласился на сделку. На сколько процентов дороже закупочной цены Петя хотел продать Васе приставку изначально?

Правильный ответ:

40

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Пусть N рублей – закупочная цена приставки, p – искомый процент.

Тогда $N\left(1+\frac{p}{100}\right)$ рублей – цена, которую Петя выставил Васе (до скидки);

$N\left(1+\frac{p}{100}\right)\left(1-\frac{25}{100}\right)$ рублей – цена перепродажи (со скидкой).

Так как Петя от перепродажи должен получить прибыль в размере 5% закупочной цены приставки, то имеет место уравнение $N\left(1+\frac{p}{100}\right)\left(1-\frac{25}{100}\right)=N\left(1+\frac{5}{100}\right)$, откуда $p=40$.

Ответ: на 40%

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Купля-продажа . Вариант № 3

#1243422

В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Петя хочет перепродать Васе игровую приставку, но Вася готов купить её у Пети только со скидкой 10% от назначенной Петей цены. Петя подумал о том, что даже в этом случае он получит от перепродажи 35% прибыли относительно закупочной цены, и согласился на сделку. На сколько процентов дороже закупочной цены Петя хотел продать Васе приставку изначально?

Правильный ответ:

50

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Пусть N рублей – закупочная цена приставки, p – искомый процент.

Тогда $N\left(1+\frac{p}{100}\right)$ рублей – цена, которую Петя выставил Васе (до скидки);

$N\left(1+\frac{p}{100}\right)\left(1-\frac{10}{100}\right)$ рублей – цена перепродажи (со скидкой).

Так как Петя от перепродажи должен получить прибыль в размере 35% закупочной цены приставки, то имеет место уравнение $N\left(1+\frac{p}{100}\right)\left(1-\frac{10}{100}\right)=N\left(1+\frac{35}{100}\right)$, откуда $p=50$.

Ответ: на 50%

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Купля-продажа . Вариант № 4

#1243423

В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Петя хочет перепродать Васе игровую приставку, но Вася готов купить её у Пети только со скидкой 25% от назначенной Петей цены. Петя подумал о том, что даже в этом случае он получит от перепродажи 35% прибыли относительно закупочной цены, и согласился на сделку. На сколько процентов дороже закупочной цены Петя хотел продать Васе приставку изначально?

Правильный ответ:

80

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Пусть N рублей – закупочная цена приставки, p – искомый процент.

Тогда $N\left(1+\frac{p}{100}\right)$ рублей – цена, которую Петя выставил Васе (до скидки);

$N\left(1+\frac{p}{100}\right)\left(1-\frac{25}{100}\right)$ рублей – цена перепродажи (со скидкой).

Так как Петя от перепродажи должен получить прибыль в размере 35% закупочной цены приставки, то имеет место уравнение $N\left(1+\frac{p}{100}\right)\left(1-\frac{25}{100}\right)=N\left(1+\frac{35}{100}\right)$, откуда $p=80$.

Ответ: на 80%

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Купля-продажа . Вариант № 5

#1243424

В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Петя хочет перепродать Васе игровую приставку, но Вася готов купить её у Пети только со скидкой 40% от назначенной Петей цены. Петя подумал о том, что даже в этом случае он получит от перепродажи 5% прибыли относительно закупочной цены, и согласился на сделку. На сколько процентов дороже закупочной цены Петя хотел продать Васе приставку изначально?

Правильный ответ:

75

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Пусть N рублей – закупочная цена приставки, p – искомый процент.

Тогда $N\left(1+\frac{p}{100}\right)$ рублей – цена, которую Петя выставил Васе (до скидки);

$N\left(1+\frac{p}{100}\right)\left(1-\frac{40}{100}\right)$ рублей – цена перепродажи (со скидкой).

Так как Петя от перепродажи должен получить прибыль в размере 5% закупочной цены приставки, то имеет место уравнение $N\left(1+\frac{p}{100}\right)\left(1-\frac{40}{100}\right)=N\left(1+\frac{5}{100}\right)$, откуда $p=75$.

Ответ: на 75%

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Вписанный четырёхугольник . Вариант № 1

#1243425

В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность с центром в точке O, причём точка O лежит внутри четырёхугольника. Оказалось, что угол DAB равен $108°$, угол BOC равен $90°$.

Найдите градусную меру угла OCD.

Правильный ответ:

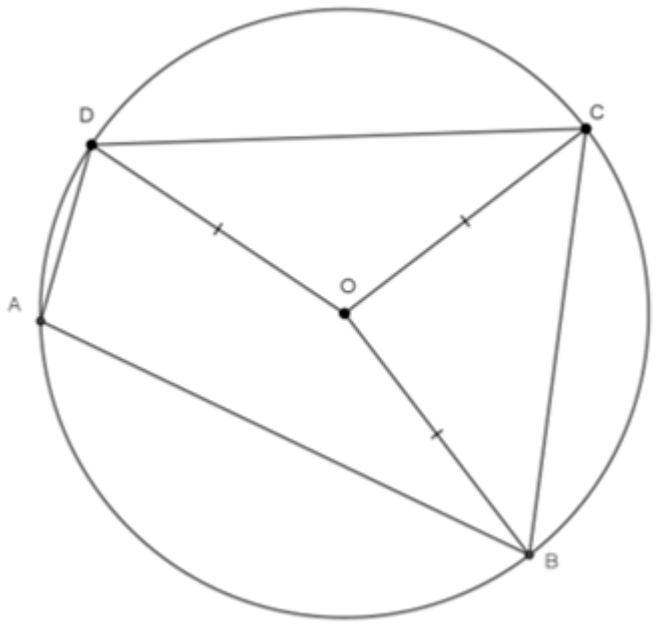
27

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

По свойству вписанного четырёхугольника сумма $\angle DAB$ и $\angle DCB$ равна 180 градусам, откуда $\angle DCB = 72°$. Тогда меньший из углов $\angle DOB$ равен $72° \cdot 2 = 144°$. Получаем, что $\angle DOC = 360° - \angle DOB - \angle COB = 126°$. Треугольник DOC равнобедренный с основанием DC, так как $DO = CO$ (радиусы одной окружности), поэтому $\angle OCD = \dfrac{180° - \angle DOC}{2} = 27°$.



Ответ: $27°$

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Вписанный четырёхугольник . Вариант № 2

#1243426

В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность с центром в точке O, причём точка O лежит внутри четырёхугольника. Оказалось, что угол DAB равен $100°$, угол BOC равен $70°$.

Найдите градусную меру угла OCD.

Правильный ответ:

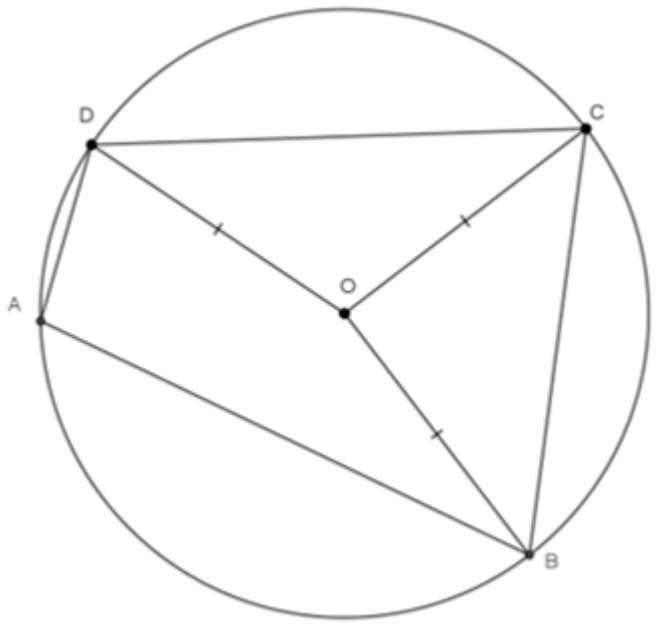
25

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

По свойству вписанного четырёхугольника сумма $\angle DAB$ и $\angle DCB$ равна 180 градусам, откуда $\angle DCB = 80°$. Тогда меньший из углов $\angle DOB$ равен $80° \cdot 2 = 160°$. Получаем, что $\angle DOC = 360° - \angle DOB - \angle COB = 130°$. Треугольник DOC равнобедренный с основанием DC, так как $DO = CO$ (радиусы одной окружности), поэтому $\angle OCD = \dfrac{180° - \angle DOC}{2} = 25°$.



Ответ: $25°$

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Вписанный четырёхугольник . Вариант № 3

#1243427

В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность с центром в точке O, причём точка O лежит внутри четырёхугольника. Оказалось, что угол DAB равен $120°$, угол BOC равен $90°$.

Найдите градусную меру угла OCD.

Правильный ответ:

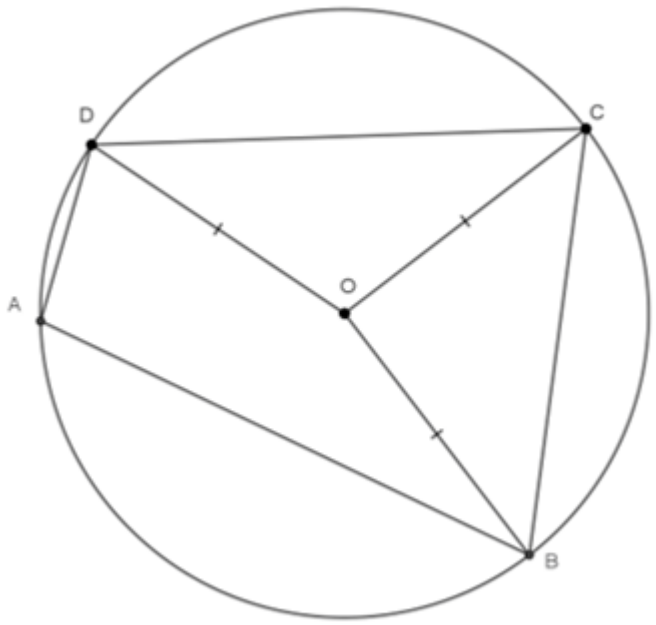
15

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

По свойству вписанного четырёхугольника сумма $\angle DAB$ и $\angle DCB$ равна 180 градусам, откуда $\angle DCB = 60°$. Тогда меньший из углов $\angle DOB$ равен $60° \cdot 2 = 120°$. Получаем, что $\angle DOC = 360° - \angle DOB - \angle COB = 150°$. Треугольник DOC равнобедренный с основанием DC, так как $DO = CO$ (радиусы одной окружности), поэтому $\angle OCD = \dfrac{180° - \angle DOC}{2} = 15°$.



Ответ: $15°$

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Вписанный четырёхугольник . Вариант № 4

#1243428

В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность с центром в точке O, причём точка O лежит внутри четырёхугольника. Оказалось, что угол DAB равен $110°$, угол BOC равен $80°$.

Найдите градусную меру угла OCD.

Правильный ответ:

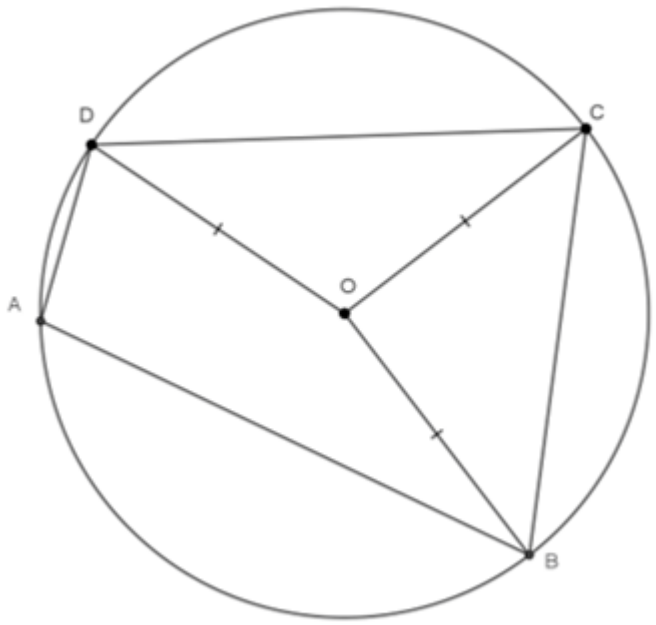
20

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

По свойству вписанного четырёхугольника сумма $\angle DAB$ и $\angle DCB$ равна 180 градусам, откуда $\angle DCB = 70^\circ$. Тогда меньший из углов $\angle DOB$ равен $70^\circ \cdot 2 = 140^\circ$. Получаем, что $\angle DOC = 360^\circ - \angle DOB - \angle COB = 140^\circ$. Треугольник DOC равнобедренный с основанием DC, так как $DO = CO$ (радиусы одной окружности), поэтому $\angle OCD = \dfrac{180^\circ - \angle DOC}{2} = 20^\circ$.



Ответ: 20°

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Вписанный четырёхугольник . Вариант № 5

#1243429

В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность с центром в точке O, причём точка O лежит внутри четырёхугольника. Оказалось, что угол DAB равен $115°$, угол BOC равен $80°$.

Найдите градусную меру угла OCD.

Правильный ответ:

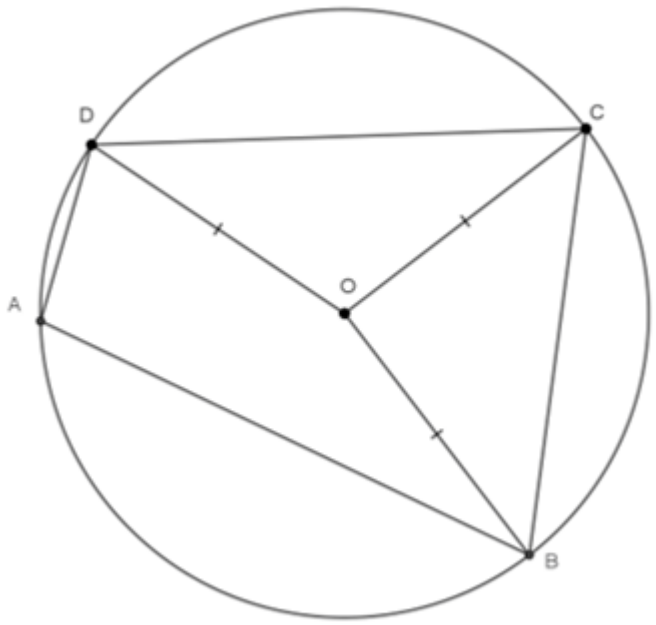
15

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

По свойству вписанного четырёхугольника сумма $\angle DAB$ и $\angle DCB$ равна 180 градусам, откуда $\angle DCB = 65^\circ$. Тогда меньший из углов $\angle DOB$ равен $65^\circ \cdot 2 = 130^\circ$. Получаем, что $\angle DOC = 360^\circ - \angle DOB - \angle COB = 150^\circ$. Треугольник DOC равнобедренный с основанием DC, так как $DO = CO$ (радиусы одной окружности), поэтому $\angle OCD = \dfrac{180^\circ - \angle DOC}{2} = 15^\circ$.



Ответ: 15°

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Раскраска полосы. Вариант № 1

#1243432

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Некоторые клетки (хотя бы одну) клетчатого поля размером 3×11 клеток закрасили в красный цвет. Получилось так, что у каждой красной клетки ровно две соседние по стороне клетки тоже красные.

1. Какое минимальное количество клеток могло быть окрашено в красный цвет?

Правильный ответ:

4

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

2. Какое максимальное количество клеток могло быть окрашено в красный цвет?

Правильный ответ:

24

Формула вычисления баллов: 0-4 1-0

4 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

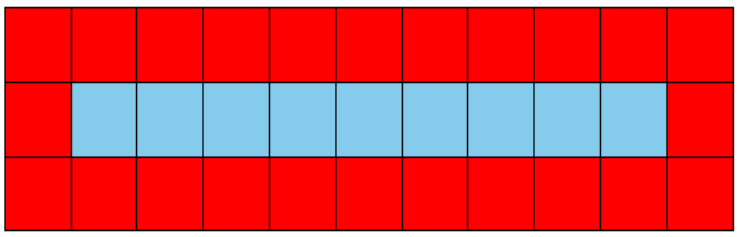
Так как у каждой красной клетки две соседние по стороне клетки – тоже красные, то красных клеток как минимум 3.

Если красных клеток ровно 3, то они образуют или прямоугольник 3×1, или трёхклеточный уголок.

Но в обоих случаях в каждой фигуре найдутся ровно 2 красные клетки, у которых только один «сосед» красного цвета. Противоречие.

То есть красных клеток как минимум 4. Чтобы условие задачи выполнялось, эти 4 красные клетки должны образовывать квадрат размером 2×2. Значит, минимальное количество клеток, окрашенных в красный цвет – 4.

Пример подходящей раскраски с 24 красными клетками:



Оценка:

Если будет не менее 25 красных клеток, то клеток иного цвета не более 8 – и как минимум три столбца поля будут полностью красными.

Заметим, что

$1)$ Если красный столбец не с краю, то в двух соседних с ним столбцах будет ровно 4 клетки иного цвета (пускай, синие).

$2)$ Если красный столбец с краю, то в соседнем с ним столбце будет

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

1 синяя клетка.

Итого у трёх наших красных столбцов имеется $x \in \{3; 4; 5; 6\}$ не полностью красных соседних столбцов, содержащих в сумме как минимум $x + 2$ синие клетки. Но тогда остаётся ещё $11 - 3 - x = 8 - x$ нераскрашенных нами столбцов, в которых будет не больше $8 - (x + 2) = 6 - x$ синих клеток. То есть ещё как минимум 2 столбца, кроме наших трёх, будут полностью красными.

Из пяти красных столбцов найдутся три, которые будут не с краю. Тогда 8 синих клеток (не больше) между этими тремя красными столбцами теоретически расставить можно, но только в случае, когда красные столбцы повторяются через один, иначе возникнет противоречие пункту 1).



Тогда остаются ещё 4 столбца, которые должны быть выкрашены полностью в красный цвет, среди которых точно найдутся два соседних полностью красных столбца, а в них найдётся красная клетка, как минимум три соседа которой – тоже красные. Противоречие. Значит, максимальное количество клеток, окрашенных в красный цвет, равно 24.

Ответ:

1. 4 клетки

2. 24 клетки

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Раскраска полосы. Вариант № 2

#1243433

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Некоторые клетки (хотя бы одну) клетчатого поля размером 3×10 клеток закрасили в красный цвет. Получилось так, что у каждой красной клетки ровно две соседние по стороне клетки тоже красные.

1. Какое минимальное количество клеток могло быть окрашено в красный цвет?

Правильный ответ:

4

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

2. Какое максимальное количество клеток могло быть окрашено в красный цвет?

Правильный ответ:

22

Формула вычисления баллов: 0-4 1-0

4 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

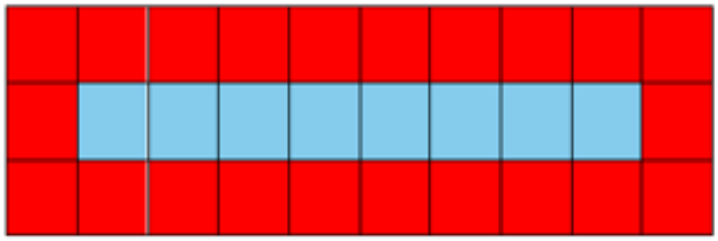
Так как у каждой красной клетки две соседние по стороне клетки – тоже красные, то красных клеток как минимум 3.

Если красных клеток ровно 3, то они образуют или прямоугольник 3×1, или трёхклеточный уголок.

Но в обоих случаях в каждой фигуре найдутся ровно 2 красные клетки, у которых только один «сосед» красного цвета. Противоречие.

То есть красных клеток как минимум 4. Чтобы условие задачи выполнялось, эти 4 красные клетки должны образовывать квадрат размером 2×2. Значит, минимальное количество клеток, окрашенных в красный цвет – 4.

Пример подходящей раскраски с 22 красными клетками:



Оценка:

Если будет не менее 23 красных клеток, то клеток иного цвета не более 7 - и как минимум три столбца поля будут полностью красными.

Заметим, что

$1)$ Если красный столбец не с краю, то в двух соседних с ним столбцах будет ровно 4 клетки иного цвета (пускай, синие).

$2)$ Если красный столбец с краю, то в соседнем с ним столбце будет

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

1 синяя клетка.

Итого у трёх наших красных столбцов имеется $x \in \{3; 4; 5; 6\}$ не полностью красных соседних столбцов, содержащих в сумме как минимум $x + 2$ синие клетки. Но тогда остаётся ещё $10 - 3 - x = 7 - x$ нераскрашенных нами столбцов, в которых будет не больше $7 - (x + 2) = 5 - x$ синих клеток. То есть ещё как минимум 2 столбца, кроме наших трёх, будут полностью красными.

Из пяти красных столбцов найдутся три, которые будут не с краю. Тогда 7 синих клеток (не больше) между этими тремя красными столбцами теоретически расставить невозможно (минимум – 8). Противоречие. Значит, максимальное количество клеток, окрашенных в красный цвет, равно 22.



Ответ:

1. 4 клетки

2. 22 клетки

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Раскраска полосы. Вариант № 3

#1243435

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Некоторые клетки (хотя бы одну) клетчатого поля размером 3×9 клеток закрасили в красный цвет. Получилось так, что у каждой красной клетки ровно две соседние по стороне клетки тоже красные.

1. Какое минимальное количество клеток могло быть окрашено в красный цвет?

Правильный ответ:

4

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

2. Какое максимальное количество клеток могло быть окрашено в красный цвет?

Правильный ответ:

20

Формула вычисления баллов: 0-4 1-0

4 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

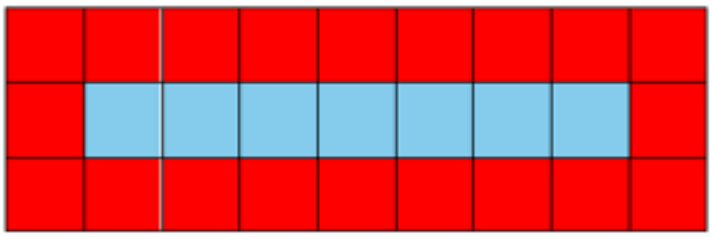
Так как у каждой красной клетки две соседние по стороне клетки – тоже красные, то красных клеток как минимум 3.

Если красных клеток ровно 3, то они образуют или прямоугольник 3×1, или трёхклеточный уголок.

Но в обоих случаях в каждой фигуре найдутся ровно 2 красные клетки, у которых только один «сосед» красного цвета. Противоречие.

То есть красных клеток как минимум 4. Чтобы условие задачи выполнялось, эти 4 красные клетки должны образовывать квадрат размером 2×2. Значит, минимальное количество клеток, окрашенных в красный цвет – 4.

Пример подходящей раскраски с 20 красными клетками:



Оценка:

Если будет не менее 21 красной клетки, то клеток иного цвета не более 6 - и как минимум три столбца поля будут полностью красными.

Заметим, что

$1)$ Если красный столбец не с краю, то в двух соседних с ним столбцах будет ровно 4 клетки иного цвета (пускай, синие).

$2)$ Если красный столбец с краю, то в соседнем с ним столбце будет

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

1 синяя клетка.

Итого у трёх наших красных столбцов имеется $x \in \{3; 4; 5; 6\}$ не полностью красных соседних столбцов, содержащих в сумме как минимум $x + 2$ синие клетки. Но тогда остается ещё $9 - 3 - x = 6 - x$ нераскрашенных нами столбцов, в которых будет не больше $6 - (x + 2) = 4 - x$ синих клеток. То есть ещё как минимум 2 столбца, кроме наших трёх, будут полностью красными.

Из пяти красных столбцов найдутся три, которые будут не с краю. Тогда 6 синих клеток между этими тремя красными столбцами расставить невозможно (минимум – 8). Противоречие. Значит, максимальное количество клеток, окрашенных в красный цвет, равно 20.



Ответ:

1. 4 клетки

2. 20 клеток

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Раскраска полосы. Вариант № 4

#1243437

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Некоторые клетки (хотя бы одну) клетчатого поля размером 3×8 клеток закрасили в красный цвет. Получилось так, что у каждой красной клетки ровно две соседние по стороне клетки тоже красные.

1. Какое минимальное количество клеток могло быть окрашено в красный цвет?

Правильный ответ:

4

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

2. Какое максимальное количество клеток могло быть окрашено в красный цвет?

Правильный ответ:

18

Формула вычисления баллов: 0-4 1-0

4 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

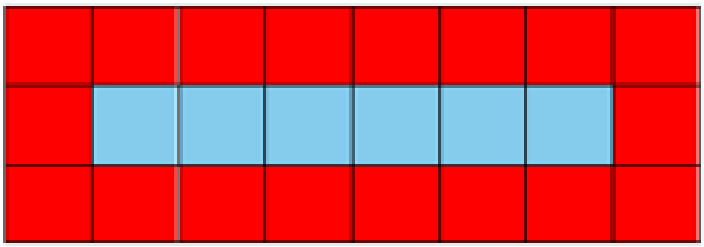
Так как у каждой красной клетки две соседние по стороне клетки – тоже красные, то красных клеток как минимум 3.

Если красных клеток ровно 3, то они образуют или прямоугольник 3×1, или трёхклеточный уголок.

Но в обоих случаях в каждой фигуре найдутся ровно 2 красные клетки, у которых только один «сосед» красного цвета. Противоречие.

То есть красных клеток как минимум 4. Чтобы условие задачи выполнялось, эти 4 красные клетки должны образовывать квадрат размером 2×2. Значит, минимальное количество клеток, окрашенных в красный цвет – 4.

Пример подходящей раскраски с 18 красными клетками:



Оценка:

Если будет не менее 19 красных клеток, то клеток иного цвета не более 5 - и как минимум три столбца поля будут полностью красными.

Заметим, что

$1)$ Если красный столбец не с краю, то в двух соседних с ним столбцах будет ровно 4 клетки иного цвета (пускай, синие).

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

2) Если красный столбец с краю, то в соседнем с ним столбце будет 1 синяя клетка.

Итого у трёх наших красных столбцов имеется $x \in \{3; 4; 5\}$ не полностью красных соседних столбцов, содержащих в сумме как минимум $x + 2$ синие клетки. Но тогда остается ещё $8 - 3 - x = 5 - x$ нераскрашенных нами столбцов, в которых будет не больше $5 - (x + 2) = 3 - x$ синих клеток. То есть ещё как минимум 2 столбца, кроме наших трёх, будут полностью красными.

Из пяти красных столбцов найдутся два соседних, а в них найдётся красная клетка, граничащая как минимум с тремя красными клетками. Противоречие. Значит, максимальное количество клеток, окрашенных в красный цвет, равно 18.

Ответ:

1. 4 клетки

2. 18 клеток

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Раскраска полосы. Вариант № 5

#1243438

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Некоторые клетки (хотя бы одну) клетчатого поля размером 3×7 клеток закрасили в красный цвет. Получилось так, что у каждой красной клетки ровно две соседние по стороне клетки тоже красные.

1. Какое минимальное количество клеток могло быть окрашено в красный цвет?

Правильный ответ:

4

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

2. Какое максимальное количество клеток могло быть окрашено в красный цвет?

Правильный ответ:

16

Формула вычисления баллов: 0-4 1-0

4 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Так как у каждой красной клетки две соседние по стороне клетки – тоже красные, то красных клеток как минимум 3.

Если красных клеток ровно 3, то они образуют или прямоугольник 3×1, или трёхклеточный уголок.

Но в обоих случаях в каждой фигуре найдутся ровно 2 красные клетки, у которых только один «сосед» красного цвета. Противоречие.

То есть красных клеток как минимум 4. Чтобы условие задачи выполнялось, эти 4 красные клетки должны образовывать квадрат размером 2×2. Значит, минимальное количество клеток, окрашенных в красный цвет – 4.

Пример подходящей раскраски с 16 красными клетками:



Оценка:

Если будет не менее 17 красных клеток, то клеток иного цвета не более 4 - и как минимум три столбца поля будут полностью красными.

Заметим, что

1) Если красный столбец не с краю, то в двух соседних с ним столбцах будет ровно 4 клетки иного цвета (пускай, синие).

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

2) Если красный столбец с краю, то в соседнем с ним столбце будет 1 синяя клетка.

Итого у трёх наших красных столбцов имеется $x \in \{3; 4\}$ не полностью красных соседних столбцов, содержащих в сумме как минимум $x + 2$ синие клетки, что уже превышает 4. Противоречие. Значит, максимальное количество клеток, окрашенных в красный цвет, равно 16.

Ответ:

1. 4 клетки

2. 16 клеток

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Разбиение четырёхугольника. Вариант № 1

#1243541

В качестве ответа вводите число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Диагонали разбили выпуклый четырёхугольник на четыре треугольника, площади трёх из которых равны 12 см^2, 24 см^2 и 36 см^2. Найдите площадь четвёртого треугольника.

1. Сколько вариантов ответа есть в этой задаче?

Правильный ответ:

3

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

2. Найдите сумму всех возможных значений площади четвёртого треугольника.

Правильный ответ:

98

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

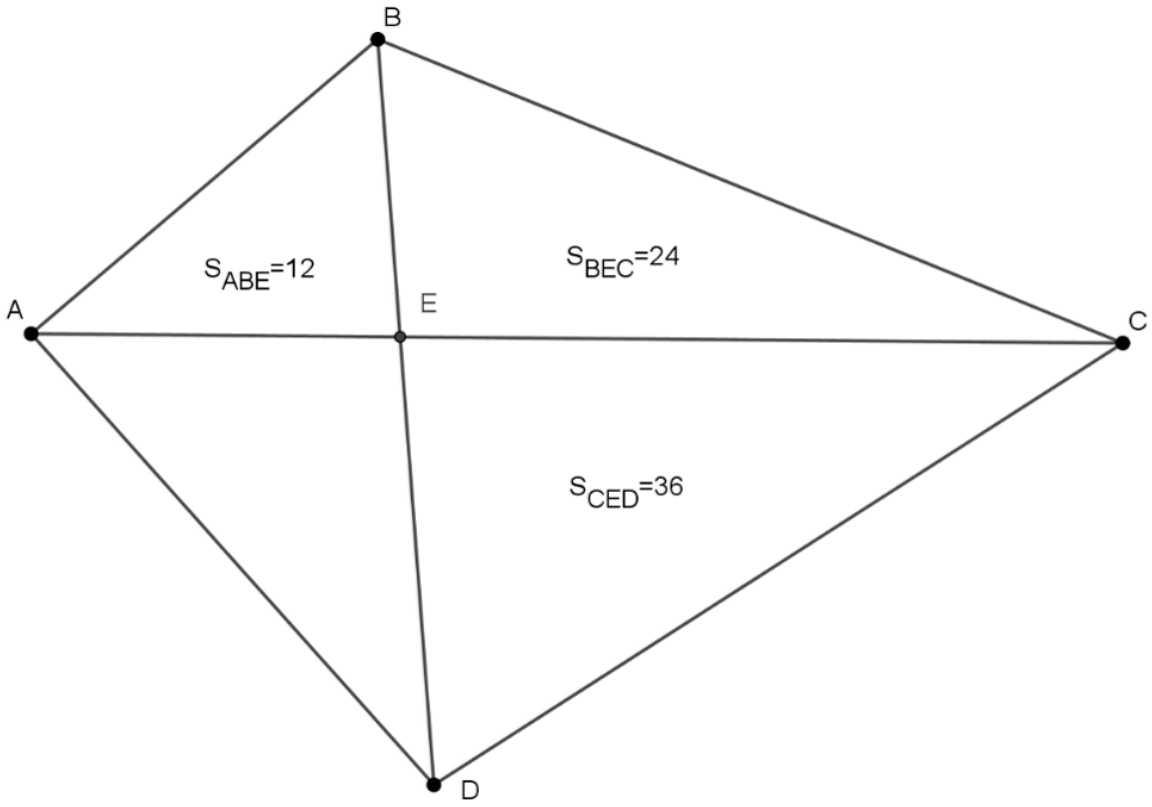
3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Задача имеет 3 решения, так как любой из трёх треугольников с известной площадью может не иметь общей стороны с искомым.

Случай 1. Треугольник площадью 24 см ^{2} не имеет общей стороны с искомым.

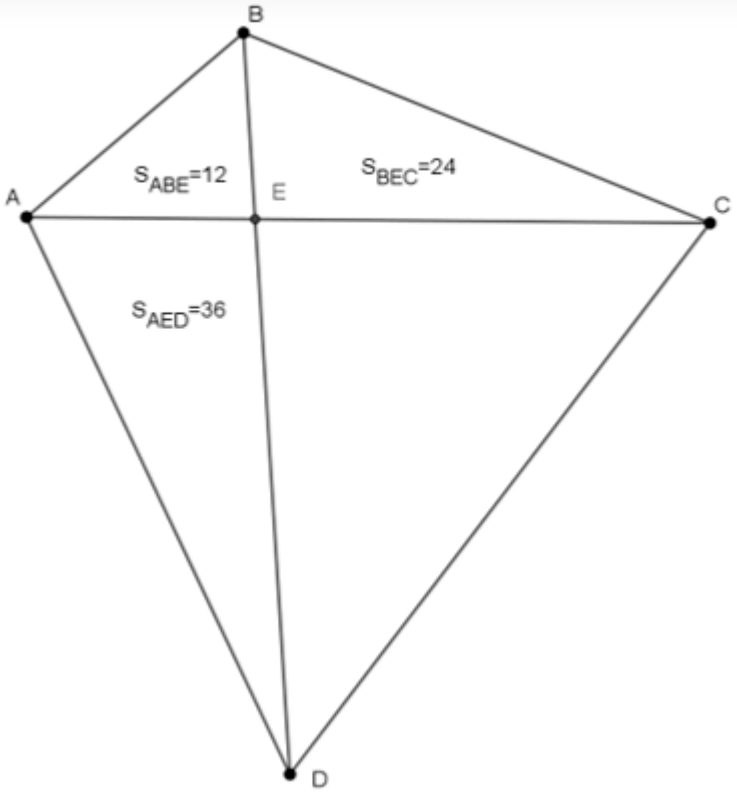


У треугольников ABE и BEC имеется общая высота. То есть отношение их площадей равно отношению их оснований. $\frac{AE}{EC}=\frac{12}{24}=\frac{1}{2}$.

Но у треугольников AED и CED тоже имеется общая высота. Тогда $\frac{S_{AED}}{S_{CED}}=\frac{AE}{EC}=\frac{1}{2}$, откуда $S_{AED}=18$ см^2.

Случай 2. Треугольник площадью 12 см^2 не имеет общей стороны с искомым.

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера



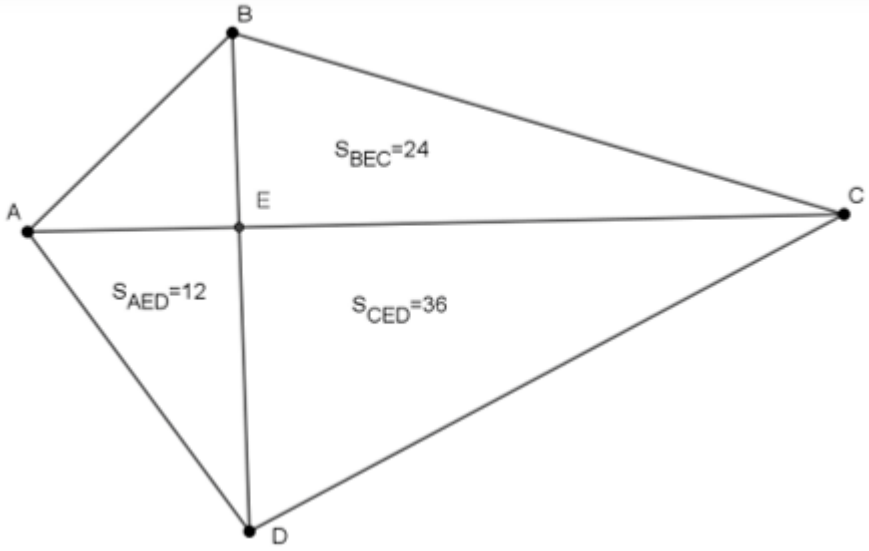
У треугольников ABE и BEC имеется общая высота. То есть отношение их площадей равно отношению их оснований. $\frac{AE}{EC} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$.

Но у треугольников AED и CED тоже имеется общая высота. Тогда $\frac{S_{AED}}{S_{CED}} = \frac{AE}{EC} = \frac{1}{2}$, откуда $S_{CED} = 72$ см^2.

Случай 3. Треугольник площадью 36 см^2 не имеет общей стороны с искомым.

У треугольников AED и CED имеется общая высота. То есть отношение их площадей равно отношению их оснований. $\frac{AE}{EC} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$.

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера



Но у треугольников ABE и BEC тоже имеется общая высота. Тогда $\frac{S_{AEB}}{S_{BEC}} = \frac{AE}{EC} = \frac{1}{3}$, откуда $S_{AEB} = 8$ см^2.

Сумма возможных значений площади четвёртого треугольника равна $18 + 72 + 8 = 98$ см^2.

Ответ:

1. 3

2. 98 см^2

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Разбиение четырёхугольника. Вариант № 2

#1243544

В качестве ответа вводите число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Диагонали разбили выпуклый четырёхугольник на четыре треугольника, площади трёх из которых равны 6 см^2, 8 см^2 и 12 см^2. Найдите площадь четвёртого треугольника.

1. Сколько вариантов ответа есть в этой задаче?

Правильный ответ:

3

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

2. Найдите сумму всех возможных значений площади четвёртого треугольника.

Правильный ответ:

29

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

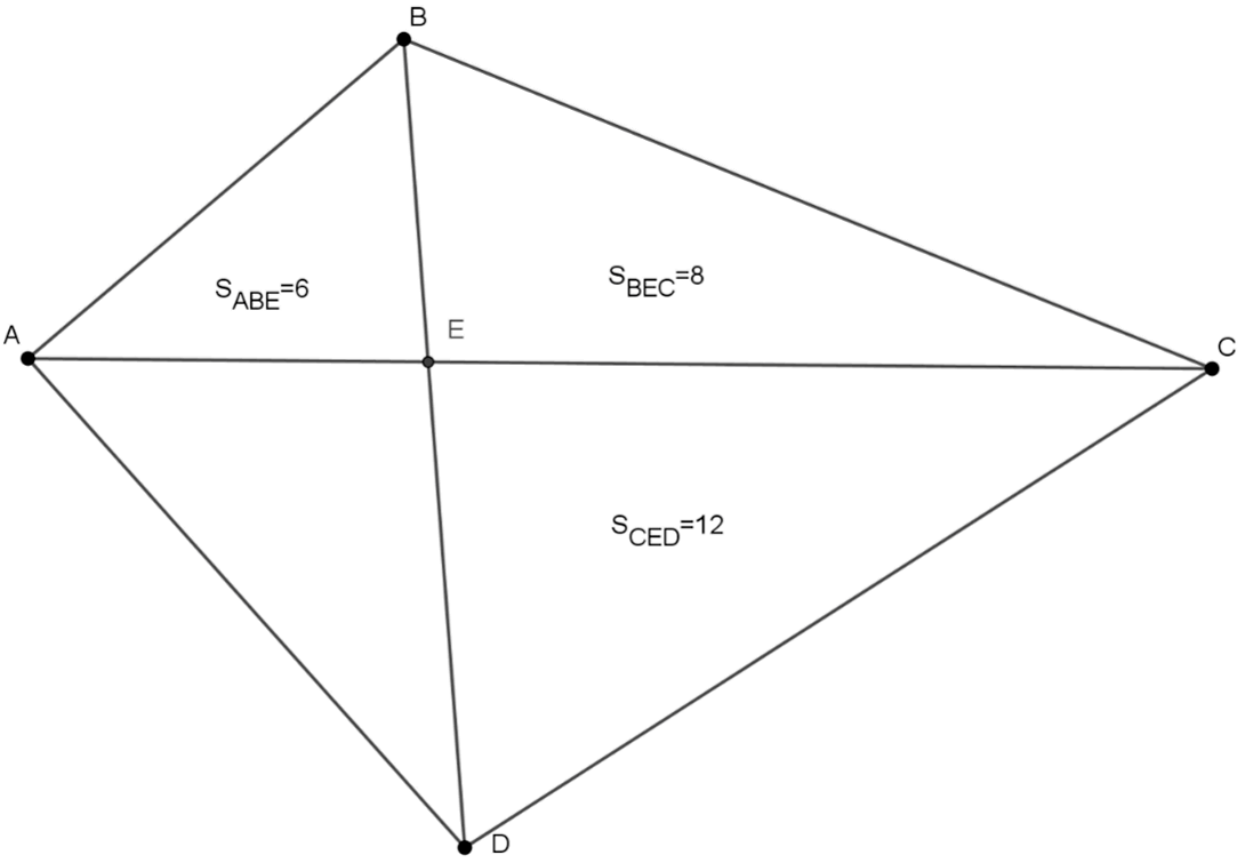
Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Задача имеет 3 решения, так как любой из трёх треугольников с известной площадью может не иметь общей стороны с искомым.

Случай 1. Треугольник площадью 8 см ^{2} не имеет общей стороны с искомым.

У треугольников ABE и BEC имеется общая высота. То есть отношение их площадей равно отношению их оснований. $\frac{AE}{EC} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$.

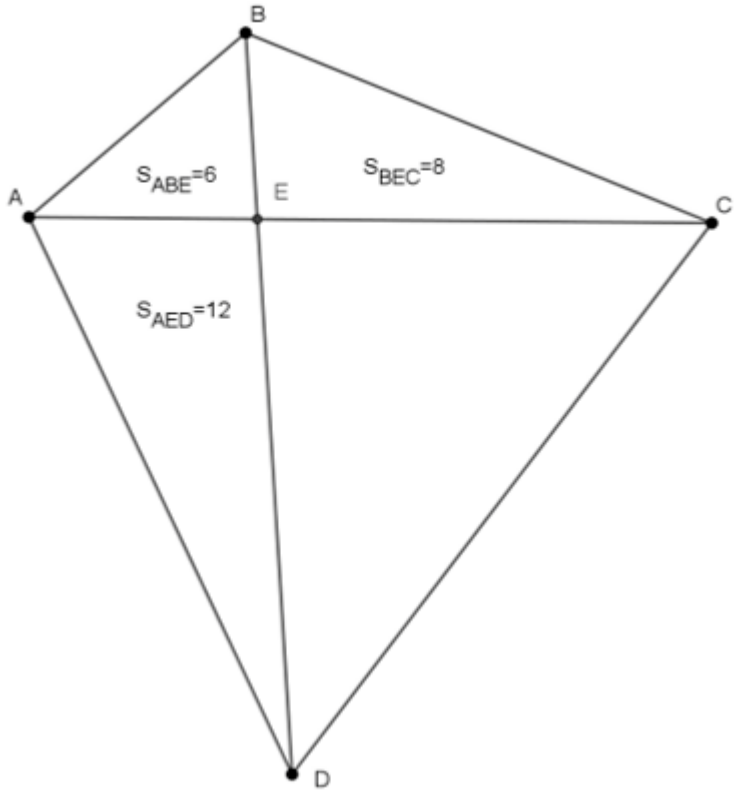


Но у треугольников AED и CED тоже имеется общая высота. Тогда $\frac{S_{AED}}{S_{CED}} = \frac{AE}{EC} = \frac{3}{4}$, откуда $S_{AED} = 9$ см^2.

Случай 2. Треугольник площадью 6 см^2 не имеет общей стороны с искомым.

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

У треугольников ABE и BEC имеется общая высота. То есть отношение их площадей равно отношению их оснований. $\frac{AE}{EC} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$.

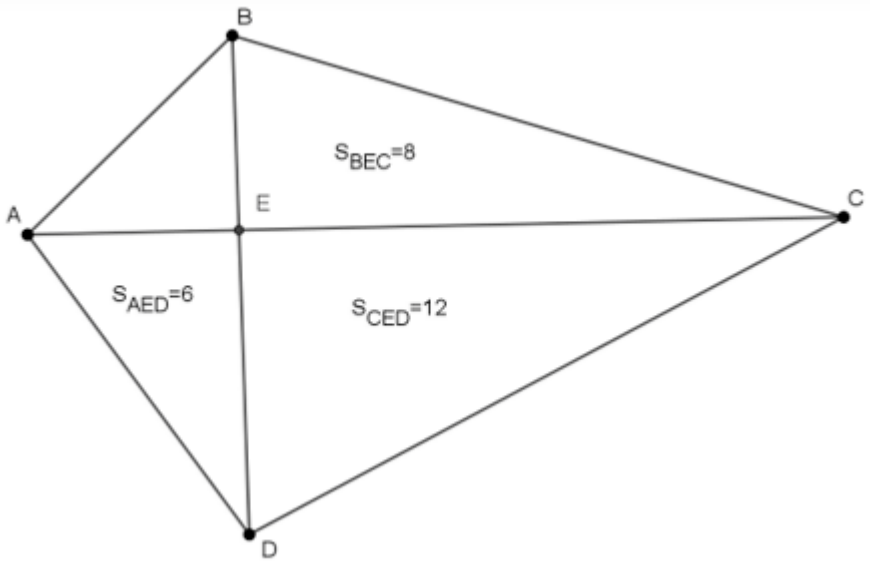


Но у треугольников AED и CED тоже имеется общая высота. Тогда $\frac{S_{AED}}{S_{CED}} = \frac{AE}{EC} = \frac{3}{4}$, откуда $S_{CED} = 16$ см^2.

Случай 3. Треугольник площадью 12 см^2 не имеет общей стороны с искомым.

У треугольников AED и CED имеется общая высота. То есть отношение их площадей равно отношению их оснований. $\frac{AE}{EC} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера



Но у треугольников ABE и BEC тоже имеется общая высота. Тогда $\frac{S_{AEB}}{S_{BEC}} = \frac{AE}{EC} = \frac{1}{2}$, откуда $S_{AEB} = 4$ см^2.

Сумма возможных значений площади четвёртого треугольника равна $9 + 16 + 4 = 29$ см^2.

Ответ:

1. 3
2. 29 см^2

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Разбиение четырёхугольника. Вариант № 3

#1243545

В качестве ответа вводите число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Диагонали разбили выпуклый четырёхугольник на четыре треугольника, площади трёх из которых равны 6 см^2, 10 см^2 и 15 см^2. Найдите площадь четвёртого треугольника.

1. Сколько вариантов ответа есть в этой задаче?

Правильный ответ:

3

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

2. Найдите сумму всех возможных значений площади четвёртого треугольника.

Правильный ответ:

38

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

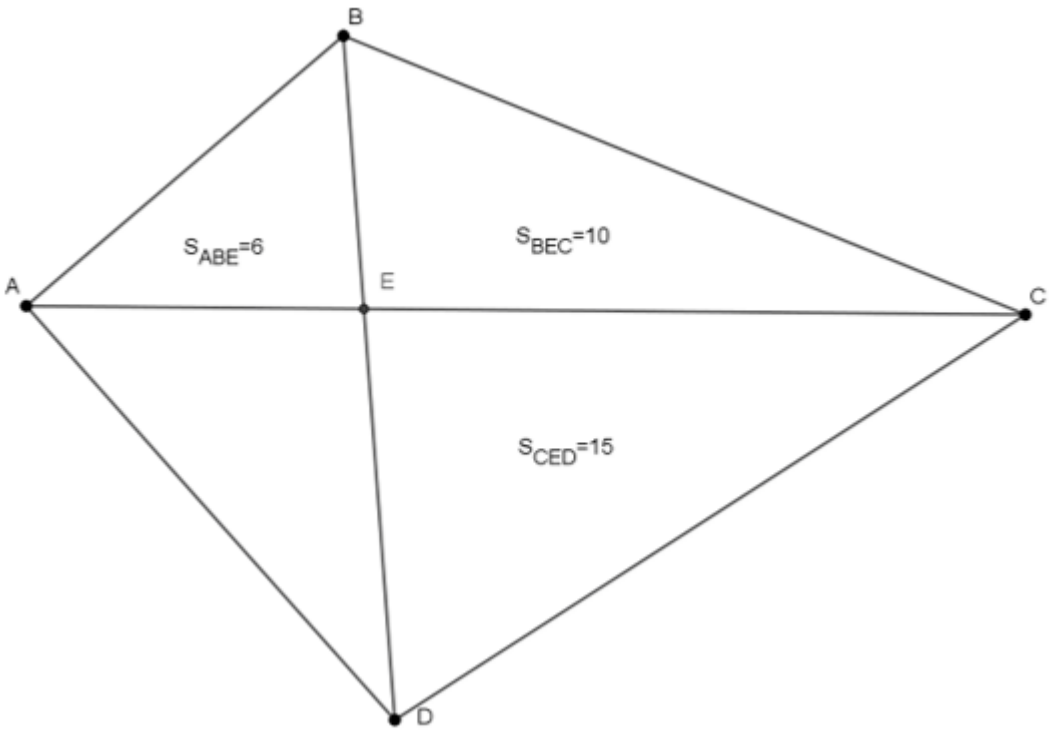
Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Задача имеет 3 решения, так как любой из трёх треугольников с известной площадью может не иметь общей стороны с искомым.

Случай 1. Треугольник площадью 10 см ^{2} не имеет общей стороны с искомым.

У треугольников ABE и BEC имеется общая высота. То есть отношение их площадей равно отношению их оснований. $\frac{AE}{EC} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

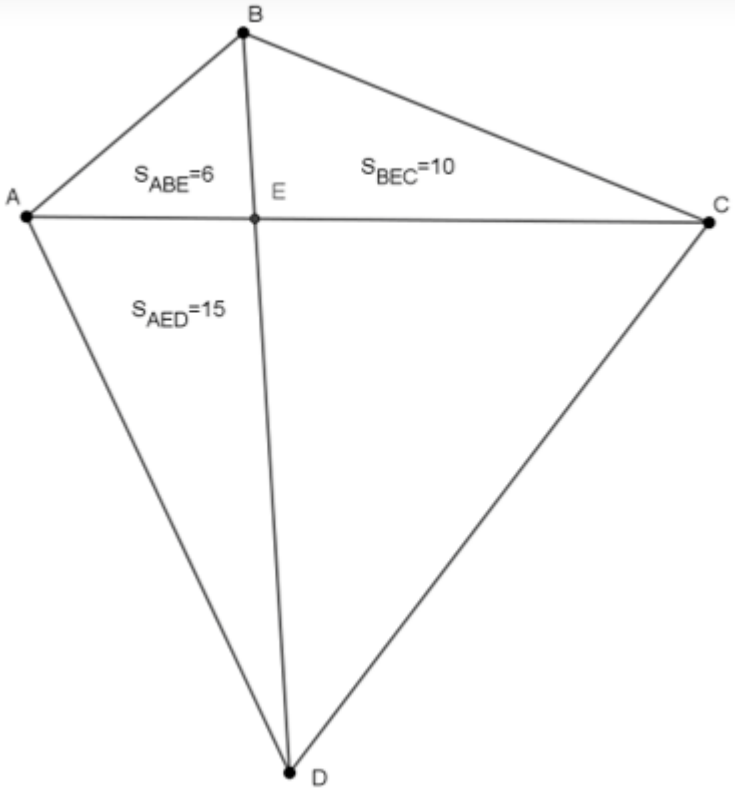


Но у треугольников AED и CED тоже имеется общая высота. Тогда $\frac{S_{AED}}{S_{CED}} = \frac{AE}{EC} = \frac{3}{5}$, откуда $S_{AED} = 9$ см^2.

Случай 2. Треугольник площадью 6 см^2 не имеет общей стороны с искомым.

У треугольников ABE и BEC имеется общая высота. То есть отношение их площадей равно отношению их оснований. $\frac{AE}{_} = \frac{6}{_} = \frac{3}{_}$

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

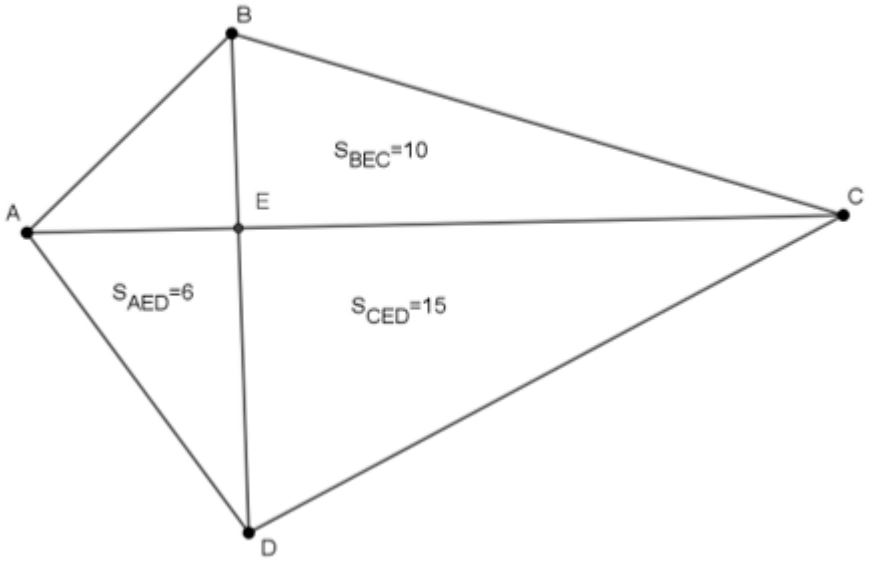


Но у треугольников AED и CED тоже имеется общая высота. Тогда $\frac{S_{AED}}{S_{CED}} = \frac{AE}{EC} = \frac{3}{5}$, откуда $S_{CED} = 25$ см^2.

Случай 3. Треугольник площадью 15 см^2 не имеет общей стороны с искомым.

У треугольников AED и CED имеется общая высота. То есть отношение их площадей равно отношению их оснований. $\frac{AE}{EC} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$.

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера



Но у треугольников ABE и BEC тоже имеется общая высота. Тогда $\frac{S_{AEB}}{S_{BEC}} = \frac{AE}{EC} = \frac{2}{5}$, откуда $S_{AEB} = 4$ см^2.

Сумма возможных значений площади четвёртого треугольника равна $9 + 25 + 4 = 38$ см^2.

Ответ:

1. 3

2. 38 см^2

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Разбиение четырёхугольника. Вариант № 4

#1243546

В качестве ответа вводите число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Диагонали разбили выпуклый четырёхугольник на четыре треугольника, площади трёх из которых равны 4 см^2, 6 см^2 и 12 см^2. Найдите площадь четвёртого треугольника.

1. Сколько вариантов ответа есть в этой задаче?

Правильный ответ:

3

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

2. Найдите сумму всех возможных значений площади четвёртого треугольника.

Правильный ответ:

28

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

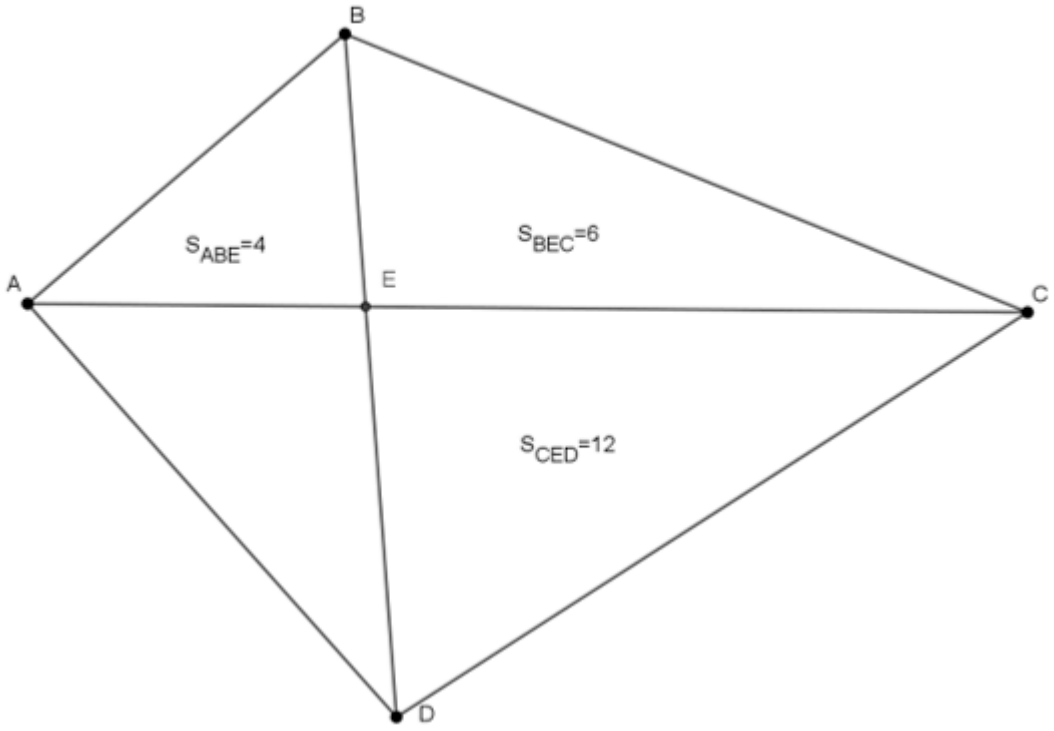
Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Задача имеет 3 решения, так как любой из трёх треугольников с известной площадью может не иметь общей стороны с искомым.

Случай 1. Треугольник площадью 6 см ^{2} не имеет общей стороны с искомым.

У треугольников ABE и BEC имеется общая высота. То есть отношение их площадей равно отношению их оснований. $\frac{AE}{EC} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

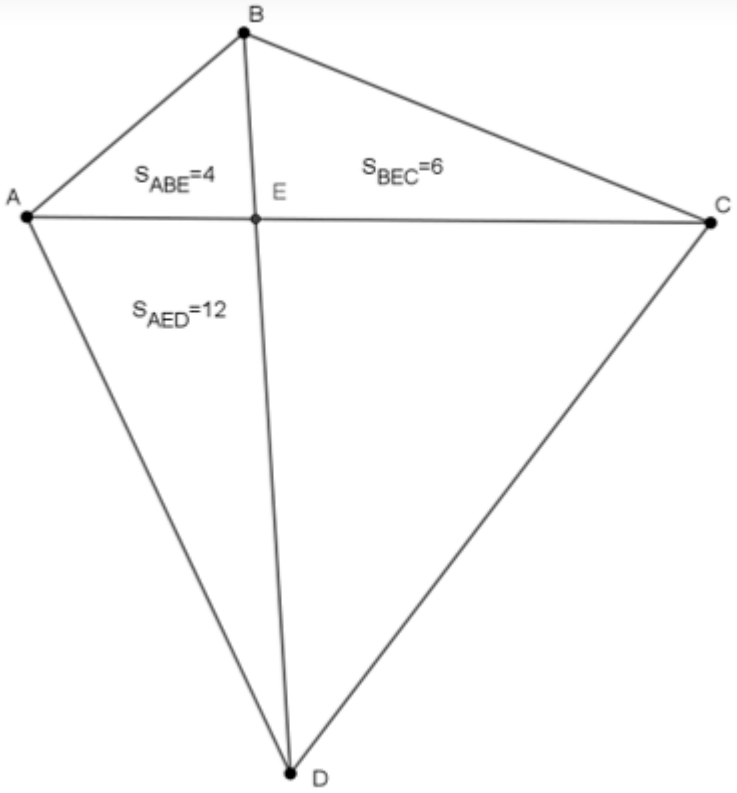


Но у треугольников AED и CED тоже имеется общая высота. Тогда $\frac{S_{AED}}{S_{CED}} = \frac{AE}{EC} = \frac{2}{3}$, откуда $S_{AED} = 8$ см^2.

Случай 2. Треугольник площадью 4 см^2 не имеет общей стороны с искомым.

У треугольников ABE и BEC имеется общая высота. То есть отношение их площадей равно отношению их оснований. $\frac{AE}{\quad} = \frac{4}{\quad} = \frac{2}{\quad}$.

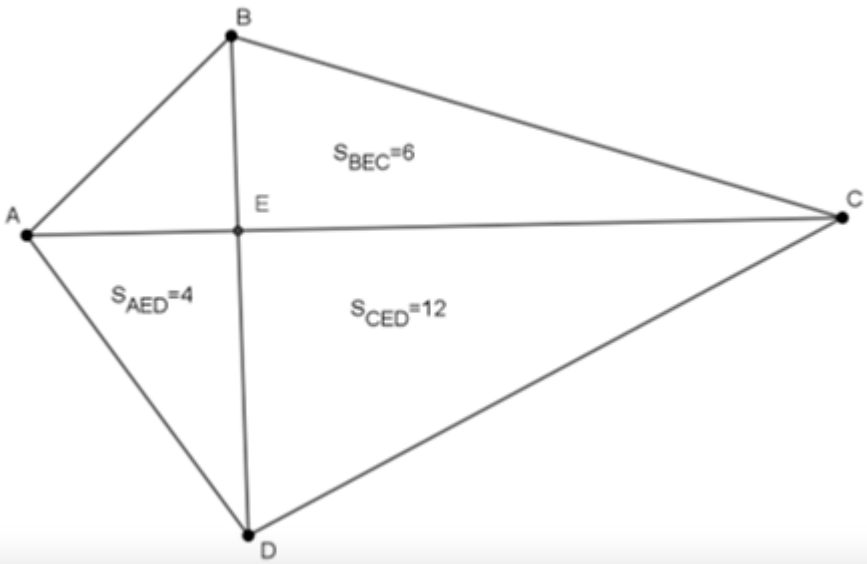
Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера



Но у треугольников AED и CED тоже имеется общая высота. Тогда $\frac{S_{AED}}{S_{CED}} = \frac{AE}{EC} = \frac{2}{3}$, откуда $S_{CED} = 18$ см^2.

Случай 3. Треугольник площадью 12 см^2 не имеет общей стороны с искомым.

У треугольников AED и CED имеется общая высота. То есть отношение их площадей равно отношению их оснований. $\frac{AE}{EC} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.



Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Но у треугольников ABE и BEC тоже имеется общая высота. Тогда $\frac{S_{AEB}}{S_{BEC}} = \frac{AE}{EC} = \frac{1}{3}$, откуда $S_{AEB} = 2$ см^2.

Сумма возможных значений площади четвёртого треугольника равна $8 + 18 + 2 = 28$ см^2.

Ответ:

1. 3
2. 28 см^2

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Разбиение четырёхугольника. Вариант № 5

#1243549

В качестве ответа вводите число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Диагонали разбили выпуклый четырёхугольник на четыре треугольника, площади трёх из которых равны 8 см^2, 10 см^2 и 20 см^2. Найдите площадь четвёртого треугольника.

1. Сколько вариантов ответа есть в этой задаче?

Правильный ответ:

3

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

2. Найдите сумму всех возможных значений площади четвёртого треугольника.

Правильный ответ:

45

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

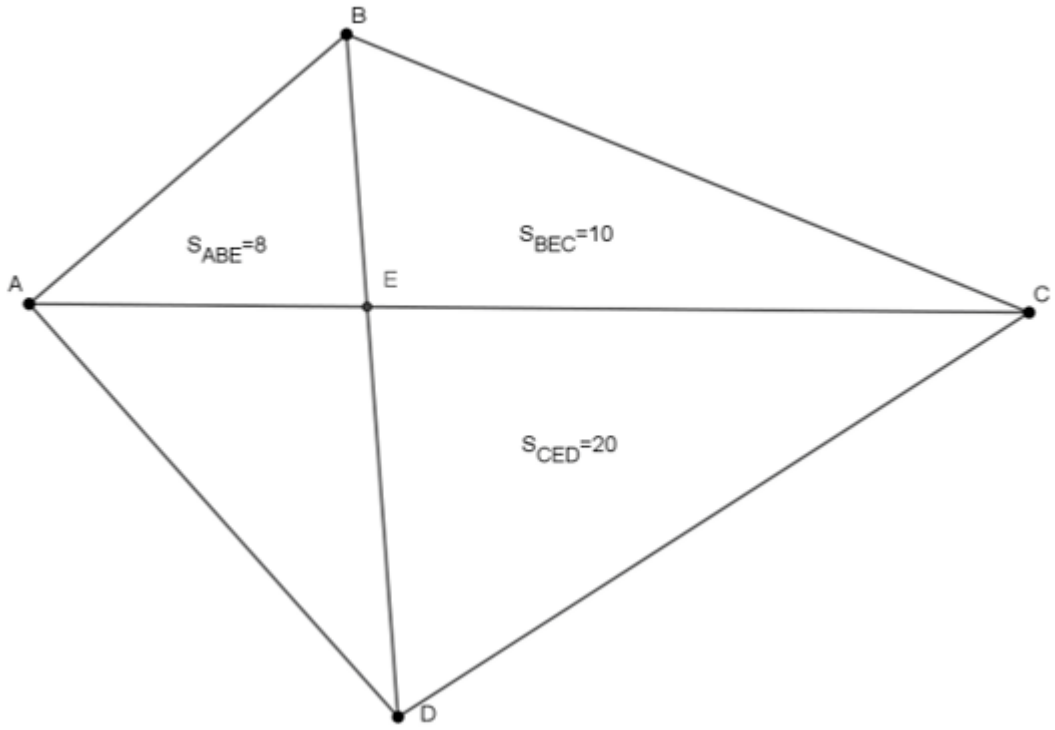
Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Задача имеет 3 решения, так как любой из трёх треугольников с известной площадью может не иметь общей стороны с искомым.

Случай 1. Треугольник площадью 10 см ^{2} не имеет общей стороны с искомым.

У треугольников ABE и BEC имеется общая высота. То есть отношение их площадей равно отношению их оснований. $\frac{AE}{EC} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$.

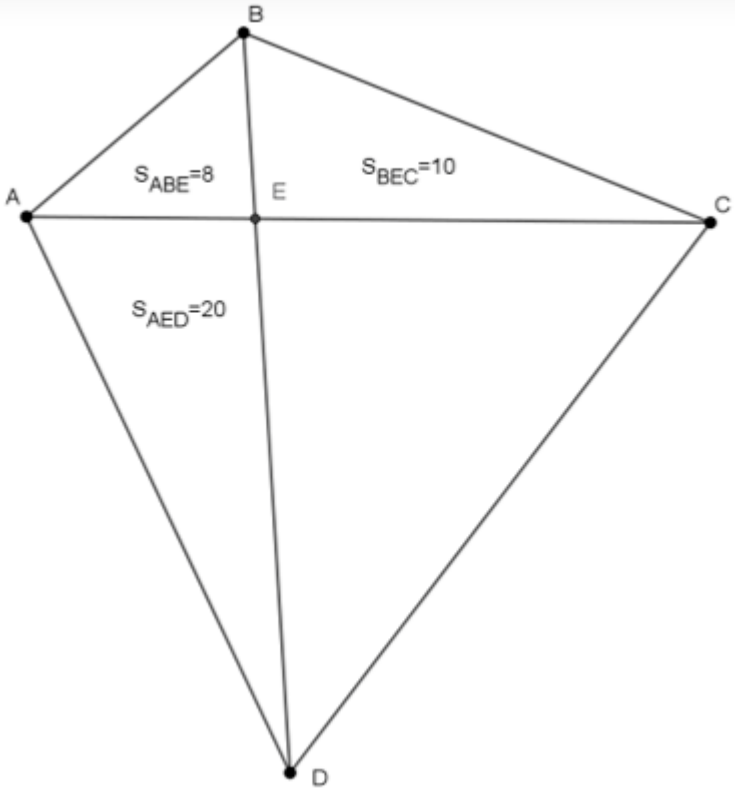


Но у треугольников AED и CED тоже имеется общая высота. Тогда $\frac{S_{AED}}{S_{CED}} = \frac{AE}{EC} = \frac{4}{5}$, откуда $S_{AED} = 16$ см^2.

Случай 2. Треугольник площадью 8 см^2 не имеет общей стороны с искомым.

У треугольников ABE и BEC имеется общая высота. То есть отношение их площадей равно отношению их оснований. $\frac{AE}{_} = \frac{8}{_} = \frac{4}{_}$

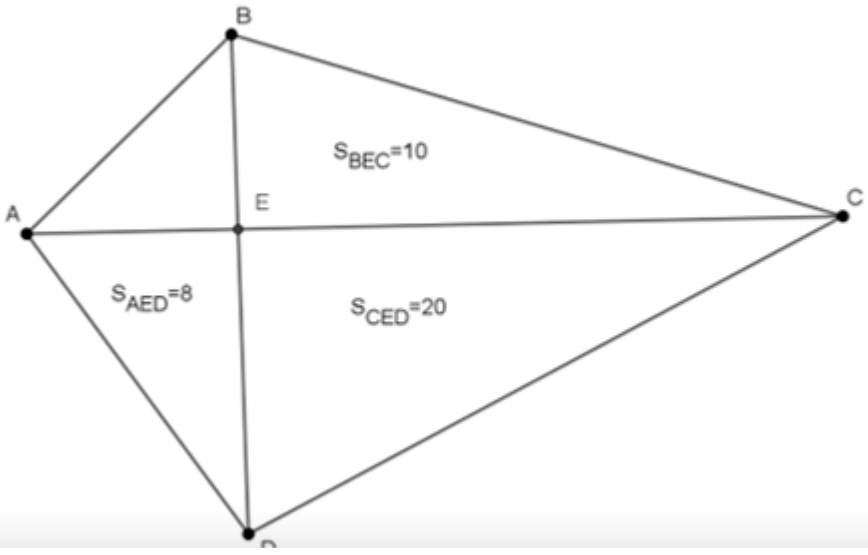
Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера



Но у треугольников AED и CED тоже имеется общая высота. Тогда $\frac{S_{AED}}{S_{CED}} = \frac{AE}{EC} = \frac{4}{5}$, откуда $S_{CED} = 25$ см^2.

Случай 3. Треугольник площадью 20 см^2 не имеет общей стороны с искомым.

У треугольников AED и CED имеется общая высота. То есть отношение их площадей равно отношению их оснований. $\frac{AE}{EC} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$.



Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Но у треугольников ABE и BEC тоже имеется общая высота. Тогда $\frac{S_{AEB}}{S_{BEC}} = \frac{AE}{EC} = \frac{2}{5}$, откуда $S_{AEB} = 4$ см^2.

Сумма возможных значений площади четвёртого треугольника равна $16 + 25 + 4 = 45$ см^2.

Ответ:

1. 3

2. 45 см^2

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Разность квадратов. Вариант № 1

#1243555

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3.

Число 2025 представили в виде разности квадратов двух натуральных чисел x и y:
$2025 = x^2 - y^2$.

1. Сколькими способами это можно сделать?

Правильный ответ:

7

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

2. Чему равно наибольшее возможное значение x?

Правильный ответ:

1013

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

3. Чему равно наименьшее возможное значение y?

Правильный ответ:

24

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Рассмотрим уравнение $2025 = x^2 - y^2 = (x-y)(x+y) = 3^4 \cdot 5^2$. С учётом того, что числа x и y натуральные, возможны следующие варианты:

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 2025 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 1013 \\ y = 1012 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 675 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 339 \\ y = 336 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ x + y = 405 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 205 \\ y = 200 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 9 \\ x + y = 225 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 117 \\ y = 108 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 15 \\ x + y = 135 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 75 \\ y = 60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 25 \\ x + y = 81 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 53 \\ y = 28 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 27 \\ x + y = 75 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 51 \\ y = 24 \end{cases}$$

Значит, наибольшее возможное значение x равно 1013, наименьшее возможное значение y равно 24.

Ответ:

1. 7

2. 1013

3. 24

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Разность квадратов. Вариант № 2

#1243563

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3.

Число 3969 представили в виде разности квадратов двух натуральных чисел x и y:
$3969 = x^2 - y^2$.

1. Сколькими способами это можно сделать?

Правильный ответ:

7

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

2. Чему равно наибольшее возможное значение x?

Правильный ответ:

1985

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

3. Чему равно наименьшее возможное значение y?

Правильный ответ:

16

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Рассмотрим уравнение $3969 = x^2 - y^2 = (x-y)(x+y) = 3^4 \cdot 7^2$. С учётом того, что числа x и y натуральные, возможны следующие варианты:

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 3969 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 1985 \\ y = 1984 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 1323 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 663 \\ y = 660 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 7 \\ x + y = 567 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 287 \\ y = 280 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 9 \\ x + y = 441 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 225 \\ y = 216 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 21 \\ x + y = 189 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 105 \\ y = 84 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 27 \\ x + y = 147 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 87 \\ y = 60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 49 \\ x + y = 81 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 65 \\ y = 16 \end{cases}$$

Значит, наибольшее возможное значение x равно 1985, наименьшее возможное значение y равно 16.

Ответ:

1. 7

2. 1985

3. 16

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Разность квадратов. Вариант № 3

#1243564

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3.

Число 5625 представили в виде разности квадратов двух натуральных чисел x и y:
$5625 = x^2 - y^2$.

1. Сколькими способами это можно сделать?

Правильный ответ:

7

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

2. Чему равно наибольшее возможное значение x?

Правильный ответ:

2813

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

3. Чему равно наименьшее возможное значение y?

Правильный ответ:

40

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Рассмотрим уравнение $5625 = x^2 - y^2 = (x-y)(x+y) = 3^2 \cdot 5^4$. С учётом того, что числа x и y натуральные, возможны следующие варианты:

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 5625 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 2813 \\ y = 2812 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 1875 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 939 \\ y = 936 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ x + y = 1125 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 565 \\ y = 560 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 9 \\ x + y = 625 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 317 \\ y = 308 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 15 \\ x + y = 375 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 195 \\ y = 180 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 25 \\ x + y = 225 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 125 \\ y = 100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 45 \\ x + y = 125 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 85 \\ y = 40 \end{cases}$$

Значит, наибольшее возможное значение x равно 2813, наименьшее возможное значение y равно 40.

Ответ:

1. 7

2. 2813

3. 40

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Разность квадратов. Вариант № 4

#1243566

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3.

Число 9801 представили в виде разности квадратов двух натуральных чисел x и y:
$9801 = x^2 - y^2$.

1. Сколькими способами это можно сделать?

Правильный ответ:

7

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

2. Чему равно наибольшее возможное значение x?

Правильный ответ:

4901

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

3. Чему равно наименьшее возможное значение y?

Правильный ответ:

20

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Рассмотрим уравнение $9801 = x^2 - y^2 = (x-y)(x+y) = 3^4 \cdot 11^2$. С учётом того, что числа x и y натуральные, возможны следующие варианты:

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 9801 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 4901 \\ y = 4900 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 3267 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 1635 \\ y = 1632 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 9 \\ x + y = 1089 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 549 \\ y = 540 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 11 \\ x + y = 891 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 451 \\ y = 440 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 27 \\ x + y = 363 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 195 \\ y = 168 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 33 \\ x + y = 297 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 165 \\ y = 132 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 81 \\ x + y = 121 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 101 \\ y = 20 \end{cases}$$

Значит, наибольшее возможное значение x равно 4901, наименьшее возможное значение y равно 20.

Ответ:

1. 7

2. 4901

3. 20

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Разность квадратов. Вариант № 5

#1243567

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3.

Число 21609 представили в виде разности квадратов двух натуральных чисел x и y:
$21609 = x^2 - y^2$.

1. Сколькими способами это можно сделать?

Правильный ответ:

7

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

2. Чему равно наибольшее возможное значение x?

Правильный ответ:

10805

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

3. Чему равно наименьшее возможное значение y?

Правильный ответ:

140

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Рассмотрим уравнение $21609 = x^2 - y^2 = (x-y)(x+y) = 3^2 \cdot 7^4$. С учётом того, что числа x и y натуральные, возможны следующие варианты:

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 21609 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 10805 \\ y = 10804 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 7203 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 3603 \\ y = 3600 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 7 \\ x + y = 3087 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 1547 \\ y = 1540 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 9 \\ x + y = 2401 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 1205 \\ y = 1196 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 21 \\ x + y = 1029 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 525 \\ y = 504 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 49 \\ x + y = 441 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 245 \\ y = 196 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 63 \\ x + y = 343 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 203 \\ y = 140 \end{cases}$$

Значит, наибольшее возможное значение x равно 10805, наименьшее возможное значение y равно 140.

Ответ:

1. 7

2. 10805

3. 140

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Дружный класс. Вариант № 1

#1243576

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

В одном очень дружном классе принято, чтобы перед первым уроком и каждый ученик, и каждая ученица поприветствовали рукопожатием всех своих одноклассников. В какой-то день в школу пришло 25 учеников дружного класса, и суммарное число рукопожатий между ребятами одного пола оказалось таким же, как число рукопожатий между мальчиками и девочками. Сколько мальчиков пришло в этот день в школу?

1. Сколько вариантов ответа есть в этой задаче?

Правильный ответ:

2

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

2. Сколько мальчиков пришло в этот день в школу? Если у Вас получилось несколько вариантов ответа, то запишите ответ, указывая их подряд в порядке возрастания без пробелов.

Правильный ответ:

1015

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Если в классе m мальчиков и d девочек, то число рукопожатий между мальчиками и девочками равняется md.

Число рукопожатий между мальчиками равно $\frac{m(m-1)}{2}$, а между девочками $\frac{d(d-1)}{2}$.

Имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} m+d=25 \\ \frac{m(m-1)}{2}+\frac{d(d-1)}{2}=md \end{cases} \iff \begin{cases} m+d=25 \\ (m-d)^2=m+d \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+d=25 \\ \left[\begin{array}{l} m-d=5 \\ m-d=-5 \end{array}\right. \end{cases} \iff \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m+d=25 \\ m-d=5 \end{cases} \\ \begin{cases} m+d=25 \\ m-d=-5 \end{cases} \end{array}\right.$$

то есть m может равняться или 15, или 10. Имеем 2 варианта ответа.

Ответ:

1. 2 варианта

2. 1015

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Дружный класс. Вариант № 2

#1243581

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

В одном очень дружном классе принято, чтобы перед первым уроком и каждый ученик, и каждая ученица поприветствовали рукопожатием всех своих одноклассников. В какой-то день в школу пришло 16 учеников дружного класса, и суммарное число рукопожатий между ребятами одного пола оказалось таким же, как число рукопожатий между мальчиками и девочками. Сколько мальчиков пришло в этот день в школу?

1. Сколько вариантов ответа есть в этой задаче?

Правильный ответ:

2

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

2. Сколько мальчиков пришло в этот день в школу? Если у Вас получилось несколько вариантов ответа, то запишите ответ, указывая их подряд в порядке возрастания без пробелов.

Правильный ответ:

610

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Если в классе m мальчиков и d девочек, то число рукопожатий между мальчиками и девочками равняется md.

Число рукопожатий между мальчиками равно $\frac{m(m-1)}{2}$, а между девочками $\frac{d(d-1)}{2}$.

Имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} m+d=16 \\ \frac{m(m-1)}{2}+\frac{d(d-1)}{2}=md \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} m+d=16 \\ (m-d)^2=m+d \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+d=16 \\ \left[\begin{array}{l} m-d=4 \\ m-d=-4 \end{array}\right. \end{cases} \Longleftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m+d=16 \\ m-d=4 \end{cases} \\ \begin{cases} m+d=16 \\ m-d=-4 \end{cases} \end{array}\right.$$

то есть m может равняться или 6, или 10. Имеем 2 варианта ответа.

Ответ:

1. 2 варианта

2. 610

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Дружный класс. Вариант № 3

#1243582

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

В одном очень дружном классе принято, чтобы перед первым уроком и каждый ученик, и каждая ученица поприветствовали рукопожатием всех своих одноклассников. В какой-то день в школу пришло 36 учеников дружного класса, и суммарное число рукопожатий между ребятами одного пола оказалось таким же, как число рукопожатий между мальчиками и девочками. Сколько мальчиков пришло в этот день в школу?

1. Сколько вариантов ответа есть в этой задаче?

Правильный ответ:

2

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

2. Сколько мальчиков пришло в этот день в школу? Если у Вас получилось несколько вариантов ответа, то запишите ответ, указывая их подряд в порядке возрастания без пробелов.

Правильный ответ:

1521

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Если в классе m мальчиков и d девочек, то число рукопожатий между мальчиками и девочками равняется md.

Число рукопожатий между мальчиками равно $\frac{m(m-1)}{2}$, а между девочками $\frac{d(d-1)}{2}$.

Имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} m+d=36 \\ \frac{m(m-1)}{2}+\frac{d(d-1)}{2}=md \end{cases} \iff \begin{cases} m+d=36 \\ (m-d)^2=m+d \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+d=36 \\ \left[\begin{array}{l} m-d=6 \\ m-d=-6 \end{array}\right. \end{cases} \iff \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m+d=36 \\ m-d=6 \end{cases} \\ \begin{cases} m+d=36 \\ m-d=-6 \end{cases} \end{array}\right.$$

то есть m может равняться или 15, или 21. Имеем 2 варианта ответа.

Ответ:

1. 2 варианта

2. 1521

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Дружный класс. Вариант № 4

#1243583

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

В одном очень дружном классе принято, чтобы перед первым уроком и каждый ученик, и каждая ученица поприветствовали рукопожатием всех своих одноклассников. В какой-то день в школу пришло 49 учеников дружного класса, и суммарное число рукопожатий между ребятами одного пола оказалось таким же, как число рукопожатий между мальчиками и девочками. Сколько мальчиков пришло в этот день в школу?

1. Сколько вариантов ответа есть в этой задаче?

Правильный ответ:

2

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

2. Сколько мальчиков пришло в этот день в школу? Если у Вас получилось несколько вариантов ответа, то запишите ответ, указывая их подряд в порядке возрастания без пробелов.

Правильный ответ:

2128

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Если в классе m мальчиков и d девочек, то число рукопожатий между мальчиками и девочками равняется md.

Число рукопожатий между мальчиками равно $\frac{m(m-1)}{2}$, а между девочками $\frac{d(d-1)}{2}$.

Имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} m+d=49 \\ \frac{m(m-1)}{2}+\frac{d(d-1)}{2}=md \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} m+d=49 \\ (m-d)^2=m+d \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+d=49 \\ \left[\begin{array}{l} m-d=7 \\ m-d=-7 \end{array}\right. \end{cases} \Longleftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m+d=49 \\ m-d=7 \end{cases} \\ \begin{cases} m+d=49 \\ m-d=-7 \end{cases} \end{array}\right.$$

то есть m может равняться или 21, или 28. Имеем 2 варианта ответа.

Ответ:

1. 2 варианта

2. 2128

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Дружный класс. Вариант № 5

#1243584

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

В одном очень дружном классе принято, чтобы перед первым уроком и каждый ученик, и каждая ученица поприветствовали рукопожатием всех своих одноклассников. В какой-то день в школу пришло 64 ученика дружного класса, и суммарное число рукопожатий между ребятами одного пола оказалось таким же, как число рукопожатий между мальчиками и девочками. Сколько мальчиков пришло в этот день в школу?

1. Сколько вариантов ответа есть в этой задаче?

Правильный ответ:

2

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

2. Сколько мальчиков пришло в этот день в школу? Если у Вас получилось несколько вариантов ответа, то запишите ответ, указывая их подряд в порядке возрастания без пробелов.

Правильный ответ:

2836

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Если в классе m мальчиков и d девочек, то число рукопожатий между мальчиками и девочками равняется md.

Число рукопожатий между мальчиками равно $\frac{m(m-1)}{2}$, а между девочками $\frac{d(d-1)}{2}$.

Имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} m+d=64 \\ \frac{m(m-1)}{2}+\frac{d(d-1)}{2}=md \end{cases} \iff \begin{cases} m+d=64 \\ (m-d)^2=m+d \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+d=64 \\ \left[\begin{array}{l} m-d=8 \\ m-d=-8 \end{array}\right. \end{cases} \iff \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m+d=64 \\ m-d=8 \end{cases} \\ \begin{cases} m+d=64 \\ m-d=-8 \end{cases} \end{array}\right.$$

то есть m может равняться или 28, или 36. Имеем 2 варианта ответа.

Ответ:

1. 2 варианта

2. 2836

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Число в квадрате. Вариант № 1

#1243585

В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

В квадрате записаны 9 цифр так, как это показано на рисунке.

Сергей хочет составить число, подчиняющееся следующим правилам:

$1)$ все цифры этого числа различны;

$2)$ оно больше 1000000;

$3)$ любые две соседние цифры числа должны быть соседними по стороне цифрами в данной таблице.

1	7	2
9	3	8
4	6	5

1. Какое наименьшее число может получить Сергей?

Правильный ответ:

1728364

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

2. Какое число наибольшее может получить Сергей?

Правильный ответ:

583649172

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Наименьшее число, превосходящее миллион, как минимум семизначное. Получить наименьшее семизначное число можно по следующему принципу: выбираем наименьшую из возможных первую цифру числа, далее среди её соседей по стороне в таблице выбираем наименьшую вторую цифру, и так далее. Учитывая, что все цифры числа различны, наименьшим получается число 1728364.

Наибольшее число, удовлетворяющее условию 1) – девятизначное. Раскрасим таблицу с цифрами в шахматном порядке. Учитывая, что любые две последовательные цифры нашего числа имеют разный цвет, девятизначное число можно сгенерировать только в том случае, когда первая цифра находится в жёлтой клетке.

1	7	2
9	3	8
4	6	5

Получить наибольшее девятизначное число можно по следующему принципу: в качестве первой цифры выбираем наибольшую из цифр, находящихся в жёлтых клетках (это цифра 5), далее среди её соседей по стороне в таблице выбираем наибольшую вторую цифру, и так далее. Учитывая, что должен получиться маршрут, проходящий по каждой цифре ровно один раз, наибольшим будет число 583649172.

Ответ:

1. 1728364

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

2. 583649172

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Число в квадрате. Вариант № 2

#1243586

В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

В квадрате записаны 9 цифр так, как это показано на рисунке.

Сергей хочет составить число, подчиняющееся следующим правилам:

1) все цифры этого числа различны;

2) оно больше 1000000;

3) любые две соседние цифры числа должны быть соседними по стороне цифрами в данной таблице.

2	9	4
7	1	8
6	3	5

1. Какое наименьшее число может получить Сергей?

Правильный ответ:

1358492

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

2. Какое число наибольшее может получить Сергей?

Правильный ответ:

672948531

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Наименьшее число, превосходящее миллион, как минимум семизначное. Получить наименьшее семизначное число можно по следующему принципу: выбираем наименьшую из возможных первую цифру числа, далее среди её соседей по стороне в таблице выбираем наименьшую вторую цифру, и так далее. Учитывая, что все цифры числа различны, наименьшим получается число 1358492.

Наибольшее число, удовлетворяющее условию $1)$ – девятизначное. Раскрасим таблицу с цифрами в шахматном порядке. Учитывая, что любые две последовательные цифры нашего числа имеют разный цвет, девятизначное число можно сгенерировать только в том случае, когда первая цифра находится в жёлтой клетке.

2	9	4
7	1	8
6	3	5

Получить наибольшее девятизначное число можно по следующему принципу: в качестве первой цифры выбираем наибольшую из цифр, находящихся в жёлтых клетках (это цифра 6), далее среди её соседей по стороне в таблице выбираем наибольшую вторую цифру, и так далее. Учитывая, что должен получиться маршрут, проходящий по каждой цифре ровно один раз, наибольшим будет число 672948531.

Ответ:

1. 1358492

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

2. 672948531

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Число в квадрате. Вариант № 3

#1243588

В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

В квадрате записаны 9 цифр так, как это показано на рисунке.

Сергей хочет составить число, подчиняющееся следующим правилам:

1) все цифры этого числа различны;

2) оно больше 1000000;

3) любые две соседние цифры числа должны быть соседними по стороне цифрами в данной таблице.

2	9	7
4	1	6
3	8	5

1. Какое наименьшее число может получить Сергей?

Правильный ответ:

1429765

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

2. Какое число наибольшее может получить Сергей?

Правильный ответ:

792438561

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Наименьшее число, превосходящее миллион, как минимум семизначное. Получить наименьшее семизначное число можно по следующему принципу: выбираем наименьшую из возможных первую цифру числа, далее среди её соседей по стороне в таблице выбираем наименьшую вторую цифру, и так далее. Учитывая, что все цифры числа различны, наименьшим получается число 1429765.

Наибольшее число, удовлетворяющее условию 1) – девятизначное. Раскрасим таблицу с цифрами в шахматном порядке. Учитывая, что любые две последовательные цифры нашего числа имеют разный цвет, девятизначное число получится сгенерировать только в том случае, когда первая цифра находится в жёлтой клетке.

2	9	7
4	1	6
3	8	5

Получить наибольшее девятизначное число можно по следующему принципу: в качестве первой цифры выбираем наибольшую из цифр, находящихся в жёлтых клетках (это цифра 7), далее среди её соседей по стороне в таблице выбираем наибольшую вторую цифру, и так далее. Учитывая, что должен получиться маршрут, проходящий по каждой цифре ровно один раз, наибольшим будет число 792438561.

Ответ:

1. 1429765

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

2. 792438561

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Число в квадрате. Вариант № 4

#1243589

В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

В квадрате записаны 9 цифр так, как это показано на рисунке.

Сергей хочет составить число, подчиняющееся следующим правилам:

1) все цифры этого числа различны;

2) оно больше 1000000;

3) любые две соседние цифры числа должны быть соседними по стороне цифрами в данной таблице.

1	8	3
6	4	9
5	2	7

1. Какое наименьшее число может получить Сергей?

Правильный ответ:

1642793

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

2. Какое число наибольшее может получить Сергей?

Правильный ответ:

794256183

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Наименьшее число, превосходящее миллион, как минимум семизначное. Получить наименьшее семизначное число можно по следующему принципу: выбираем наименьшую из возможных первую цифру числа, далее среди её соседей по стороне в таблице выбираем наименьшую вторую цифру, и так далее. Учитывая, что все цифры числа различны, наименьшим получается число 1642793 .

Наибольшее число, удовлетворяющее условию 1) – девятизначное. Раскрасим таблицу с цифрами в шахматном порядке. Учитывая, что любые две последовательные цифры нашего числа имеют разный цвет, девятизначное число можно сгенерировать только в том случае, когда первая цифра находится в жёлтой клетке.

1	8	3
6	4	9
5	2	7

Получить наибольшее девятизначное число можно по следующему принципу: в качестве первой цифры выбираем наибольшую из цифр, находящихся в жёлтых клетках (это цифра 7), далее среди её соседей по стороне в таблице выбираем наибольшую вторую цифру, и так далее. Учитывая, что должен получиться маршрут, проходящий по каждой цифре ровно один раз, наибольшим получается число 794256183.

Ответ:

1. 1642793

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

2. 794256183

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Число в квадрате. Вариант № 5

#1243590

В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

В квадрате записаны 9 цифр так, как это показано на рисунке.

Сергей хочет составить число, подчиняющееся следующим правилам:

$1)$ все цифры этого числа различны;

$2)$ оно больше 1000000;

$3)$ любые две соседние цифры числа должны быть соседними по стороне цифрами в данной таблице.

7	9	2
4	1	6
3	8	5

1. Какое наименьшее число может получить Сергей?

Правильный ответ:

1438562

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

2. Какое число наибольшее может получить Сергей?

Правильный ответ:

792658341

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Наименьшее число, превосходящее миллион, как минимум семизначное. Получить наименьшее семизначное число можно по следующему принципу: выбираем наименьшую из возможных первую цифру числа, далее среди её соседей по стороне в таблице выбираем наименьшую вторую цифру, и так далее. Учитывая, что все цифры числа различны, наименьшим получается число **1438562**.

Наибольшее число, удовлетворяющее условию 1) – девятизначное. Раскрасим таблицу с цифрами в шахматном порядке. Учитывая, что любые две последовательные цифры нашего числа имеют разный цвет, девятизначное число можно сгенерировать только в том случае, когда первая цифра находится в жёлтой клетке.

7	9	2
4	1	6
3	8	5

Получить наибольшее девятизначное число можно по следующему принципу: в качестве первой цифры выбираем наибольшую из цифр, находящихся в жёлтых клетках (это цифра **7**), далее среди её соседей по стороне в таблице выбираем наибольшую вторую цифру, и так далее. Учитывая, что должен получиться маршрут, проходящий по каждой цифре ровно один раз, наибольшим будет число **792658341**.

Ответ:

1. 1438562

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

2. 792658341

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Физики и математики. Вариант № 1

#1243592

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Сергей Александрович ведёт занятия в двух школьных кружках: «Олимпиадная математика» и «Олимпиадная физика». Каждый из 20 учеников его класса занимается хотя бы в одном из двух этих кружков. Математику посещает 12 учеников, а физику – только 10. Для участия в командном школьном турнире по математике нужно выбрать каких-то трёх учеников, занимающихся в кружке «Олимпиадная математика», а для участия в турнире по физике – троих участников кружка «Олимпиадная физика». Так как турниры проходят в один день и в одно время, то одних и тех же ребят привлечь к обоим состязаниям нельзя.

1. Сколькими способами можно собрать только команду на турнир по физике?

Правильный ответ:

120

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

2. Сколькими способами можно собрать две команды (одна команда физиков и одна команда математиков) для двух этих турниров?

Правильный ответ:

22520

Формула вычисления баллов: 0-4 1-0

4 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Трёх участников в команду на турнир по физике можно выбрать $C_{10}^3 = 120$ способами. Нетрудно заметить, что $12 + 10 - 20 = 2$ ученика занимаются в обоих кружках.

$1)$ Если оба они идут на турнир по физике, то третьего в команду физиков можно добрать 8 способами, а трёх математиков следует выбрать из 10 оставшихся $C_{10}^3 = 120$ способами. Итого $120 \cdot 8 = 960$ вариантов.

$2)$ Если только один из любителей обоих предметов идёт на физику, то команда физиков формируется $2 \cdot C_8^2 = 56$ способами, а команда математиков $C_{11}^3 = 165$ способами. Итого $56 \cdot 165 = 9240$ вариантов.

$3)$ Если ни один из любителей двух предметов в турнире по физике не участвует, то команда физиков формируется $C_8^3 = 56$ способами, а команда математиков $C_{12}^3 = 220$ способами. Итого $56 \cdot 220 = 12320$ вариантов.

Всего $12320 + 9240 + 960 = 22520$ способов.

Ответ:

1. 120 способов

2. 22520 способов

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Физики и математики. Вариант № 2

#1243593

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Алексей Викторович ведёт занятия в двух школьных кружках: «Олимпиадная математика» и «Олимпиадная физика». Каждый из 20 учеников его класса занимается хотя бы в одном из двух этих кружков. Математику посещает 10 учеников, а физику – 12. Для участия в командном школьном турнире по математике нужно выбрать каких-то трёх учеников, занимающихся в кружке «Олимпиадная математика», а для участия в турнире по физике – троих участников кружка «Олимпиадная физика». Так как турниры проходят в один день и в одно время, то одних и тех же ребят привлечь к обоим состязаниям нельзя.

1. Сколькими способами можно собрать только команду на турнир по физике?

Правильный ответ:

220

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

2. Сколькими способами можно собрать две команды (одна команда физиков и одна команда математиков) для двух этих турниров?

Правильный ответ:

22520

Формула вычисления баллов: 0-4 1-0

4 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Трёх участников в команду на турнир по физике можно выбрать $C_{12}^3 = 220$ способами. Нетрудно заметить, что $12 + 10 - 20 = 2$ ученика занимаются в обоих кружках.

$1)$ Если оба они идут на турнир по математике, то третьего в команду математиков можно добрать 8 способами, а трёх физиков следует выбрать из 10 оставшихся $C_{10}^3 = 120$ способами. Итого $120 \cdot 8 = 960$ вариантов.

$2)$ Если только один из любителей обоих предметов идёт на математику, то команда математиков формируется $2 \cdot C_8^2 = 56$ способами, а команда физиков $C_{11}^3 = 165$ способами. Итого $56 \cdot 165 = 9240$ вариантов.

$3)$ Если ни один из любителей двух предметов в турнире по математике не участвует, то команда математиков формируется $C_8^3 = 56$ способами, а команда физиков $C_{12}^3 = 220$ способами. Итого $56 \cdot 220 = 12320$ вариантов.

Всего $12320 + 9240 + 960 = 22520$ способов.

Ответ:

1. 220 способов

2. 22520 способов

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Физики и математики. Вариант № 3

#1243595

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Сергей Александрович ведёт занятия в двух школьных кружках: «Олимпиадная математика» и «Олимпиадная физика». Каждый из 25 учеников его класса занимается хотя бы в одном из двух этих кружков. Математику посещает 15 учеников, а физику – только 12. Для участия в командном школьном турнире по математике нужно выбрать каких-то трёх учеников, занимающихся в кружке «Олимпиадная математика», а для участия в турнире по физике – троих участников кружка «Олимпиадная физика». Так как турниры проходят в один день и в одно время, то одних и тех же ребят привлечь к обоим состязаниям нельзя.

1. Сколькими способами можно собрать только команду на турнир по физике?

Правильный ответ:

220

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

2. Сколькими способами можно собрать две команды (одна команда физиков и одна команда математиков) для двух этих турниров?

Правильный ответ:

90220

Формула вычисления баллов: 0-4 1-0

4 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Трёх участников в команду на турнир по физике можно выбрать $C_{12}^3 = 220$ способами. Нетрудно заметить, что $15 + 12 - 25 = 2$ ученика занимаются в обоих кружках.

$1)$ Если оба они идут на турнир по физике, то третьего в команду физиков можно добрать 10 способами, а трёх математиков следует выбрать из 13 оставшихся $C_{13}^3 = 286$ способами. Итого $286 \cdot 10 = 2860$ вариантов.

$2)$ Если только один из любителей обоих предметов идёт на физику, то команда физиков формируется $2 \cdot C_{10}^2 = 90$ способами, а команда математиков $C_{14}^3 = 364$ способами. Итого $90 \cdot 364 = 32760$ вариантов.

$3)$ Если ни один из любителей двух предметов в турнире по физике не участвует, то команда физиков формируется $C_{10}^3 = 120$ способами, а команда математиков $C_{15}^3 = 455$ способами. Итого $120 \cdot 455 = 54600$ вариантов.

Всего $2860 + 32760 + 54600 = 90220$ способов.

Ответ:

1. 220 способов

2. 90220 способов

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Физики и математики. Вариант № 4

#1243666

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Алексей Викторович ведёт занятия в двух школьных кружках: «Олимпиадная математика» и «Олимпиадная физика». Каждый из 25 учеников его класса занимается хотя бы в одном из двух этих кружков. Математику посещает 12 учеников, а физику – 15. Для участия в командном школьном турнире по математике нужно выбрать каких-то трёх учеников, занимающихся в кружке «Олимпиадная математика», а для участия в турнире по физике – троих участников кружка «Олимпиадная физика». Так как турниры проходят в один день и в одно время, то одних и тех же ребят привлечь к обоим состязаниям нельзя.

1. Сколькими способами можно собрать только команду на турнир по физике?

Правильный ответ:

455

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

2. Сколькими способами можно собрать две команды (одна команда физиков и одна команда математиков) для двух этих турниров?

Правильный ответ:

90220

Формула вычисления баллов: 0-4 1-0

4 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Трёх участников в команду на турнир по физике можно выбрать $C_{15}^3 = 455$ способами. Нетрудно заметить, что $15 + 12 - 25 = 2$ ученика занимаются в обоих кружках.

$1)$ Если оба они идут на турнир по математике, то третьего в команду математиков можно добрать 10 способами, а трёх физиков следует выбрать из 13 оставшихся $C_{13}^3 = 286$ способами. Итого $286 \cdot 10 = 2860$ вариантов.

$2)$ Если только один из любителей обоих предметов идёт на математику, то команда математиков формируется $2 \cdot C_{10}^2 = 90$ способами, а команда физиков $C_{14}^3 = 364$ способами. Итого $90 \cdot 364 = 32760$ вариантов.

$3)$ Если ни один из любителей двух предметов в турнире по математике не участвует, то команда математиков формируется $C_{10}^3 = 120$ способами, а команда физиков $C_{15}^3 = 455$ способами. Итого $120 \cdot 455 = 54600$ вариантов.

Всего $2860 + 32760 + 54600 = 90220$ способов.

Ответ:

1. 455 способов

2. 90220 способов

За решение задачи 5 баллов

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Физики и математики. Вариант № 5

#1243667

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3

Сергей Александрович ведёт занятия в двух школьных кружках: «Олимпиадная математика» и «Олимпиадная физика». Каждый из 20 учеников его класса занимается хотя бы в одном из двух этих кружков. Математику посещает 12 учеников, а физику – только 10. Для участия в командном школьном турнире по математике нужно выбрать каких-то трёх учеников, занимающихся в кружке «Олимпиадная математика», а для участия в турнире по физике – троих участников кружка «Олимпиадная физика». Так как турниры проходят в один день и в одно время, то одних и тех же ребят привлечь к обоим состязаниям нельзя.

1. Сколькими способами можно собрать только команду на турнир по математике?

Правильный ответ:

220

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

2. Сколькими способами можно собрать две команды (одна команда физиков и одна команда математиков) для двух этих турниров?

Правильный ответ:

22520

Формула вычисления баллов: 0-4 1-0

4 балла

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Решение задачи:

Трёх участников в команду на турнир по математике можно выбрать $C_{12}^3 = 220$ способами. Нетрудно заметить, что $12 + 10 - 20 = 2$ ученика занимаются в обоих кружках.

$1)$ Если оба они идут на турнир по физике, то третьего в команду физиков можно добрать 8 способами, а трёх математиков следует выбрать из 10 оставшихся $C_{10}^3 = 120$ способами. Итого $120 \cdot 8 = 960$ вариантов.

$2)$ Если только один из любителей обоих предметов идёт на физику, то команда физиков формируется $2 \cdot C_8^2 = 56$ способами, а команда математиков $C_{11}^3 = 165$ способами. Итого $56 \cdot 165 = 9240$ вариантов.

$3)$ Если ни один из любителей двух предметов в турнире по физике не участвует, то команда физиков формируется $C_8^3 = 56$ способами, а команда математиков $C_{12}^3 = 220$ способами. Итого $56 \cdot 220 = 12320$ вариантов.

Всего $12320 + 9240 + 960 = 22520$ способов.

Ответ:

1. 220 способов

2. 22520 способов

За решение задачи **5 баллов**

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера

Продолжая пользоваться сайтом, вы соглашаетесь с условиями использования служебных файлов браузера