Школьный этап по математике

Математика. 11 класс. Ограничение по времени 120 минут

Чёрный конь . Вариант №1

#1186515

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 13

На доске 8×8 стоят 4 белые пешки, образующие квадрат 2×2 в центре. На одну из свободных клеток доски поставили чёрного коня.

1. Сколькими способами можно поставить коня, чтобы он бил хотя бы одну из пешек?

Правильный ответ:

28

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

---

2. Какова вероятность, что конь будет бить хотя бы одну из пешек? Выразите вероятность в виде несократимой обыкновенной дроби. Запишите числитель получившейся дроби.

Правильный ответ:

7

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

---

3. Запишите знаменатель получившейся дроби.

Правильный ответ:

15

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

Решение задачи:

Поставить коня, чтобы он бил хотя бы одну пешку, можно в любое поле внутри центрального квадрата 6×6 кроме его угловых клеток и 4 центральных, которые уже заняты. То есть вариантов 28. Свободных полей 60. Вероятность $\frac{28}{60}=\frac{7}{15}$.

Ответ: 28 способов, вероятность равна $\frac{7}{15}$ (числитель 7, знаменатель 15).

За решение задачи **5 баллов**

Чёрный конь . Вариант №2

#1186517

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 13

На доске 10×10 стоят 4 белые пешки, образующие квадрат 2×2 в центре. На одну из свободных клеток доски поставили чёрного коня.

$1.$ Сколькими способами можно поставить коня, чтобы он бил хотя бы одну из пешек?

Правильный ответ:

28

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

$2.$ Какова вероятность, что конь будет бить хотя бы одну из пешек? Выразите вероятность в виде несократимой обыкновенной дроби. Запишите числитель получившейся дроби.

Правильный ответ:

7

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

$3.$ Запишите знаменатель получившейся дроби.

Правильный ответ:

24

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

Решение задачи:

Поставить коня, чтобы он бил хотя бы одну пешку, можно в любое поле внутри центрального квадрата 6×6 кроме его угловых клеток и 4 центральных, которые уже заняты. То есть вариантов 28. Свободных полей 96. Вероятность $\dfrac{28}{96}=\dfrac{7}{24}$.

Ответ: 28 способов, вероятность равна $\dfrac{7}{24}$ (числитель 7, знаменатель 24).

За решение задачи **5 баллов**

Чёрный конь . Вариант №3

#1186518

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 13

На доске $10{\times}10$ стоят 16 белых пешек образующие квадрат $4{\times}4$ в центре. На одну из свободных клеток доски поставили чёрного коня.

$1.$ Сколькими способами можно поставить коня, чтобы он бил хотя бы одну из пешек?

Правильный ответ:

44

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

$2.$ Какова вероятность, что конь будет бить хотя бы одну из пешек? Выразите вероятность в виде несократимой обыкновенной дроби. Запишите числитель получившейся дроби.

Правильный ответ:

11

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

$3.$ Запишите знаменатель получившейся дроби.

Правильный ответ:

21

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

Решение задачи:

Поставить коня, чтобы он бил хотя бы одну пешку, можно в любое поле внутри центрального квадрата $8{\times}8$ кроме его угловых клеток и 16 центральных, которые уже заняты. То есть вариантов 44. Свободных полей 84. Вероятность $\dfrac{44}{84}=\dfrac{11}{21}$.

Ответ: 44 способов, вероятность равна $\dfrac{11}{21}$ (числитель 11, знаменатель 21).

За решение задачи **5 баллов**

Чёрный конь . Вариант №4

#1186519

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 13

На доске 8×8 стоят 16 белых пешек образующие квадрат 4×4 в центре. На одну из свободных клеток доски поставили чёрного коня.

$1.$ Сколькими способами можно поставить коня, чтобы он бил хотя бы одну из пешек?

Правильный ответ:

44

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

$2.$ Какова вероятность, что конь будет бить хотя бы одну из пешек? Выразите вероятность в виде несократимой обыкновенной дроби. Запишите числитель получившейся дроби.

Правильный ответ:

11

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

$3.$ Запишите знаменатель получившейся дроби.

Правильный ответ:

12

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

Решение задачи:

Поставить коня, чтобы он бил хотя бы одну пешку, можно в любое поле квадрата 8×8 кроме его угловых клеток и 16 центральных, которые уже заняты. То есть вариантов 44. Свободных полей 48. Вероятность $\frac{44}{48} = \frac{11}{12}$.

Ответ: 44 способов, вероятность равна $\frac{11}{12}$ (числитель 11, знаменатель 12).

За решение задачи **5 баллов**

Чёрный конь . Вариант №5

#1186520

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 13

На доске $6{\times}6$ стоят 4 белые пешки образующие квадрат $2{\times}2$ в центре. На одну из свободных клеток доски поставили чёрного коня.

$1.$ Сколькими способами можно поставить коня, чтобы он бил хотя бы одну из пешек?

Правильный ответ:

28

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

$2.$ Какова вероятность, что конь будет бить хотя бы одну из пешек? Выразите вероятность в виде несократимой обыкновенной дроби. Запишите числитель получившейся дроби.

Правильный ответ:

7

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

$3.$ Запишите знаменатель получившейся дроби.

Правильный ответ:

8

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

Решение задачи:

Поставить коня, чтобы он бил хотя бы одну пешку, можно в любое поле квадрата $6{\times}6$ кроме его угловых клеток и 4 центральных, которые уже заняты. То есть вариантов 28. Свободных полей 32. Вероятность $\dfrac{28}{32}=\dfrac{7}{8}$.

Ответ: 28 способов, вероятность равна $\dfrac{7}{8}$ (числитель 7, знаменатель 8).

За решение задачи **5 баллов**

Собачья прогулка . Вариант №1

#1186522

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

Дима вывел трёх своих собак побегать наперегонки на круговом стадионе. Полкан, Рекс и Маркиз стартовали одновременно из одной точки в одном направлении. Пока собаки бегали по кругу, Дима немного прошёл по круговой дорожке стадиона. Финишировали собаки одновременно, около того места, куда дошёл к тому времени хозяин. За время бега Полкан обогнал Маркиза 8 раз, а Рекс обогнал Маркиза 2 раза. Скорости собак постоянны, моменты старта и финиша обгонами не считаются. Скорость Полкана 27 км/ч, скорость Рекса 19 км/ч. Найдите скорость Маркиза в км/ч.

Правильный ответ:

15

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Пусть L км – длина круга, t ч – время движения собак, а искомая скорость равна v км/ч. Заметим, что Полкан к моменту финиша пробежал на 9 кругов больше Маркиза, значит, что разность их скоростей $27-v$ равна $\frac{9L}{t}$.

Аналогично, $19-v=\frac{3L}{t}$, поэтому $\frac{27-v}{19-v}=3$. Следовательно, $v=15$ км/ч.

Ответ: 15 км/ч.

За решение задачи **5 баллов**

Собачья прогулка . Вариант №2

#1186524

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

Дима вывел трёх своих собак побегать наперегонки на круговом стадионе. Полкан, Рекс и Маркиз стартовали одновременно из одной точки в одном направлении. Пока собаки бегали по кругу, Дима немного прошёл по круговой дорожке стадиона. Финишировали собаки одновременно, около того места, куда дошёл к тому времени хозяин. За время бега Полкан обогнал Маркиза 8 раз, а Рекс обогнал Маркиза 2 раза. Скорости собак постоянны, моменты старта и финиша обгонами не считаются. Скорость Полкана 26 км/ч, скорость Рекса 18 км/ч. Найдите скорость Маркиза в км/ч.

Правильный ответ:

14

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Пусть L км - длина круга, t ч – время движения собак, а искомая скорость равна v км/ч. Заметим, что Полкан к моменту финиша пробежал на 9 кругов больше Маркиза, значит, что разность их скоростей $26-v$ равна $\frac{9L}{t}$.

Аналогично, $18-v=\frac{3L}{t}$, поэтому $\frac{26-v}{18-v}=3$. Следовательно, $v=14$ км/ч.

Ответ: 14 км/ч.

За решение задачи **5 баллов**

Собачья прогулка . Вариант №3

#1186526

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

Дима вывел трёх своих собак побегать наперегонки на круговом стадионе. Полкан, Рекс и Маркиз стартовали одновременно из одной точки в одном направлении. Пока собаки бегали по кругу, Дима немного прошёл по круговой дорожке стадиона. Финишировали собаки одновременно, около того места, куда дошёл к тому времени хозяин. За время бега Полкан обогнал Маркиза 8 раз, а Рекс обогнал Маркиза 2 раза. Скорости собак постоянны, моменты старта и финиша обгонами не считаются. Скорость Полкана 28 км/ч, скорость Рекса 20 км/ч. Найдите скорость Маркиза в км/ч.

Правильный ответ:

16

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Пусть L км – длина круга, t ч – время движения собак, а искомая скорость равна v км/ч. Заметим, что Полкан к моменту финиша пробежал на 9 кругов больше Маркиза, значит, что разность их скоростей $28-v$ равна $\frac{9L}{t}$.

Аналогично, $20-v=\frac{3L}{t}$, поэтому $\frac{28-v}{20-v}=3$. Следовательно, $v=16$ км/ч.

Ответ: 16 км/ч.

За решение задачи **5 баллов**

Собачья прогулка . Вариант №4

#1186529

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

Дима вывел трёх своих собак побегать наперегонки на круговом стадионе. Полкан, Рекс и Маркиз стартовали одновременно из одной точки в одном направлении. Пока собаки бегали по кругу, Дима немного прошёл по круговой дорожке стадиона. Финишировали собаки одновременно, около того места, куда дошёл к тому времени хозяин. За время бега Полкан обогнал Маркиза 8 раз, а Рекс обогнал Маркиза 2 раза. Скорости собак постоянны, моменты старта и финиша обгонами не считаются. Скорость Полкана 26 км/ч, скорость Рекса 20 км/ч. Найдите скорость Маркиза в км/ч.

Правильный ответ:

17

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Пусть L км – длина круга, t ч – время движения собак, а искомая скорость равна v км/ч. Заметим, что Полкан к моменту финиша пробежал на 9 кругов больше Маркиза, значит, что разность их скоростей $26-v$ равна $\dfrac{9L}{t}$.

Аналогично, $20-v=\dfrac{3L}{t}$, поэтому $\dfrac{26-v}{20-v}=3$. Следовательно, $v=17$ км/ч.

Ответ: 17 км/ч.

За решение задачи **5 баллов**

Собачья прогулка . Вариант №5

#1186530

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

Дима вывел трёх своих собак побегать наперегонки на круговом стадионе. Полкан, Рекс и Маркиз стартовали одновременно из одной точки в одном направлении. Пока собаки бегали по кругу, Дима немного прошёл по круговой дорожке стадиона. Финишировали собаки одновременно, около того места, куда дошёл к тому времени хозяин. За время бега Полкан обогнал Маркиза 8 раз, а Рекс обогнал Маркиза 2 раза. Скорости собак постоянны, моменты старта и финиша обгонами не считаются. Скорость Полкана 28 км/ч, скорость Рекса 18 км/ч. Найдите скорость Маркиза в км/ч.

Правильный ответ:

13

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Пусть L км – длина круга, t ч – время движения собак, а искомая скорость равна v км/ч. Заметим, что Полкан к моменту финиша пробежал на 9 кругов больше Маркиза, значит, что разность их скоростей $28-v$ равна $\dfrac{9L}{t}$.

Аналогично, $18-v=\dfrac{3L}{t}$, поэтому $\dfrac{28-v}{18-v}=3$. Следовательно, $v=13$ км/ч.

Ответ: 13 км/ч.

За решение задачи **5 баллов**

Делители. Вариант №1

#1186531

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 13

На карточках написаны все натуральные делители числа 30, по одному делителю на каждой карточке. Карточки выложили на стол числами вниз. Оля и Юля вытянули по одной карточке и увидели написанные на них числа. Какова вероятность, что одно из этих чисел делится на другое?

$1.$ Сколько всего карточек лежало на столе изначально?

Правильный ответ:

8

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

$2.$ Выразите вероятность в виде обыкновенной несократимой дроби. Чему равен числитель получившейся дроби?

Правильный ответ:

19

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

$3.$ Выразите вероятность в виде обыкновенной несократимой дроби. Чему равен знаменатель получившейся дроби?

Правильный ответ:

28

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Решение задачи:

$30 = 2\cdot 3\cdot 5$, соответственно у него 8 различных делителей: $\{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}$. Посчитаем, сколько способов выбрать не делящиеся друг на друга делители. Очевидно, что если выбрать само число 30 или число 1, то делимость будет обеспечена. Рассмотрим остальные делители: у них в свою очередь в либо 1 простой делитель — это $\{2; 3; 5\}$, либо 2 простых делителя – это $\{6; 10; 15\}$. Выберем из них такие пары, которые не делятся друг на друга: среди первого множества таких три пары $(2; 3)$, $(2; 5)$ и $(3; 5)$, среди второго множества таких тоже три пары: $(2; 15)$, $(3; 10)$ и $(5; 6)$, среди пар, составленных из представителей обоих множеств таких ещё три пары: $(6; 10)$, $(6; 15)$ и $(10; 15)$. Итого, 9 вариантов.

Всего неупорядоченных пар из 8 различных элементов существует $\dfrac{8\cdot 7}{2} = 28$. Тогда вероятность того, что одно из этих чисел не делится на другое, равна $\dfrac{9}{28}$, а вероятность того, что одно из этих чисел делится на другое, равна

$$1 - \frac{9}{28} = \frac{19}{28}.$$

Ответ: 8 карточек, вероятность равна $\dfrac{19}{28}$ (числитель 19, знаменатель 28).

За решение задачи **5 баллов**

Делители. Вариант №2

#1186532

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 13

На карточках написаны все натуральные делители числа 28, по одному делителю на каждой карточке. Карточки выложили на стол числами вниз. Оля и Юля вытянули по одной карточке и увидели написанные на них числа. Какова вероятность, что одно из этих чисел делится на другое?

$1.$ Сколько всего карточек лежало на столе изначально?

Правильный ответ:

6

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

$2.$ Выразите вероятность в виде обыкновенной несократимой дроби. Чему равен числитель получившейся дроби?

Правильный ответ:

4

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

$3.$ Выразите вероятность в виде обыкновенной несократимой дроби. Чему равен знаменатель получившейся дроби?

Правильный ответ:

5

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Решение задачи:

$28 = 2\cdot 2\cdot 7$, соответственно у него 6 различных делителей: $\{1; 2; 4; 7; 14; 28\}$. Посчитаем, сколько способов выбрать не делящиеся друг на друга делители. Очевидно, что если выбрать само число 28 или число 1, то делимость будет обеспечена. Рассмотрим остальные делители: у них в свою очередь в либо 1 простой делитель — это $\{2; 7\}$, либо 2 простых делителя – это $\{4; 14\}$. Выберем из них такие пары, которые не делятся друг на друга: среди первого множества таких одна пара $(2; 7)$, среди второго множества таких тоже одна пара: $(4; 14)$, среди пар, составленных из представителей обоих множеств ещё одна: $(4; 7)$. Итого, 3 варианта.

Всего неупорядоченных пар из 6 различных элементов существует $\dfrac{6\cdot 5}{2} = 15$. Тогда вероятность того, что одно из этих чисел не делится на другое, равна $\dfrac{3}{15}$, а вероятность того, что одно из этих чисел делится на другое, равна

$1 - \dfrac{3}{15} = \dfrac{4}{5}$.

Ответ: 6 карточек, вероятность равна $\dfrac{4}{5}$ (числитель 4, знаменатель 5).

За решение задачи **5 баллов**

Делители. Вариант №3

#1186534

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 13

На карточках написаны все натуральные делители числа 45, по одному делителю на каждой карточке. Карточки выложили на стол числами вниз. Оля и Юля вытянули по одной карточке и увидели написанные на них числа. Какова вероятность, что одно из этих чисел делится на другое?

$1.$ Сколько всего карточек лежало на столе изначально?

Правильный ответ:

6

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

$2.$ Выразите вероятность в виде обыкновенной несократимой дроби. Чему равен числитель получившейся дроби?

Правильный ответ:

4

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

$3.$ Выразите вероятность в виде обыкновенной несократимой дроби. Чему равен знаменатель получившейся дроби?

Правильный ответ:

5

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Решение задачи:

$45 = 3 \cdot 3 \cdot 5$, соответственно у него 6 различных делителей: $\{1; 3; 5; 9; 15; 45\}$. Посчитаем, сколько способов выбрать не делящиеся друг на друга делители. Очевидно, что если выбрать само число 45 или число 1, то делимость будет обеспечена. Рассмотрим остальные делители: у них в свою очередь в либо 1 простой делитель — это $\{3; 5\}$, либо 2 простых делителя – это $\{9; 15\}$. Выберем из них такие пары, которые не делятся друг на друга: среди первого множества таких одна пара $(3; 5)$, среди второго множества таких тоже одна пара: $(9; 15)$, среди пар, составленных из представителей обоих множеств ещё одна: $(5; 9)$. Итого, 3 варианта.

Всего неупорядоченных пар из 6 различных элементов существует $\frac{6 \cdot 5}{2} = 15$. Тогда вероятность того, что одно из этих чисел не делится на другое, равна $\frac{3}{15}$, а вероятность того, что одно из этих чисел делится на другое, равна

$1 - \frac{3}{15} = \frac{4}{5}$.

Ответ: 6 карточек, вероятность равна $\frac{4}{5}$ (числитель 4, знаменатель 5).

За решение задачи **5 баллов**

Делители. Вариант №4

#1186535

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 13

На карточках написаны все натуральные делители числа 24, по одному делителю на каждой карточке. Карточки выложили на стол числами вниз. Оля и Юля вытянули по одной карточке и увидели написанные на них числа. Какова вероятность, что одно из этих чисел делится на другое?

$1.$ Сколько всего карточек лежало на столе изначально?

Правильный ответ:

8

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

$2.$ Выразите вероятность в виде обыкновенной несократимой дроби. Чему равен числитель получившейся дроби?

Правильный ответ:

11

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

$3.$ Выразите вероятность в виде обыкновенной несократимой дроби. Чему равен знаменатель получившейся дроби?

Правильный ответ:

14

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Решение задачи:

$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$, соответственно у него 8 различных делителей: $\{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24\}$. Посчитаем, сколько способов выбрать не делящиеся друг на друга делители. Очевидно, что если выбрать само число 24 или число 1, то делимость будет обеспечена.

Рассмотрим остальные делители: у них в свою очередь либо 1 простой делитель — это $\{2; 3\}$, либо 2 простых делителя – это $\{4; 6\}$, либо 3 простых делителя — $\{8; 12\}$. Выберем из них такие пары, которые не делятся друг на друга: среди первого множества таких одна пара $(2; 3)$, среди второго множества таких тоже одна пара: $(4; 6)$, среди третьего множества тоже одна пара: $(8; 12)$. Среди пар, составленных из представителей разных множеств таких три пары: $(3; 4)$, $(3; 8)$ и $(6; 8)$. Итого, 6 вариантов.

Всего неупорядоченных пар из 8 различных элементов существует $\dfrac{8 \cdot 7}{2} = 28$. Тогда вероятность того, что одно из этих чисел не делится на другое, равна $\dfrac{6}{28}$, а вероятность того, что одно из этих чисел делится на другое, равна

$1 - \dfrac{6}{28} = \dfrac{11}{14}$.

Ответ: 8 карточек, вероятность равна $\dfrac{11}{14}$ (числитель 11, знаменатель 14).

За решение задачи 5 баллов

Делители. Вариант №5

#1186536

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 13

На карточках написаны все натуральные делители числа 40, по одному делителю на каждой карточке. Карточки выложили на стол числами вниз. Оля и Юля вытянули по одной карточке и увидели написанные на них числа. Какова вероятность, что одно из этих чисел делится на другое?

$1.$ Сколько всего карточек лежало на столе изначально?

Правильный ответ:

8

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

$2.$ Выразите вероятность в виде обыкновенной несократимой дроби. Чему равен числитель получившейся дроби?

Правильный ответ:

11

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

$3.$ Выразите вероятность в виде обыкновенной несократимой дроби. Чему равен знаменатель получившейся дроби?

Правильный ответ:

14

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Решение задачи:

$40=2\cdot2\cdot2\cdot5$, соответственно у него 8 различных делителей: $\{1;2;4;5;8;10;20;40\}$. Посчитаем, сколько способов выбрать не делящиеся друг на друга делители. Очевидно, что если выбрать само число 40 или число 1, то делимость будет обеспечена. Рассмотрим остальные делители: у них в свою очередь в либо 1 простой делитель — это $\{2;5\}$, либо 2 простых делителя – это $\{4;10\}$, либо 3 простых делителя — $\{8;20\}$, Выберем из них такие пары, которые не делятся друг на друга: среди первого множества таких одна пара $(2;5)$, среди второго множества таких тоже одна пара: $(4;10)$, среди третьего множества тоже одна пара: $(8;20)$. Среди пар, составленных из представителей разных множеств таких три пары: $(5;4)$, $(5;8)$ и $(10;8)$. Итого, 6 вариантов.

Всего неупорядоченных пар из 8 различных элементов существует $\dfrac{8\cdot7}{2}=28$. Тогда вероятность того, что одно из этих чисел не делится на другое, равна $\dfrac{6}{28}$, а вероятность того, что одно из этих чисел делится на другое, равна

$1-\dfrac{6}{28}=\dfrac{11}{14}$.

Ответ: 8 карточек, вероятность равна $\dfrac{11}{14}$ (числитель 11, знаменатель 14).

За решение задачи 5 баллов

Общая касательная. Вариант №1

#1186537

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 45,55

$ABCD$ – выпуклый четырёхугольник. Точка E принадлежит отрезку BC, $\angle BAE = 40^\circ$, $\angle EDC = 30^\circ$. Известно, что AD – касательная к окружностям, описанным вокруг треугольников ABE и DCE. Найдите угол AED.

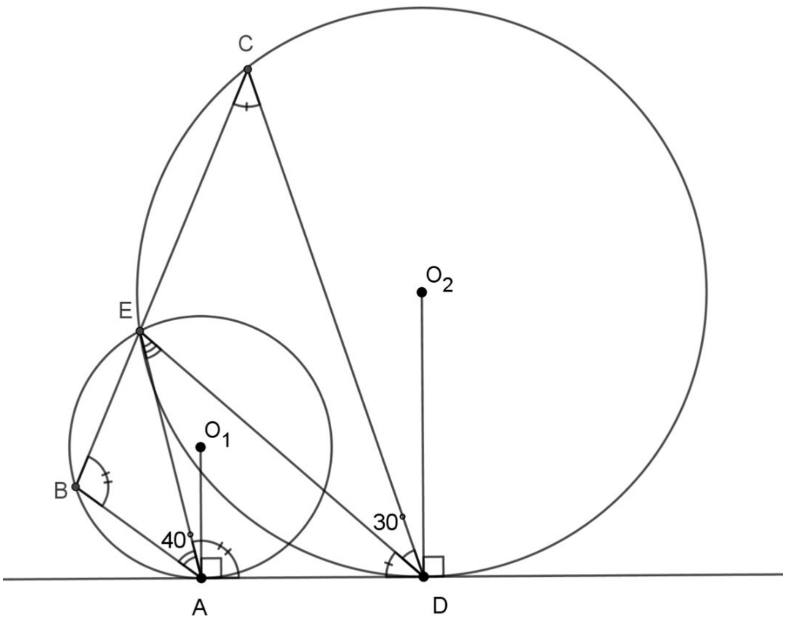
Правильный ответ:

35

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Обозначим $\angle EAD = x$, а $\angle ADE = y$ (см. рисунок). Из свойств касательных $\angle ABC = x$, $\angle DCB = y$. Тогда из суммы углов в четырехугольнике $ABCD$ получаем $2x + 2y + 30^\circ + 40^\circ = 360^\circ$. Тогда $x + y = 145^\circ$. Тогда из треугольника ADE получаем $\angle AED = 180^\circ - 145^\circ = 35^\circ$.



Ответ: 35°.

За решение задачи 5 баллов

Общая касательная. Вариант №2

#1186538

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 45,55

$ABCD$ – выпуклый четырёхугольник. Точка E принадлежит отрезку BC, $\angle BAE = 50^\circ$, $\angle EDC = 30^\circ$. Известно, что AD – касательная к окружностям, описанным вокруг треугольников ABE и DCE. Найдите угол AED.

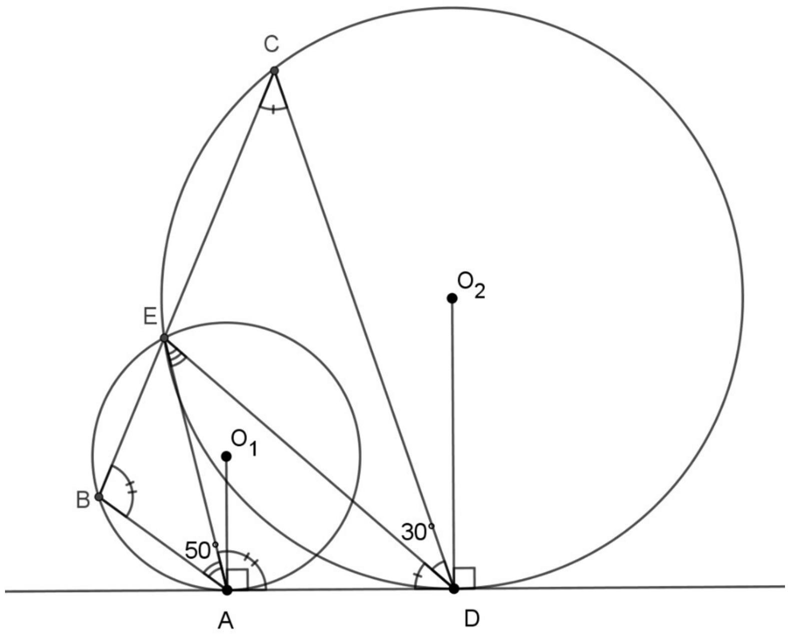
Правильный ответ:

40

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Обозначим $\angle EAD = x$, а $\angle ADE = y$ (см. рисунок). Из свойств касательных $\angle ABC = x$, $\angle DCB = y$. Тогда из суммы углов в четырехугольнике $ABCD$ получаем $2x + 2y + 50^\circ + 30^\circ = 360^\circ$. Тогда $x + y = 140^\circ$. Тогда из треугольника ADE получаем $\angle AED = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$.



Ответ: 40°.

За решение задачи **5 баллов**

Общая касательная. Вариант №3

#1186539

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 45,55

$ABCD$ – выпуклый четырёхугольник. Точка E принадлежит отрезку BC, $\angle BAE = 46^\circ$, $\angle EDC = 36^\circ$. Известно, что AD – касательная к окружностям, описанным вокруг треугольников ABE и DCE. Найдите угол AED.

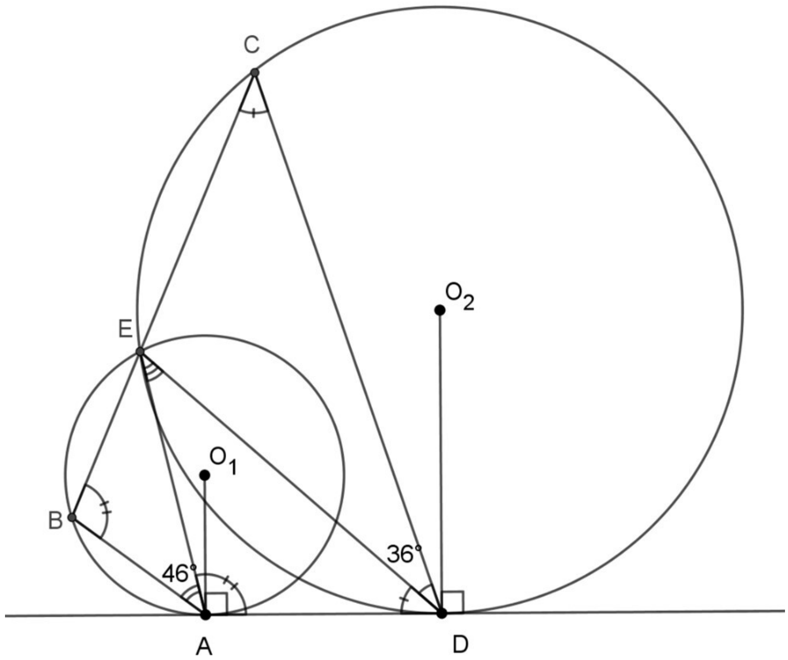
Правильный ответ:

41

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Обозначим $\angle EAD = x$, а $\angle ADE = y$ (см. рисунок). Из свойств касательных $\angle ABC = x$, $\angle DCB = y$. Тогда из суммы углов в четырехугольнике $ABCD$ получаем $2x + 2y + 36^\circ + 46^\circ = 360^\circ$. Тогда $x + y = 139^\circ$. Тогда из треугольника ADE получаем $\angle AED = 180^\circ - 139^\circ = 41^\circ$.



Ответ: 41°.

За решение задачи **5 баллов**

Общая касательная. Вариант №4

#1186540

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 45,55

$ABCD$ – выпуклый четырёхугольник. Точка E принадлежит отрезку BC, $\angle BAE = 42^\circ$, $\angle EDC = 34^\circ$. Известно, что AD – касательная к окружностям, описанным вокруг треугольников ABE и DCE. Найдите угол AED.

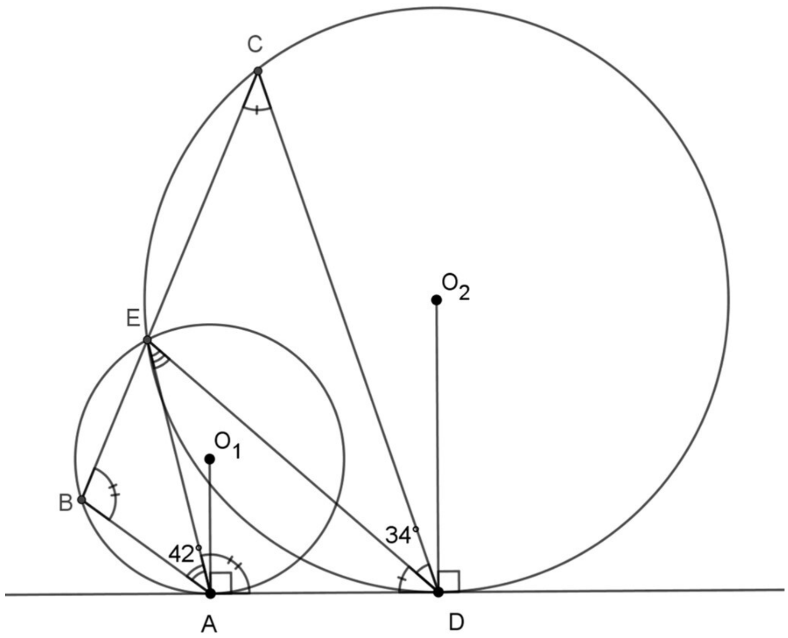
Правильный ответ:

38

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Обозначим $\angle EAD = x$, а $\angle ADE = y$ (см. рисунок). Из свойств касательных $\angle ABC = x$, $\angle DCB = y$. Тогда из суммы углов в четырехугольнике $ABCD$ получаем $2x + 2y + 34^\circ + 42^\circ = 360^\circ$. Тогда $x + y = 142^\circ$. Тогда из треугольника ADE получаем $\angle AED = 180^\circ - 142^\circ = 38^\circ$.



Ответ: 38°.

За решение задачи **5 баллов**

Общая касательная. Вариант №5

#1186541

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 45,55

$ABCD$ – выпуклый четырёхугольник. Точка E принадлежит отрезку BC, $\angle BAE = 44^\circ$, $\angle EDC = 34^\circ$. Известно, что AD – касательная к окружностям, описанным вокруг треугольников ABE и DCE. Найдите угол AED.

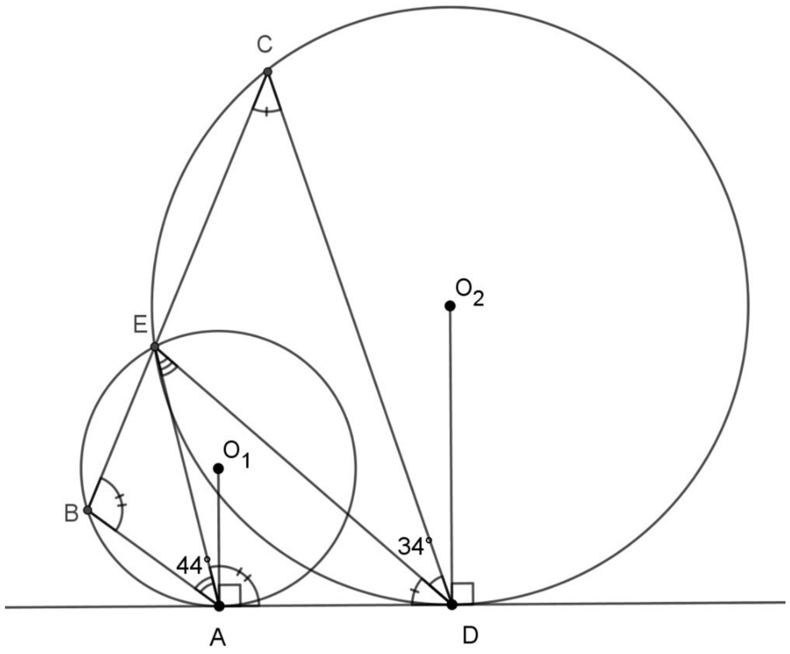
Правильный ответ:

39

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Обозначим $\angle EAD = x$, а $\angle ADE = y$ (см. рисунок). Из свойств касательных $\angle ABC = x$, $\angle DCB = y$. Тогда из суммы углов в четырехугольнике $ABCD$ получаем $2x + 2y + 34^\circ + 44^\circ = 360^\circ$. Тогда $x + y = 141^\circ$. Тогда из треугольника ADE получаем $\angle AED = 180^\circ - 141^\circ = 39^\circ$.



Ответ: 39°.

За решение задачи **5 баллов**

Карта дорог. Вариант №1

#1186542

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 25

В стране 100 городов, некоторые из которых соединены дорогами. Известно, что из столицы выходит 50 дорог, и, что если есть дорога между городами $А$ и $Б$ и между городами $Б$ и $В$, то есть и дорога между городами $А$ и $В$. Какое максимальное количество дорог может быть в такой стране?

Правильный ответ:

2451

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Оценка: возьмем 50 городов, соединённых со столицей – это множество X и 49 остальных – это множество Y. Города из множеств X и Y не соединены дорогами, иначе нарушается условие. Тогда дорог не больше, чем сумма общего количества дорог внутри каждого из этих множеств. Чтобы количество дорог было наибольшим, надо иметь два полных подграфа на 49 и 51 вершину, значит, всего дорог будет не более $\dfrac{49\cdot 48}{2}+\dfrac{51\cdot 50}{2}=2451$. Пример: два полных подграфа на 49 и 51 вершину.

Ответ: 2451.

За решение задачи 5 баллов

Карта дорог. Вариант №2

#1186543

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 25

В стране 80 городов, некоторые из которых соединены дорогами. Известно, что из столицы выходит 40 дорог, и, что если есть дорога между городами $А$ и $Б$ и между городами $Б$ и $В$, то есть и дорога между городами $А$ и $В$. Какое максимальное количество дорог может быть в такой стране?

Правильный ответ:

1561

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Оценка: возьмем 40 городов, соединённых со столицей – это множество X и 39 остальных – это множество Y. Города из множеств X и Y не соединены дорогами, иначе нарушается условие. Тогда дорог не больше, чем сумма общего количества дорог внутри каждого из этих множеств. Чтобы количество дорог было наибольшим, надо иметь два полных подграфа на 39 и 41 вершину, значит, всего дорог будет не более $\dfrac{39\cdot 38}{2}+\dfrac{41\cdot 40}{2}=1561$. Пример: два полных подграфа на 39 и 41 вершину.

Ответ: 1561.

За решение задачи 5 баллов

Карта дорог. Вариант №3

#1186544

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 25

В стране 60 городов, некоторые из которых соединены дорогами. Известно, что из столицы выходит 30 дорог, и, что если есть дорога между городами $А$ и $Б$ и между городами $Б$ и $В$, то есть и дорога между городами $А$ и $В$. Какое максимальное количество дорог может быть в такой стране?

Правильный ответ:

871

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Оценка: возьмем 30 городов, соединённых со столицей – это множество X и 29 остальных – это множество Y. Города из множеств X и Y не соединены дорогами, иначе нарушается условие. Тогда дорог не больше, чем сумма общего количества дорог внутри каждого из этих множеств. Чтобы количество дорог было наибольшим, надо иметь два полных подграфа на 29 и 31 вершину, значит, всего дорог будет не более $\dfrac{29\cdot 28}{2}+\dfrac{31\cdot 30}{2}=871$. Пример: два полных подграфа на 29 и 31 вершину.

Ответ: 871.

За решение задачи 5 баллов

Карта дорог. Вариант №4

#1186545

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 25

В стране 120 городов, некоторые из которых соединены дорогами. Известно, что из столицы выходит 60 дорог, и, что если есть дорога между городами $А$ и $Б$ и между городами $Б$ и $В$, то есть и дорога между городами $А$ и $В$. Какое максимальное количество дорог может быть в такой стране?

Правильный ответ:

3541

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Оценка: возьмем 60 городов, соединённых со столицей – это множество X и 59 остальных – это множество Y. Города из множеств X и Y не соединены дорогами, иначе нарушается условие. Тогда дорог не больше, чем сумма общего количества дорог внутри каждого из этих множеств. Чтобы количество дорог было наибольшим, надо иметь два полных подграфа на 59 и 61 вершину, значит, всего дорог будет не более $\dfrac{59\cdot 58}{2}+\dfrac{61\cdot 60}{2}=3541$. Пример: два полных подграфа на 59 и 61 вершину.

Ответ: 3541.

За решение задачи 5 баллов

Карта дорог. Вариант №5

#1186546

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 25

В стране 140 городов, некоторые из которых соединены дорогами. Известно, что из столицы выходит 70 дорог, и, что если есть дорога между городами A и $Б$ и между городами $Б$ и B, то есть и дорога между городами A и B. Какое максимальное количество дорог может быть в такой стране?

Правильный ответ:

4831

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Оценка: возьмем 70 городов, соединённых со столицей – это множество X и 69 остальных – это множество Y. Города из множеств X и Y не соединены дорогами, иначе нарушается условие. Тогда дорог не больше, чем сумма общего количества дорог внутри каждого из этих множеств. Чтобы количество дорог было наибольшим, надо иметь два полных подграфа на 69 и 71 вершину, значит, всего дорог будет не более $\dfrac{69 \cdot 68}{2} + \dfrac{71 \cdot 70}{2} = 4831$. Пример: два полных подграфа на 69 и 71 вершину.

Ответ: 4831.

За решение задачи **5 баллов**

Тетраэдр. Вариант №1

#1186548

В данном задании несколько верных утверждений. Выберите все, которые вы считаете верными, но обратите внимание, что если выбрано неверное утверждение и\или не выбрано верное, балл снижается.

$ABCD$ — тетраэдр. Известно, что углы ABC и ADC — прямые, $AC = 2$. Чему может быть равна длина отрезка BD?

- [ ] 1
- [ ] $\sqrt{2}$
- [ ] 2
- [ ] $2\sqrt{2}$
- [ ] 3

Формула вычисления баллов: 0-5 1-4 2-3 3-2 4-0

Решение задачи:

Поскольку углы ABC и ADC - прямые, то тетраэдр вписан в сферу с центром в середине AC, т.е. AC – это диаметр. Значит, все ребра тетраэдра, то есть хорды сферы, не являющиеся диаметрами, должны быть меньше диаметра. Тогда $BD < AC = 2$. Следовательно, подходят только $1 < 2$ (первый вариант ответа) и $\sqrt{2} < 2$ (второй вариант ответа).

Ответ: 1 и $\sqrt{2}$

За решение задачи **5 баллов**

Тетраэдр. Вариант №2

#1186549

В данном задании несколько верных утверждений. Выберите все, которые вы считаете верными, но обратите внимание, что если выбрано неверное утверждение и\или не выбрано верное, балл снижается.

$ABCD$ – тетраэдр. Известно, что углы ABC и ADC – прямые, $AC = 3$. Чему может быть равна длина отрезка BD?

- [ ] 3
- [ ] 2
- [ ] $\sqrt{5}$
- [ ] 4
- [ ] $3\sqrt{3}$

Формула вычисления баллов: 0-5 1-4 2-3 3-2 4-0

Решение задачи:

Поскольку углы ABC и ADC – прямые, то тетраэдр вписан в сферу с центром в середине AC, т.е. AC – это диаметр. Значит, все ребра тетраэдра, то есть хорды сферы, не являющиеся диаметрами, должны быть меньше диаметра. Тогда $BD < AC = 3$. Следовательно, подходят только $2 < 3$ (второй вариант ответа) и $\sqrt{5} < 3$ (третий вариант ответа).

Ответ: 2 и $\sqrt{5}$

За решение задачи **5 баллов**

Тетраэдр. Вариант №3

#1186550

В данном задании несколько верных утверждений. Выберите все, которые вы считаете верными, но обратите внимание, что если выбрано неверное утверждение и\или не выбрано верное, балл снижается.

$ABCD$ – тетраэдр. Известно, что углы ABC и ADC – прямые, $AC = 4$. Чему может быть равна длина отрезка BD?

- [ ] 3
- [ ] 5
- [ ] 4
- [ ] $2\sqrt{3}$
- [ ] $\sqrt{17}$

Формула вычисления баллов: 0-5 1-4 2-3 3-2 4-0

Решение задачи:

Поскольку углы ABC и ADC – прямые, то тетраэдр вписан в сферу с центром в середине AC, т.е. AC – это диаметр. Значит, все ребра тетраэдра, то есть хорды сферы, не являющиеся диаметрами, должны быть меньше диаметра. Тогда $BD < AC = 4$. Следовательно, подходят только $3 < 4$ (первый вариант ответа) и $2\sqrt{3} < 4$ (четвертый вариант ответа).

Ответ: 3 и $2\sqrt{3}$

За решение задачи **5 баллов**

Тетраэдр. Вариант №4

#1186551

В данном задании несколько верных утверждений. Выберите все, которые вы считаете верными, но обратите внимание, что если выбрано неверное утверждение и\или не выбрано верное, балл снижается.

$ABCD$ – тетраэдр. Известно, что углы ABC и ADC – прямые, $AC=5$. Чему может быть равна длина отрезка BD?

- [ ] $\sqrt{29}$
- [ ] 4
- [ ] 5
- [ ] 6
- [ ] $3\sqrt{2}$

Формула вычисления баллов: 0-5 1-4 2-3 3-2 4-0

Решение задачи:

Поскольку углы ABC и ADC – прямые, то тетраэдр вписан в сферу с центром в середине AC, т.е. AC – это диаметр. Значит, все ребра тетраэдра, то есть хорды сферы, не являющиеся диаметрами, должны быть меньше диаметра. Тогда $BD<AC=5$. Следовательно, подходят только $4<5$ (второй вариант ответа) и $3\sqrt{2}<5$ (пятый вариант ответа).

Ответ: 4 и $3\sqrt{2}$

За решение задачи **5 баллов**

Тетраэдр. Вариант №5

#1186552

В данном задании несколько верных утверждений. Выберите все, которые вы считаете верными, но обратите внимание, что если выбрано неверное утверждение и\или не выбрано верное, балл снижается.

$ABCD$ – тетраэдр. Известно, что углы ABC и ADC – прямые, $AC=6$. Чему может быть равна длина отрезка BD?

- [ ] 6
- [ ] $\sqrt{37}$
- [ ] 5
- [ ] $3\sqrt{3}$
- [ ] 7

Формула вычисления баллов: 0-5 1-4 2-3 3-2 4-0

Решение задачи:

Поскольку углы ABC и ADC - прямые, то тетраэдр вписан в сферу с центром в середине AC, т.е. AC – это диаметр. Значит, все ребра тетраэдра, то есть хорды сферы, не являющиеся диаметрами, должны быть меньше диаметра. Тогда $BD<AC=6$. Следовательно, подходят только $5<6$ (третий вариант ответа) и $3\sqrt{3}<6$ (четвертый вариант ответа).

Ответ: 5 и $3\sqrt{3}$

За решение задачи **5 баллов**

Урок арифметики. Вариант №1

#1186553

В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 13

Серёжа тренируется в арифметике: сначала он записывает на доску некоторое целое число N, потом возводит это число в квадрат, затем отнимает 28 и результат делит на 3. Полученное в итоге число, если оно целое, он записывает на доску вместо старого числа, а иначе – заканчивает процесс. Все появлявшиеся когда-либо на доске числа Серёжа также записывает в тетрадку. В некоторый момент в тетрадке появилось число, которое там уже было записано ранее. Чему могло быть равно N? Найдите все варианты.

$1.$ Сколько вариантов ответа в этой задаче?

Правильный ответ:

4

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

$2.$ Чему могло быть равно N? Запишите сумму всех полученных значений вариантов ответа.

Правильный ответ:

0

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

$3.$ Чему могло быть равно N? Запишите произведение всех полученных значений вариантов ответа.

Правильный ответ:

784

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Решение задачи:

Пусть $f(x)=\dfrac{x^2-28}{3}$. Проверим, когда $f(x)=x$. Решим соответствующее квадратное уравнение $x^2-3x-28=0$. Корни: $x=-4$ и $x=7$. Заметим, что $f(-4)=-4=f(4)$ и $f(7)=7=f(-7)$. Поскольку $f(-x)=f(x)$, то будем рассматривать числа с точностью до знака, то есть будем считать, что $f(x)=\dfrac{x^2-28}{3}$ и $x>0$.

Рассмотрим неравенство $f(x)>x$, то есть $x^2-3x-28=(x-7)(x+4)>0$ при $x>0$:

- для $x=N>7$ получающееся после преобразования число будет всегда больше предыдущего, и, следовательно, числа в тетрадке никогда не повторятся.
- для $x=N=3$ и $x=N=6$ процесс заканчивается сразу, так как в этих случаях N^2-28 не делится на 3.

Осталось разобраться с числами $1, 2, 5$.

$f(1)=-9$, далее $f(-9)=f(9)>9$ и далее числа уже точно не будут повторяться

$f(2)=-8$, далее $f(-8)=f(8)>8$ и далее числа уже точно не будут повторяться

$f(5)=-1$, далее $f(-1)=-9$, далее $f(-9)=f(9)>9$ и далее числа уже точно не будут повторяться.

Значит, N могло быть равно 4; -4; 7; -7. Сумма их равна 0, а произведение равно 784.

Ответ: 4 варианта, сумма 0, произведение 784.

За решение задачи **5 баллов**

Урок арифметики. Вариант №2

#1186554

В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 13

Серёжа тренируется в арифметике: сначала он записывает на доску некоторое целое число N, потом возводит это число в квадрат, затем отнимает 18 и результат делит на 3. Полученное в итоге число, если оно целое, он записывает на доску вместо старого числа, а иначе – заканчивает процесс. Все появлявшиеся когда-либо на доске числа Серёжа также записывает в тетрадку. В некоторый момент в тетрадке появилось число, которое там уже было записано ранее. Чему могло быть равно N? Найдите все варианты.

$1.$ Сколько вариантов ответа в этой задаче?

Правильный ответ:

5

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

$2.$ Чему могло быть равно N? Запишите сумму всех полученных значений вариантов ответа.

Правильный ответ:

0

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

$3.$ Чему могло быть равно N? Запишите произведение всех полученных значений вариантов ответа.

Правильный ответ:

0

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Решение задачи:

Пусть $f(x) = \dfrac{x^2 - 18}{3}$. Проверим, когда $f(x) = x$. Решим соответствующее квадратное уравнение $x^2 - 3x - 18 = 0$. Корни: $x = -3$ и $x = 6$. Заметим, что $f(-3) = -3 = f(3)$ и $f(6) = 6 = f(-6)$. Поскольку $f(-x) = f(x)$, т.е. функция чётная, рассмотрим $f(x) = \dfrac{x^2 - 18}{3}$ при $x > 0$, при $x < 0$, а также при $x = 0$.

Рассмотрим неравенство $f(x) > x$, то есть $x^2 - 3x - 18 = (x-6)(x+3) > 0$ при $x > 0$:

- для $x = N > 6$ получающееся после преобразования число будет всегда больше предыдущего, и, следовательно, числа в тетрадке никогда не повторятся.
- для $N = 1, N = -1, N = 2, N = -2, N = 4, N = -4, N = 5, N = -5$ процесс заканчивается сразу, так как в этих случаях $N^2 - 18$ не делится на 3.

Осталось разобраться с числом 0:

- $f(0) = -6$, далее $f(-6) = f(6) = 6$, то есть $N = 0$-число, удовлетворяющее условию.

Значит, N могло быть равно 0; 3; -3; 6; -6. Сумма их равна 0, а произведение равно 0.
Ответ: 5 вариантов, сумма 0, произведение 0.

За решение задачи **5 баллов**

Урок арифметики. Вариант №3

#1186555

В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 13

Серёжа тренируется в арифметике: сначала он записывает на доску некоторое целое число N, потом возводит это число в квадрат, затем отнимает 10 и результат делит на 3. Полученное в итоге число, если оно целое, он записывает на доску вместо старого числа, а иначе – заканчивает процесс. Все появлявшиеся когда-либо на доске числа Серёжа также записывает в тетрадку. В некоторый момент в тетрадке появилось число, которое там уже было записано ранее. Чему могло быть равно N? Найдите все варианты.

$1.$ Сколько вариантов ответа в этой задаче?

Правильный ответ:

6

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

$2.$ Чему могло быть равно N? Запишите сумму всех полученных значений вариантов ответа.

Правильный ответ:

0

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

$3.$ Чему могло быть равно N? Запишите произведение всех полученных значений вариантов ответа.

Правильный ответ:

-1600

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Решение задачи:

Пусть $f(x)=\dfrac{x^2-10}{3}$. Проверим, когда $f(x)=x$. Решим соответствующее квадратное уравнение $x^2-3x-10=0$. Корни: $x=-2$ и $x=5$. Заметим, что $f(-2)=-2=f(2)$ и $f(5)=5=f(-5)$. Поскольку $f(-x)=f(x)$, .е. функция чётная, рассмотрим $f(x)=\dfrac{x^2-10}{3}$ и $x>0$, при $x<0$, а также при $x=0$.

Рассмотрим неравенство $f(x)>x$, то есть $x^2-3x-10=(x-5)(x+2)>0$ при $x>0$:

- для $x=N>5$ получающееся после преобразования число будет всегда больше предыдущего, и, следовательно, числа в тетрадке никогда не повторятся.
- для $N=0$,$N=3$ и $N=-3$ процесс заканчивается сразу, так как в этом случае N2-10 не делится на 3.

Теперь проанализируем остальные значения: $-4; -1; 1; 4$:
$f(-1)=f(1)=-3$, но при $x=-3$ число x^2-10 уже не делится на 3.

$f(-4)=f(4)=2$, далее $f(2)=-2=f(-2)$, то есть $N=-4$ и $N=4$-числа, удовлетворяющие условию.

Значит, N могло быть равно -4; 4; 2; -2; 5; -5. Сумма их равна 0, а произведение равно -1600.

Ответ: 6 вариантов, сумма 0, произведение -1600.

За решение задачи **5 баллов**

Урок арифметики. Вариант №4

#1186556

В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 13

Серёжа тренируется в арифметике: сначала он записывает на доску некоторое целое число N, потом возводит это число в квадрат, затем отнимает 40 и результат делит на 3. Полученное в итоге число, если оно целое, он записывает на доску вместо старого числа, а иначе – заканчивает процесс. Все появлявшиеся когда-либо на доске числа Серёжа также записывает в тетрадку. В некоторый момент в тетрадке появилось число, которое там уже было записано ранее. Чему могло быть равно N? Найдите все варианты.

$1.$ Сколько вариантов ответа в этой задаче?

Правильный ответ:

6

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

$2.$ Чему могло быть равно N? Запишите сумму всех полученных значений вариантов ответа.

Правильный ответ:

0

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

$3.$ Чему могло быть равно N? Запишите произведение всех полученных значений вариантов ответа.

Правильный ответ:

-25600

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Решение задачи:

Пусть $f(x) = \dfrac{x^2 - 40}{3}$. Проверим, когда $f(x) = x$. Решим соответствующее квадратное уравнение $x^2 - 3x - 40 = 0$. Корни: $x = -5$ и $x = 8$. Заметим, что $f(-5) = -5 = f(5)$ и $f(8) = 8 = f(-8)$. Поскольку $f(-x) = f(x)$, те. функция чётная, рассмотрим $f(x) = \dfrac{x^2 - 40}{3}$ и $x > 0$, при $x < 0$, а также при $x = 0$.

Рассмотрим неравенство $f(x) > x$, то есть $x^2 - 3x - 40 = (x-8)(x+5) > 0$ при $x > 0$:

- для $x = N > 8$ получающееся после преобразования число будет всегда больше предыдущего, и, следовательно, числа в тетрадке никогда не повторятся.
- ля $N = 0$, $N = 3$ и $N = -3$, $N = 6$ и $N = -6$ процесс заканчивается сразу, так как в этом случае $N^2 - 40$ не делится на 3.

Теперь проанализируем остальные значения: $-7; -4; -2; -1; 1; 2; 4; 7:$
$f(-1) = f(1) = -13$, далее $f(-13) = f(13) > 13$ и далее числа уже точно не будут повторяться;

$f(-2) = f(2) = -12$, далее $f(-12) = f(12) > 12$ и далее числа уже точно не будут повторяться;

$f(-4) = f(4) = -8$, далее $f(-8) = 8 = f(8)$, то есть $N = -4$ и $N = 4$-число, удовлетворяющее условию;

$f - 7 = f7 = 3$, но при $N = 3$ число $N2 - 40$ уже не делится на 3.

Значит, N могло быть равно 4;-4; 5; -5; 8; -8. Сумма их равна 4, а произведение равно -25600.

Ответ: 6 вариантов, сумма 0, произведение -25600.

За решение задачи **5 баллов**

Урок арифметики. Вариант №5

#1186557

В качестве ответа вводите целое число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 13

Серёжа тренируется в арифметике: сначала он записывает на доску некоторое целое число $N,$ потом возводит это число в квадрат, затем отнимает 54 и результат делит на 3. Полученное в итоге число, если оно целое, он записывает на доску вместо старого числа, а иначе – заканчивает процесс. Все появлявшиеся когда-либо на доске числа Серёжа также записывает в тетрадку. В некоторый момент в тетрадке появилось число, которое там уже было записано ранее. Чему могло быть равно N? Найдите все варианты.

$1.$ Сколько вариантов ответа в этой задаче?

Правильный ответ:

5

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

$2.$ Чему могло быть равно N? Запишите сумму всех полученных значений вариантов ответа.

Правильный ответ:

3

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

$3.$ Чему могло быть равно N? Запишите произведение всех полученных значений вариантов ответа.

Правильный ответ:

8748

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Решение задачи:

Пусть $f(x) = \dfrac{x^2 - 54}{3}$. Проверим, когда $f(x) = x$. Решим соответствующее квадратное уравнение $x^2 - 3x - 54 = 0$. Корни: $x = -6$ и $x = 9$. Заметим, что $f(-6) = -6 = f(6)$ и $f(9) = 9 = f(-9)$. Поскольку $f(-x) = f(x)$, то будем рассматривать числа с точностью до знака, то есть будем считать, что $f(x) = \dfrac{x^2 - 54}{3}$ и $x > 0$.

Рассмотрим неравенство $f(x) > x$, то есть $x^2 - 3x - 54 = (x-9)(x+6) > 0$ при $x > 0$:

- для $x = N > 9$ получающееся после преобразования число будет всегда больше предыдущего, и, следовательно, числа в тетрадке никогда не повторятся.
- для $x = N = 1,\ x = N = 2,\ x = N = 4,\ x = N = 5,\ x = N = 7,\ x = N = 8$ процесс заканчивается сразу, так как в этих случаях $N^2 - 54$ не делится на 3.

Осталось разобраться с числом 3.

$f(3) = -9$, далее $f(-9) = 9 = f(9)$, то есть $N = 3$-число, удовлетворяющее условию.

Значит, N могло быть равно $3;\ 6;\ -6;\ 9;\ -9$. Сумма их равна 3, а произведение равно 8748.

Ответ: 5 вариантов, сумма 3, произведение 8748.

За решение задачи **5 баллов**

Общая точка. Вариант №1

#1186558

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. Если число отрицательное, введите минус (-) перед ним. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: -3,5

Илья записал в тетради четыре приведённых квадратных трёхчлена, у каждого из которых было два корня. Илья отметил на оси абсцисс корни каждого квадратного трёхчлена и соединил их отрезками, получив таким образом четыре отрезка. Оказалось, что:

1. любые два из этих отрезков имеют хотя бы одну общую точку
2. сумма этих трёхчленов равна $4x^2 - 24x + 36$
3. графики всех этих трёхчленов проходят через одну точку, назовём её точкой A

Найдите координаты точки A.

$\mathbf{1.}$ Запишите абсциссу точки A.

Правильный ответ:

3

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

$\mathbf{2.}$ Запишите ординату точки A.

Правильный ответ:

0

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Решение задачи:

Из указанных четырёх отрезков рассмотрим тот, у которого наименьшая координата правого конца. Тогда, раз с этим отрезком пересекаются все остальные, они обязаны проходить через этот правый конец. Итак, все отрезки пересекаются в одной точке. Это означает, что есть точка, в которой все многочлены не больше нуля. Тогда и их сумма в этой точке не больше нуля. Заметим, что многочлен, являющийся их суммой, касается координатной оси Ox в точке $(3; 0)$, и это — единственная точка, в которой эта сумма принимает неотрицательное (нулевое) значение. Значит, эта точка и является общей для всех отрезков, т.е. точкой A, причем их значения в ней должны быть равны нулю, то есть они все пересекаются в этой точке.

Ответ: абсцисса 3, ордината 0.

За решение задачи **5 баллов**

Общая точка. Вариант №2

#1186559

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. Если число отрицательное, введите минус (-) перед ним. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: -3,5

Илья записал в тетради четыре приведённых квадратных трёхчлена, у каждого из которых было два корня. Илья отметил на оси абсцисс корни каждого квадратного трёхчлена и соединил их отрезками, получив таким образом четыре отрезка. Оказалось, что:

1. любые два из этих отрезков имеют хотя бы одну общую точку
2. сумма этих трёхчленов равна $4x^2-8x+4$
3. графики всех этих трёхчленов проходят через одну точку, назовём её точкой A

Найдите координаты точки A.

$1.$ Запишите абсциссу точки A.

Правильный ответ:

1

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

$2.$ Запишите ординату точки A.

Правильный ответ:

0

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Решение задачи:

Из указанных четырёх отрезков рассмотрим тот, у которого наименьшая координата правого конца. Тогда, раз с этим отрезком пересекаются все остальные, они обязаны проходить через этот правый конец. Итак, все отрезки пересекаются в одной точке. Это означает, что есть точка, в которой все многочлены не больше нуля. Тогда и их сумма в этой точке не больше нуля. Заметим, что многочлен, являющийся их суммой, касается координатной оси Ox в точке $(1;0)$, и это — единственная точка, в которой эта сумма принимает неотрицательное (нулевое) значение. Значит, эта точка и является общей для всех отрезков, т.е. точкой A, причем их значения в ней должны быть равны нулю, то есть они все пересекаются в этой точке.

Ответ: абсцисса 1, ордината 0.

За решение задачи **5 баллов**

Общая точка. Вариант №3

#1186560

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. Если число отрицательное, введите минус (-) перед ним. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: -3,5

Илья записал в тетради четыре приведённых квадратных трёхчлена, у каждого из которых было два корня. Илья отметил на оси абсцисс корни каждого квадратного трёхчлена и соединил их отрезками, получив таким образом четыре отрезка. Оказалось, что:

1. любые два из этих отрезков имеют хотя бы одну общую точку
2. сумма этих трёхчленов равна $4x^2 - 16x + 16$
3. графики всех этих трёхчленов проходят через одну точку, назовём её точкой A

Найдите координаты точки A.

$1.$ Запишите абсциссу точки A.

Правильный ответ:

2

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

$2.$ Запишите ординату точки A.

Правильный ответ:

0

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Решение задачи:

Из указанных четырёх отрезков рассмотрим тот, у которого наименьшая координата правого конца. Тогда, раз с этим отрезком пересекаются все остальные, они обязаны проходить через этот правый конец. Итак, все отрезки пересекаются в одной точке. Это означает, что есть точка, в которой все многочлены не больше нуля. Тогда и их сумма в этой точке не больше нуля. Заметим, что многочлен, являющийся их суммой, касается координатной оси Ox в точке $(2; 0)$, и это — единственная точка, в которой эта сумма принимает неотрицательное (нулевое) значение. Значит, эта точка и является общей для всех отрезков, т.е. точкой A, причем их значения в ней должны быть равны нулю, то есть они все пересекаются в этой точке.

Ответ: абсцисса 2, ордината 0.

За решение задачи **5 баллов**

Общая точка. Вариант №4

#1186561

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. Если число отрицательное, введите минус (-) перед ним. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: -3,5

Илья записал в тетради четыре приведённых квадратных трёхчлена, у каждого из которых было два корня. Илья отметил на оси абсцисс корни каждого квадратного трёхчлена и соединил их отрезками, получив таким образом четыре отрезка. Оказалось, что:

1. любые два из этих отрезков имеют хотя бы одну общую точку
2. сумма этих трёхчленов равна $4x^2 - 32x + 64$.
3. графики всех этих трёхчленов проходят через одну точку, назовём её точкой A

Найдите координаты точки A.

$\mathbf{1.}$ Запишите абсциссу точки A.

Правильный ответ:

4

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

$\mathbf{2.}$ Запишите ординату точки A.

Правильный ответ:

0

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Решение задачи:

Из указанных четырёх отрезков рассмотрим тот, у которого наименьшая координата правого конца. Тогда, раз с этим отрезком пересекаются все остальные, они обязаны проходить через этот правый конец. Итак, все отрезки пересекаются в одной точке. Это означает, что есть точка, в которой все многочлены не больше нуля. Тогда и их сумма в этой точке не больше нуля. Заметим, что многочлен, являющийся их суммой, касается координатной оси Ox в точке $(4; 0)$, и это — единственная точка, в которой эта сумма принимает неотрицательное (нулевое) значение. Значит, эта точка и является общей для всех отрезков, т.е. точкой A, причём их значения в ней должны быть равны нулю, то есть они все пересекаются в этой точке.

Ответ: абсцисса 4, ордината 0.

За решение задачи **5 баллов**

Общая точка. Вариант №5

#1186562

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. Если число отрицательное, введите минус (-) перед ним. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: -3,5

Илья записал в тетради четыре приведённых квадратных трёхчлена, у каждого из которых было два корня. Илья отметил на оси абсцисс корни каждого квадратного трёхчлена и соединил их отрезками, получив таким образом четыре отрезка. Оказалось, что:

1. любые два из этих отрезков имеют хотя бы одну общую точку
2. сумма этих трёхчленов равна $4x^2 - 40x + 100$.
3. графики всех этих трёхчленов проходят через одну точку, назовём её точкой A

Найдите координаты точки A.

$1.$ Запишите абсциссу точки A.

Правильный ответ:

5

Формула вычисления баллов: 0-3 1-0

3 балла

$2.$ Запишите ординату точки A.

Правильный ответ:

0

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Решение задачи:

Из указанных четырёх отрезков рассмотрим тот, у которого наименьшая координата правого конца. Тогда, раз с этим отрезком пересекаются все остальные, они обязаны проходить через этот правый конец. Итак, все отрезки пересекаются в одной точке. Это означает, что есть точка, в которой все многочлены не больше нуля. Тогда и их сумма в этой точке не больше нуля. Заметим, что многочлен, являющийся их суммой, касается координатной оси Ox в точке $(5;0)$, и это — единственная точка, в которой эта сумма принимает неотрицательное (нулевое) значение. Значит, эта точка и является общей для всех отрезков, т.е. точкой A, причём их значения в ней должны быть равны нулю, то есть они все пересекаются в этой точке.

Ответ: абсцисса 5, ордината 0.

За решение задачи **5 баллов**