Школьный этап по математике

Математика. 10 класс. Ограничение по времени 120 минут

Догонялки . Вариант №1

#1186405

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до четырёх знаков после запятой. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,1414

Коля и Алиса бегают наперегонки. В каждом забеге кто-то один выигрывает, а другой – проигрывает, причем вероятность победы Коли составляет $0{,}4$. В случае, если Коля выигрывает два забега подряд, то в следующем он решает немножко поддаться, и гарантировано проигрывает. Какова вероятность, что Коля выиграет ровно три забега из четырёх?

Правильный ответ:

0.1024

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Коля может проиграть либо второй, либо третий забег, иначе образуется три подряд выигранных забега, что невозможно. Вероятность выиграть первый и второй забеги, а потом еще четвёртый $0{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 1 \cdot 0{,}4 = 0{,}4^3$. Вероятность выиграть первый забег, проиграть во втором, а потом выиграть третий и четвертый $0{,}4 \cdot (1 - 0{,}4) \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4 = (1 - 0{,}4) \cdot 0{,}4^3$. Тогда вероятность, что Коля выиграет ровно три забега из четырёх равна $(2 - 0{,}4) \cdot 0{,}4^3 = 1{,}6 \cdot 0{,}4^3 = 0{,}1024$

Ответ: $0{,}1024$.

За решение задачи **5 баллов**

Догонялки . Вариант №2

#1186406

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до четырёх знаков после запятой. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,1414

Коля и Алиса бегают наперегонки. В каждом забеге кто-то один выигрывает, а другой – проигрывает, причем вероятность победы Коли составляет $0{,}3$. В случае, если Коля выигрывает два забега подряд, то в следующем он решает немножко поддаться, и гарантировано проигрывает. Какова вероятность, что Коля выиграет ровно три забега из четырёх?

Правильный ответ:

0.0459

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Коля может проиграть либо второй, либо третий забег, иначе образуется три подряд выигранных забега, что невозможно. Вероятность выиграть первый и второй забеги, а потом еще четвёртый $0{,}3\cdot 0{,}3\cdot 1\cdot 0{,}3 = 0{,}3^3$. Вероятность выиграть первый забег, проиграть во втором, а потом выиграть третий и четвертый $0{,}3\cdot(1-0{,}3)\cdot 0{,}3\cdot 0{,}3 = (1-0{,}3)\cdot 0{,}3^3$. Тогда вероятность, что Коля выиграет ровно три забега из четырёх равна $(2-0{,}3)\cdot 0{,}3^3 = 1{,}7\cdot 0{,}3^3 = 0{,}0459$

Ответ: $0{,}0459$.

За решение задачи **5 баллов**

Догонялки . Вариант №3

#1186407

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до четырёх знаков после запятой. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,1414

Коля и Алиса бегают наперегонки. В каждом забеге кто-то один выигрывает, а другой – проигрывает, причем вероятность победы Коли составляет $0{,}6$. В случае, если Коля выигрывает два забега подряд, то в следующем он решает немножко поддаться, и гарантировано проигрывает. Какова вероятность, что Коля выиграет ровно три забега из четырёх?

Правильный ответ:

0.3024

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Коля может проиграть либо второй, либо третий забег, иначе образуется три подряд выигранных забега, что невозможно. Вероятность выиграть первый и второй забеги, а потом еще четвёртый $0{,}6 \cdot 0{,}6 \cdot 1 \cdot 0{,}6 = 0{,}6^3$. Вероятность выиграть первый забег, проиграть во втором, а потом выиграть третий и четвертый $0{,}6 \cdot (1 - 0{,}6) \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}6 = (1 - 0{,}6) \cdot 0{,}6^3$. Тогда вероятность, что Коля выиграет ровно три забега из четырёх равна $(2 - 0{,}6) \cdot 0{,}6^3 = 1{,}4 \cdot 0{,}6^3 = 0{,}3024$

Ответ: $0{,}3024$.

За решение задачи **5 баллов**

Догонялки . Вариант №4

#1186408

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до четырёх знаков после запятой. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,1414

Коля и Алиса бегают наперегонки. В каждом забеге кто-то один выигрывает, а другой – проигрывает, причем вероятность победы Коли составляет $0{,}2$. В случае, если Коля выигрывает два забега подряд, то в следующем он решает немножко поддаться, и гарантировано проигрывает. Какова вероятность, что Коля выиграет ровно три забега из четырёх?

Правильный ответ:

0.0144

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Коля может проиграть либо второй, либо третий забег, иначе образуется три подряд выигранных забега, что невозможно. Вероятность выиграть первый и второй забеги, а потом еще четвёртый $0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 1 \cdot 0{,}2 = 0{,}2^3$. Вероятность выиграть первый забег, проиграть во втором, а потом выиграть третий и четвертый $0{,}2 \cdot (1 - 0{,}2) \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2 = (1 - 0{,}2) \cdot 0{,}2^3$. Тогда вероятность, что Коля выиграет ровно три забега из четырёх равна $(2 - 0{,}2) \cdot 0{,}2^3 = 1{,}8 \cdot 0{,}2^3 = 0{,}0144$

Ответ: $0{,}0144$.

За решение задачи **5 баллов**

Догонялки . Вариант №5

#1186409

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до четырёх знаков после запятой. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,1414

Коля и Алиса бегают наперегонки. В каждом забеге кто-то один выигрывает, а другой – проигрывает, причем вероятность победы Коли составляет $0{,}7$. В случае, если Коля выигрывает два забега подряд, то в следующем он решает немножко поддаться, и гарантировано проигрывает. Какова вероятность, что Коля выиграет ровно три забега из четырёх?

Правильный ответ:

0.4459

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Коля может проиграть либо второй, либо третий забег, иначе образуется три подряд выигранных забега, что невозможно. Вероятность выиграть первый и второй забеги, а потом еще четвёртый $0{,}7 \cdot 0{,}7 \cdot 1 \cdot 0{,}7 = 0{,}7^3$. Вероятность выиграть первый забег, проиграть во втором, а потом выиграть третий и четвертый $0{,}7 \cdot (1 - 0{,}7) \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}7 = (1 - 0{,}7) \cdot 0{,}7^3$. Тогда вероятность, что Коля выиграет ровно три забега из четырёх равна $(2 - 0{,}7) \cdot 0{,}7^3 = 1{,}3 \cdot 0{,}7^3 = 0{,}4459$

Ответ: $0{,}4459$.

За решение задачи **5 баллов**

Сторона треугольника . Вариант №1

#1186413

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

В треугольнике ABC величина угла C в два раза больше величины угла A, $AC = 7$, $BC = 9$. Найдите AB.

Правильный ответ:

12

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Проведём CD — биссектрису $\angle C$ в $\triangle ABC$, тогда $\angle DAC = \angle DCA = \angle BCA = \beta$. Тогда $\triangle CDA$ – равнобедренный по признаку и $CD = DA$. Кроме того, $\triangle ABC \sim \triangle CBD$ по двум углам ($\angle C$ – общий и $\angle BAC = \angle BCD$).

Следовательно, $\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{BC}{BD} = \dfrac{AC}{CD}$.

Тогда $\dfrac{AB}{9} = \dfrac{9}{AB - AD} = \dfrac{7}{AD}$.

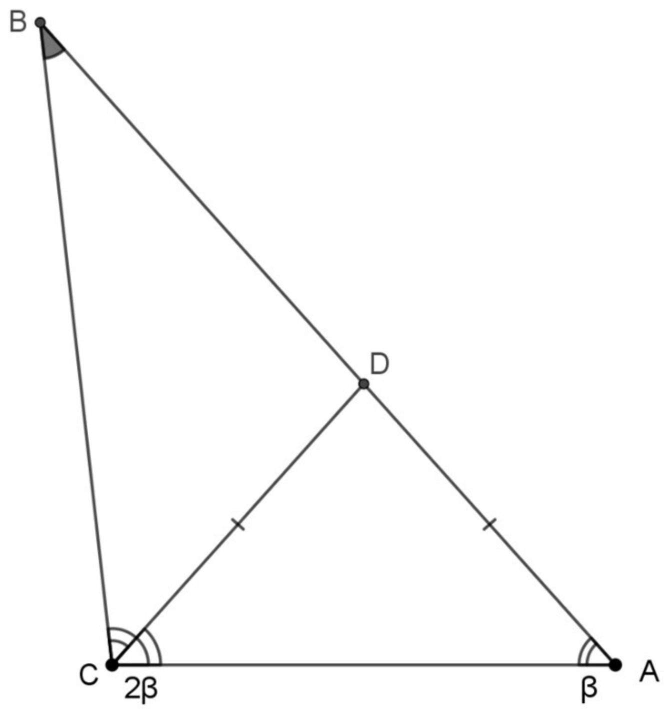
Решая эту систему с двумя неизвестными, получим:

$$\begin{cases} \frac{AB}{9} = \frac{9}{AB-AD}; \\ \frac{AB}{9} = \frac{7}{AD}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} AB^2 - AB \cdot AD = 9^2; \\ AB \cdot AD = 9 \cdot 7; \end{cases}$$

$$AB^2 = 9^2 + 9 \cdot 7 = 9 \cdot 16.$$

Значит, $AB = 3 \cdot 4 = 12$.



Ответ: 12.

За решение задачи **5 баллов**

Сторона треугольника . Вариант №2

#1186415

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

В треугольнике ABC величина угла C в два раза больше величины угла A, $AC = 14$, $BC = 18$. Найдите AB.

Правильный ответ:

24

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Проведём CD — биссектрису $\angle C$ в $\triangle ABC$, тогда $\angle DAC = \angle DCA = \angle BCA = \beta$. Тогда $\triangle CDA$ – равнобедренный по признаку и $CD = DA$. Кроме того, $\triangle ABC \sim \triangle CBD$ по двум углам ($\angle C$ – общий и $\angle BAC = \angle BCD$).

Следовательно, $\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{BC}{BD} = \dfrac{AC}{CD}$.

Тогда $\dfrac{AB}{18} = \dfrac{18}{AB - AD} = \dfrac{14}{AD}$.

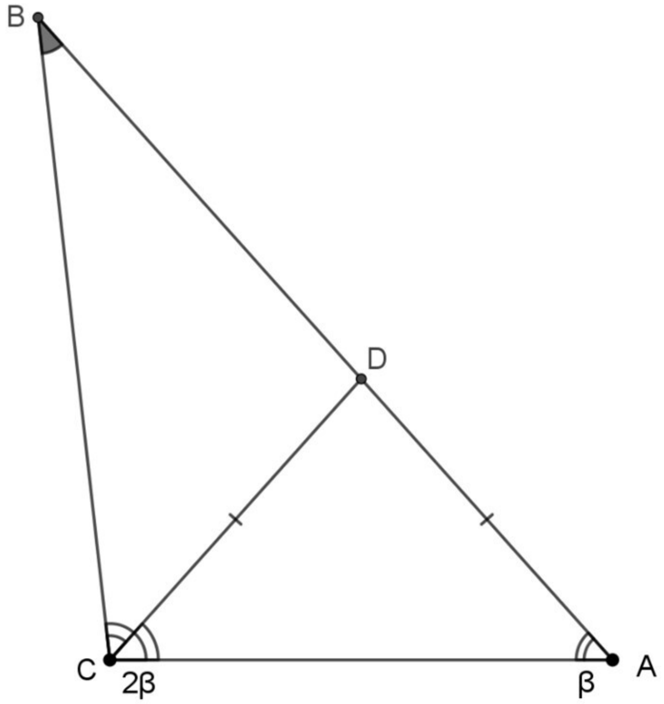
Решая эту систему с двумя неизвестными, получим:

$$\begin{cases} \frac{AB}{18} = \frac{18}{AB-AD}; \\ \frac{AB}{18} = \frac{14}{AD}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} AB^2 - AB \cdot AD = 18^2; \\ AB \cdot AD = 18 \cdot 14; \end{cases}$$

$$AB^2 = 18^2 + 18 \cdot 14 = 18 \cdot 32.$$

Значит, $AB = 24$.



Ответ: 24.

За решение задачи **5 баллов**

Сторона треугольника . Вариант №3

#1186417

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

В треугольнике ABC величина угла C в два раза больше величины угла A, $AC = 16$, $BC = 9$. Найдите AB.

Правильный ответ:

15

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Проведём CD — биссектрису $\angle C$ в $\triangle ABC$, тогда $\angle DAC = \angle DCA = \angle BCA = \beta$. Тогда $\triangle CDA$ – равнобедренный по признаку и $CD = DA$. Кроме того, $\triangle ABC \sim \triangle CBD$ по двум углам ($\angle C$ – общий и $\angle BAC = \angle BCD$).

Следовательно, $\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{BC}{BD} = \dfrac{AC}{CD}$.

Тогда $\dfrac{AB}{9} = \dfrac{9}{AB - AD} = \dfrac{16}{AD}$.

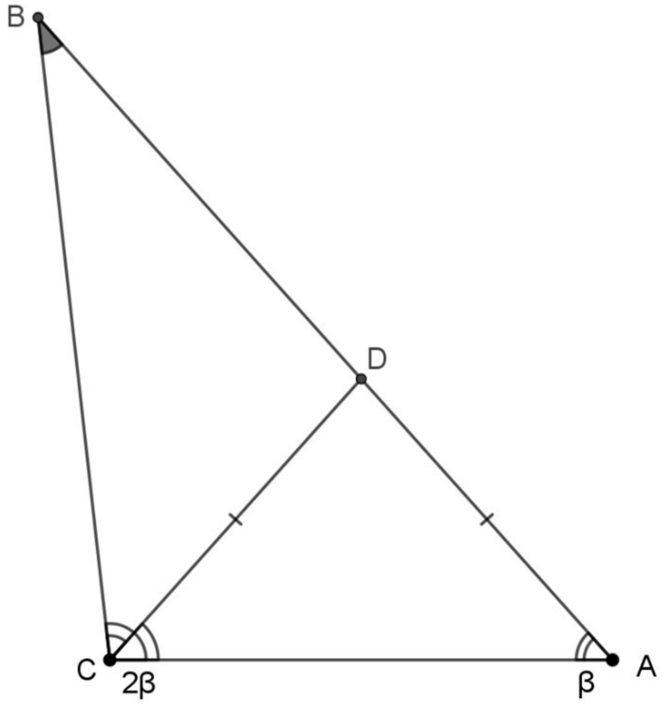
Решая эту систему с двумя неизвестными, получим:

$$\begin{cases} \frac{AB}{9} = \frac{9}{AB-AD}; \\ \frac{AB}{9} = \frac{16}{AD}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} AB^2 - AB \cdot AD = 9^2; \\ AB \cdot AD = 9 \cdot 16; \end{cases}$$

$$AB^2 = 9^2 + 9 \cdot 16 = 9 \cdot 25.$$

Значит, $AB = 3 \cdot 5 = 15$.



Ответ: 15.

За решение задачи 5 баллов

Сторона треугольника . Вариант №4

#1186419

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

В треугольнике ABC величина угла C в два раза больше величины угла A, $AC=9$, $BC=16$. Найдите AB.

Правильный ответ:

20

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Проведём CD — биссектрису $\angle C$ в $\triangle ABC$, тогда $\angle DAC=\angle DCA=\angle BCA=\beta$. Тогда $\triangle CDA$ – равнобедренный по признаку и $CD=DA$. Кроме того, $\triangle ABC\sim\triangle CBD$ по двум углам ($\angle C$ – общий и $\angle BAC=\angle BCD$).

Следовательно, $\frac{AB}{BC}=\frac{BC}{BD}=\frac{AC}{CD}$.

Тогда $\frac{AB}{16}=\frac{16}{AB-AD}=\frac{9}{AD}$.

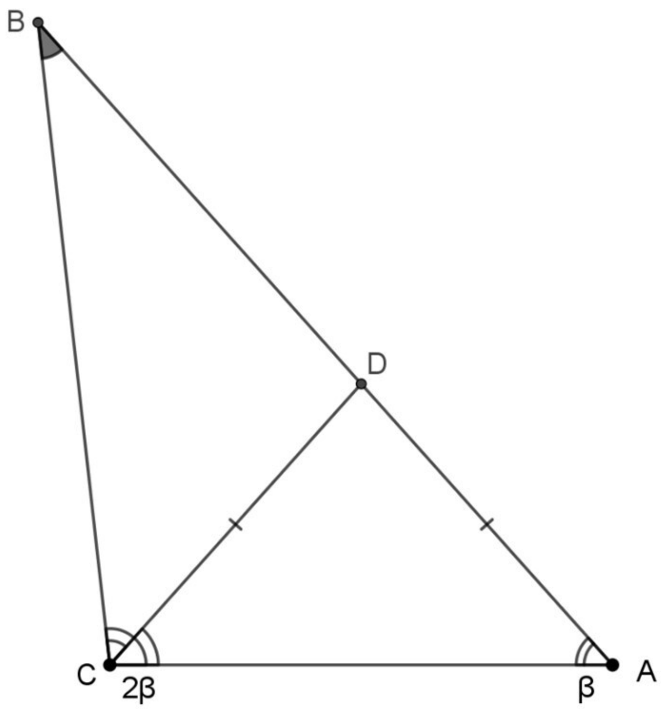
Решая эту систему с двумя неизвестными, получим:

$$\begin{cases}\frac{AB}{16}=\frac{16}{AB-AD};\\ \frac{AB}{16}=\frac{9}{AD};\end{cases}$$

$$\begin{cases}AB^2-AB\cdot AD=16^2;\\ AB\cdot AD=16\cdot 9;\end{cases}$$

$$AB^2=16^2+16\cdot 9=16\cdot 25.$$

Значит, $AB=4\cdot 5=20$.



Ответ: 20.

За решение задачи 5 баллов

Сторона треугольника . Вариант №5

#1186421

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

В треугольнике ABC величина угла C в два раза больше величины угла A, $AC = 11$, $BC = 25$. Найдите AB.

Правильный ответ:

30

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Проведём CD — биссектрису $\angle C$ в $\triangle ABC$, тогда $\angle DAC = \angle DCA = \angle BCA = \beta$. Тогда $\triangle CDA$ – равнобедренный по признаку и $CD = DA$. Кроме того, $\triangle ABC \sim \triangle CBD$ по двум углам ($\angle C$ – общий и $\angle BAC = \angle BCD$).

Следовательно, $\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{BC}{BD} = \dfrac{AC}{CD}$.

Тогда $\dfrac{AB}{25} = \dfrac{25}{AB - AD} = \dfrac{11}{AD}$.

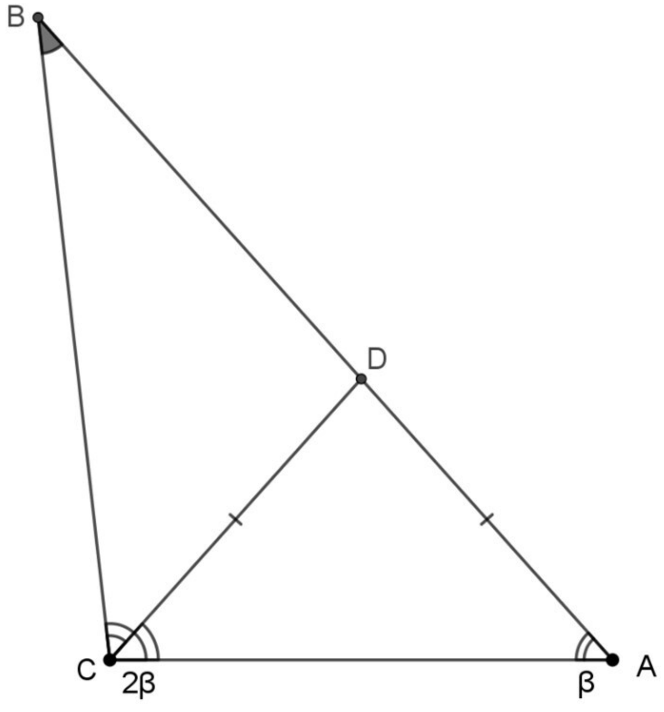
Решая эту систему с двумя неизвестными, получим:

$$\begin{cases} \frac{AB}{25} = \frac{25}{AB-AD}; \\ \frac{AB}{25} = \frac{11}{AD}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} AB^2 - AB \cdot AD = 25^2; \\ AB \cdot AD = 25 \cdot 11; \end{cases}$$

$$AB^2 = 25^2 + 25 \cdot 11 = 25 \cdot 36.$$

Значит, $AB = 5 \cdot 6 = 30$.



Ответ: 30.

За решение задачи **5 баллов**

Золотое сечение. Вариант №1

#1186460

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

Известно, что число $a=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ называют *золотым числом*, и оно является корнем уравнения $x^2-x-1=0$. Найдите значение выражения $a^{10}-55a$ в численном виде.

Правильный ответ:

34

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Поскольку a является корнем уравнения $x^2-x-1=0$, значит $a^2=a+1$ и $a^2-a=1$. Тогда получаем:

$$a^{10}-55a=(a+1)^5-55a=a^5+5a^4+10a^3+10a^2+5a+1-55a=$$

$$=a(a+1)^2+5(a+1)^2+10a(a+1)+10(a+1)-50a+1=$$

$$=a^3+2a^2+a+5a^2+10a+5+10a^2+10a+10a+10-50a+1=$$

$$=a^3+17a^2-19a+16=a(a+1)+17(a+1)-19a+16=$$

$$=a^2-a+33=1+33=34.$$

Ответ: 34.

За решение задачи **5 баллов**

Золотое сечение. Вариант №2

#1186461

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

Известно, что число $a=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ называют *золотым числом*, и оно является корнем уравнения $x^2-x-1=0$. Найдите значение выражения $a^{10}-55a+2$ в численном виде.

Правильный ответ:

36

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Поскольку а является корнем уравнения $x^2-x-1=0$, значит $a^2=a+1$ и $a^2-a=1$. Тогда получаем:

$$a^{10}-55a+2=(a+1)^5-55a+2=a^5+5a^4+10a^3+10a^2+5a+1-55a+2=$$

$$=a(a+1)^2+5(a+1)^2+10a(a+1)+10(a+1)-50a+1+2=$$

$$=a^3+2a^2+a+5a^2+10a+5+10a^2+10a+10a+10-50a+3=$$

$$=a^3+17a^2-19a+18=a(a+1)+17(a+1)-19a+18=$$

$$=a^2-a+35=1+35=36.$$

Ответ: 36.

За решение задачи **5 баллов**

Золотое сечение. Вариант №3

#1186462

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

Известно, что число $a=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ называют *золотым числом*, и оно является корнем уравнения $x^2-x-1=0$. Найдите значение выражения $a^{10}-55a-14$ в численном виде.

Правильный ответ:

20

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Поскольку а является корнем уравнения $x^2-x-1=0$, значит $a^2=a+1$ и $a^2-a=1$. Тогда получаем:

$$a^{10}-55a-14=(a+1)^5-55a-14=a^5+5a^4+10a^3+10a^2+5a+1-55a-14=$$

$$=a(a+1)^2+5(a+1)^2+10a(a+1)+10(a+1)-50a+1-14=$$

$$=a^3+2a^2+a+5a^2+10a+5+10a^2+10a+10a+10-50a+1-14=$$

$$=a^3+17a^2-19a+2=a(a+1)+17(a+1)-19a+2=$$

$$=a^2-a+19=1+19=20.$$

Ответ: 20.

За решение задачи **5 баллов**

Золотое сечение. Вариант №4

#1186463

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

Известно, что число $a=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ называют *золотым числом*, и оно является корнем уравнения $x^2-x-1=0$. Найдите значение выражения $a^{10}-55a+10$ в численном виде.

Правильный ответ:

44

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Поскольку а является корнем уравнения $x^2-x-1=0$, значит $a^2=a+1$ и $a^2-a=1$. Тогда получаем:

$$a^{10}-55a+10=(a+1)^5-55a+10=a^5+5a^4+10a^3+10a^2+5a+1-55a+10=$$

$$=a(a+1)^2+5(a+1)^2+10a(a+1)+10(a+1)-50a+1+10=$$

$$=a^3+2a^2+a+5a^2+10a+5+10a^2+10a+10a+10-50a+11=$$

$$=a^3+17a^2-19a+26=a(a+1)+17(a+1)-19a+26=$$

$$=a^2-a+43=1+43=44.$$

Ответ: 44.

За решение задачи **5 баллов**

Золотое сечение. Вариант №5

#1186464

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

Известно, что число $a=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ называют *золотым числом*, и оно является корнем уравнения $x^2-x-1=0$. Найдите значение выражения $a^{10}-55a-9$ в численном виде.

Правильный ответ:

25

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Поскольку а является корнем уравнения $x^2-x-1=0$, значит $a^2=a+1$ и $a^2-a=1$. Тогда получаем:

$$a^{10}-55a-9=(a+1)^5-55a-9=a^5+5a^4+10a^3+10a^2+5a+1-55a-9=$$

$$=a(a+1)^2+5(a+1)^2+10a(a+1)+10(a+1)-50a+1-9=$$

$$=a^3+2a^2+a+5a^2+10a+5+10a^{(2}+10a+10a+10-50a-8=$$

$$=a^3+17a^2-19a+7=a(a+1)+17)a+1-19a+7=$$

$$=a^2-a+24=1+24=25.$$

Ответ: 25.

За решение задачи **5 баллов**

Фишки на доске. Вариант №1

#1186465

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 25

На доске 8×8 расставляют несколько фишек. Две фишки считаются близко расположенными, если из клетки, занятой одной из них, можно прийти в клетку, занятую другой фишкой, за 1 или за 2 хода. Каждый ход – это либо перемещение в соседнюю по диагонали клетку, либо ход шахматного коня (буквой Г). Какое наибольшее число фишек можно расставить на такую доску, чтобы никакие две фишки не были близко *расположенными*?

Правильный ответ:

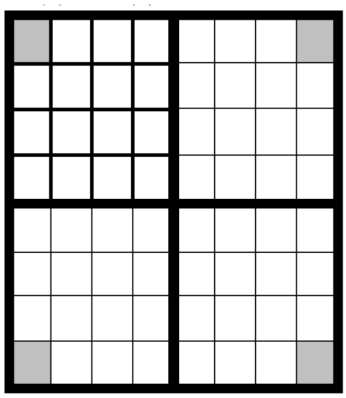
4

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

4 фишки. Оценка: разрежем доску 8×8 на четыре квадрата 4×4. Если две фишки расположены внутри одного квадрата 4×4, то они связаны между собой не более чем двумя ходами указанных типов. Поэтому внутри каждого квадрата 4×4 должно находиться не более одной фишки. Значит, всего на доске 8×8 не может быть более четырёх фишек.

Пример: поставим 4 фишки в угловые клетки поля, очевидно, что из одного угла в другой нельзя попасть за два хода.



Ответ: 4.

За решение задачи **5 баллов**

Фишки на доске. Вариант №2

#1186466

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 25

На доске 6×6 расставляют несколько фишек. Две фишки считаются близко расположенными, если из клетки, занятой одной из них, можно прийти в клетку, занятую другой фишкой, за 1 или за 2 хода. Каждый ход – это либо перемещение в соседнюю по диагонали клетку, либо ход шахматного коня (буквой Г). Какое наибольшее число фишек можно расставить на такую доску, чтобы никакие две фишки не были близко *расположенными*?

Правильный ответ:

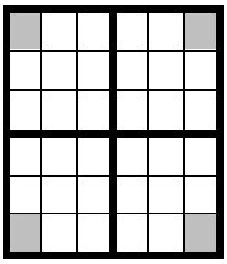
4

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

4 фишки. Оценка: разрежем доску 6×6 на четыре квадрата $3\times3.$ если две фишки расположены внутри одного квадрата 3×3, то они связаны между собой не более чем двумя ходами указанных типов. Поэтому внутри каждого квадрата 3×3 должно находиться не более одной фишки. Значит, всего на доске 6×6 не может быть более четырёх фишек.

Пример: поставим 4 фишки в угловые клетки поля, очевидно, что из одного угла в другой нельзя попасть за два хода.



Ответ: 4.

За решение задачи **5 баллов**

Фишки на доске. Вариант №3

#1186467

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 25

На доске $7{\times}7$ расставляют несколько фишек. Две фишки считаются близко расположенными, если из клетки, занятой одной из них, можно прийти в клетку, занятую другой фишкой, за 1 или за 2 хода. Каждый ход – это либо перемещение в соседнюю по диагонали клетку, либо ход шахматного коня (буквой Г). Какое наибольшее число фишек можно расставить на такую доску, чтобы никакие две фишки не были близко *расположенными*?

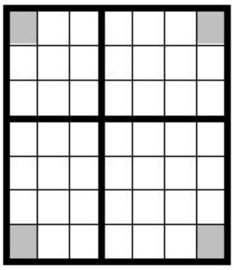
Правильный ответ:

4

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

4 фишки. Оценка: разрежем доску $7{\times}7$ на квадрат $4{\times}4$, квадрат $3{\times}3$ и два прямоугольника $3{\times}4.$ Если две фишки расположены внутри одного квадрата $3{\times}3$, или внутри одного квадрата $4{\times}4$, или внутри одного прямоугольника $3{\times}4$, то они связаны между собой не более чем двумя ходами указанных типов. Поэтому внутри квадрата $3{\times}3$, квадрата $4{\times}4$ и каждого прямоугольника $3{\times}4$ должно находиться не более одной фишки. Значит, всего на доске $7{\times}7$ не может быть более четырёх фишек. Пример: поставим 4 фишки в угловые клетки поля, очевидно, что из одного угла в другой нельзя попасть за два хода.



Ответ: 4.

За решение задачи **5 баллов**

Фишки на доске. Вариант №4

#1186468

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 25

На доске $7{\times}8$ расставляют несколько фишек. Две фишки считаются близко расположенными, если из клетки, занятой одной из них, можно прийти в клетку, занятую другой фишкой, за 1 или за 2 хода. Каждый ход – это либо перемещение в соседнюю по диагонали клетку, либо ход шахматного коня (буквой Г). Какое наибольшее число фишек можно расставить на такую доску, чтобы никакие две фишки не были близко *расположенными*?

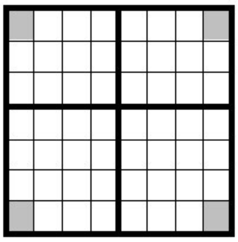
Правильный ответ:

4

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

4 фишки. Оценка: разрежем доску $7{\times}8$ на два квадрата $4{\times}4$, и два прямоугольника $3{\times}4$. Если две фишки расположены внутри одного квадрата $4{\times}4$, или внутри одного прямоугольника $3{\times}4$, то они связаны между собой не более чем двумя ходами указанных типов. Поэтому внутри каждого квадрата $4{\times}4$ и каждого прямоугольника $3{\times}4$ должно находиться не более одной фишки. Значит, всего на доске $7{\times}8$ не может быть более четырёх фишек. Пример: поставим 4 фишки в угловые клетки поля, очевидно, что из одного угла в другой нельзя попасть за два хода.



Ответ: 4.

За решение задачи **5 баллов**

Фишки на доске. Вариант №5

#1186469

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 25

На доске 7×6 расставляют несколько фишек. Две фишки считаются близко расположенными, если из клетки, занятой одной из них, можно прийти в клетку, занятую другой фишкой, за 1 или за 2 хода. Каждый ход – это либо перемещение в соседнюю по диагонали клетку, либо ход шахматного коня (буквой Г). Какое наибольшее число фишек можно расставить на такую доску, чтобы никакие две фишки не были близко *расположенными*?

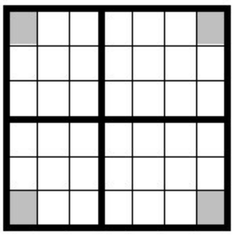
Правильный ответ:

4

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

4 фишки. Оценка: разрежем доску 7×6 на два квадрата 3×3, и два прямоугольника 3×4. Если две фишки расположены внутри одного квадрата 3×3, или внутри одного прямоугольника 3×4, то они связаны между собой не более чем двумя ходами указанных типов. Поэтому внутри каждого квадрата 3×3 и каждого прямоугольника 3×4 должно находиться не более одной фишки. Значит, всего на доске 7×6 не может быть более четырёх фишек. Пример: поставим 4 фишки в угловые клетки поля, очевидно, что из одного угла в другой нельзя попасть за два хода.



Ответ: 4.

За решение задачи **5 баллов**

Урок алгебры. Вариант №1

#1186470

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 25

На уроке алгебры Вася и Петя записали в своих тетрадях многочлен x^2+5x+7. Затем Вася заменил в своём многочлене какой-то коэффициент на не равное ему целое число a, а Петя в своём многочлене заменил какой-то коэффициент на не равное ему целое число b. При этом a было не равно b. После этого на доске они построили графики двух полученных многочленов. Оказалось, что эти графики пересекаются ровно в двух точках с абсциссами $x=0$ и $x=1$. Найдите модуль разности между числами a и b.

Правильный ответ:

4

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Поскольку $x=0$ – общая точка графиков двух полученных многочленов, то свободные коэффициенты у них одинаковые, то есть их не меняли. Значит, один из ребят поменял старший коэффициент, а другой – коэффициент при первой степени. Тогда возможны два случая.

Первый случай:

новые многочлены имеют вид x^2+ax+7 и bx^2+5x+7.

Поскольку $x=1$ – общая точка графиков двух полученных многочленов, то $1+a+7=b+5+7$, т.е. $a-b=4$.

Второй случай:

x^2+bx+7 и ax^2+5x+7 и $1+b+7=a+5+7$, т.е. $b-a=4$. Следовательно, $|a-b|=4$.

Ответ: 4.

За решение задачи 5 баллов

Урок алгебры. Вариант №2

#1186472

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 25

На уроке алгебры Вася и Петя записали в своих тетрадях многочлен x^2+4x+6. Затем Вася заменил в своём многочлене какой-то коэффициент на не равное ему целое число a, а Петя в своём многочлене заменил какой-то коэффициент на не равное ему целое число b. При этом a было не равно b. После этого на доске они построили графики двух полученных многочленов. Оказалось, что эти графики пересекаются ровно в двух точках с абсциссами $x=0$ и $x=1$. Найдите модуль разности между числами a и b.

Правильный ответ:

3

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Поскольку $x=0$ – общая точка графиков двух полученных многочленов, то свободные коэффициенты у них одинаковые, то есть их не меняли. Значит, один из ребят поменял старший коэффициент, а другой – коэффициент при первой степени. Тогда возможны два случая.

Первый случай:

новые многочлены имеют вид x^2+ax+6 и bx^2+4x+6.

Поскольку $x=1$ – общая точка графиков двух полученных многочленов, то $1+a+6=b+4+6$, т.е. $a-b=3$.

Второй случай:

x^2+bx+6 и ax^2+4x+6 и $1+b+6=a+4+6$, т.е. $b-a=3$. Следовательно, $|a-b|=3$.

Ответ: 3.

За решение задачи **5 баллов**

Урок алгебры. Вариант №3

#1186473

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 25

На уроке алгебры Вася и Петя записали в своих тетрадях многочлен x^2+3x+7. Затем Вася заменил в своём многочлене какой-то коэффициент на не равное ему целое число a, а Петя в своём многочлене заменил какой-то коэффициент на не равное ему целое число b. При этом a было не равно b. После этого на доске они построили графики двух полученных многочленов. Оказалось, что эти графики пересекаются ровно в двух точках с абсциссами $x=0$ и $x=1$. Найдите модуль разности между числами a и b.

Правильный ответ:

2

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Поскольку $x=0$ – общая точка графиков двух полученных многочленов, то свободные коэффициенты у них одинаковые, то есть их не меняли. Значит, один из ребят поменял старший коэффициент, а другой – коэффициент при первой степени. Тогда возможны два случая.

Первый случай:

новые многочлены имеют вид x^2+ax+7 и bx^2+3x+7.

Поскольку $x=1$ – общая точка графиков двух полученных многочленов, то $1+a+7=b+3+7$, т.е. $a-b=2$.

Второй случай: x^2+bx+7 и ax^2+3x+7 и $1+b+7=a+3+7$, т.е. $b-a=2$. Следовательно, $|a-b|=2$.

Ответ: 2.

За решение задачи **5 баллов**

Урок алгебры. Вариант №4

#1186474

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 25

На уроке алгебры Вася и Петя записали в своих тетрадях многочлен x^2+6x+5. Затем Вася заменил в своём многочлене какой-то коэффициент на не равное ему целое число a, а Петя в своём многочлене заменил какой-то коэффициент на не равное ему целое число b. При этом a было не равно b. После этого на доске они построили графики двух полученных многочленов. Оказалось, что эти графики пересекаются ровно в двух точках с абсциссами $x=0$ и $x=1$. Найдите модуль разности между числами a и b.

Правильный ответ:

5

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Поскольку $x=0$ – общая точка графиков двух полученных многочленов, то свободные коэффициенты у них одинаковые, то есть их не меняли. Значит, один из ребят поменял старший коэффициент, а другой – коэффициент при первой степени. Тогда возможны два случая.

Первый случай:

новые многочлены имеют вид x^2+ax+5 и bx^2+6x+5.

Поскольку $x=1$ – общая точка графиков двух полученных многочленов, то $1+a+5=b+6+5$, т.е. $a-b=5$.

Второй случай:

x^2+bx+5 и ax^2+6x+5 и $1+b+5=a+6+5$, т.е. $b-a=5$. Следовательно, $|a-b|=5$.

Ответ: 5.

За решение задачи 5 баллов

Урок алгебры. Вариант №5

#1186475

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 25

На уроке алгебры Вася и Петя записали в своих тетрадях многочлен x^2+7x+5. Затем Вася заменил в своём многочлене какой-то коэффициент на не равное ему целое число a, а Петя в своём многочлене заменил какой-то коэффициент на не равное ему целое число b. При этом a было не равно b. После этого на доске они построили графики двух полученных многочленов. Оказалось, что эти графики пересекаются ровно в двух точках с абсциссами $x=0$ и $x=1$. Найдите модуль разности между числами a и b.

Правильный ответ:

6

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Поскольку $x=0$ – общая точка графиков двух полученных многочленов, то свободные коэффициенты у них одинаковые, то есть их не меняли. Значит, один из ребят поменял старший коэффициент, а другой – коэффициент при первой степени. Тогда возможны два случая.

Первый случай:

новые многочлены имеют вид x^2+ax+5 и bx^2+7x+5.

Поскольку $x=1$ – общая точка графиков двух полученных многочленов, то $1+a+5=b+7+5$, т.е. $a-b=6$.

Второй случай:

x^2+bx+5 и ax^2+7x+5 и $1+b+5=a+7+5$, т.е. $b-a=6$. Следовательно,

$|a-b|=6$.

Ответ: 6.

За решение задачи 5 баллов

Симметричная точка. Вариант №1

#1186476

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

Дан прямоугольный треугольник ABC с прямым углом A. На прямой AB отметили точку K, симметричную точке A относительно точки B и точку M – середину стороны BC. Найдите KM, если $AB = 5\sqrt{3}$ и $\angle BCA = 30°$.

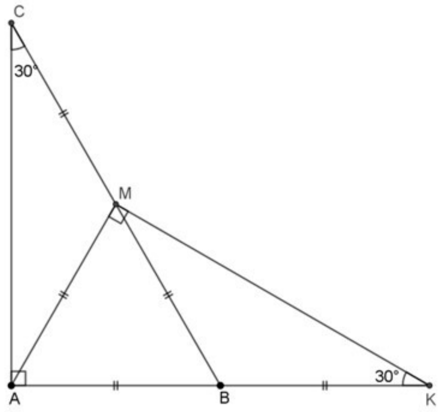
Правильный ответ:

15

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Проведём AM – это медиана прямоугольного треугольника, опущенная из вершины прямого угла, значит, $AM = CM = MB$. По построению $AB = BK$. Поскольку $\triangle ABC$ – прямоугольный с углом $30°$, значит, $AB = \dfrac{BC}{2} = MB$. Значит, $AB = MB = AM$, т.е. $\triangle AMB$ – равносторонний, т.е. $\angle BAM = 60°$, тогда $KM = AK \cdot \sin 60° = 2 \cdot AB \cdot \sin 60° = 2 \cdot 5\sqrt{3} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 15$.



Ответ: 15.

За решение задачи **5 баллов**

Симметричная точка. Вариант №2

#1186477

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

Дан прямоугольный треугольник ABC с прямым углом A. На прямой AB отметили точку K, симметричную точке A относительно точки B и точку M – середину стороны BC. Найдите KM, если $AB = 4\sqrt{3}$ и $\angle BCA = 30°$.

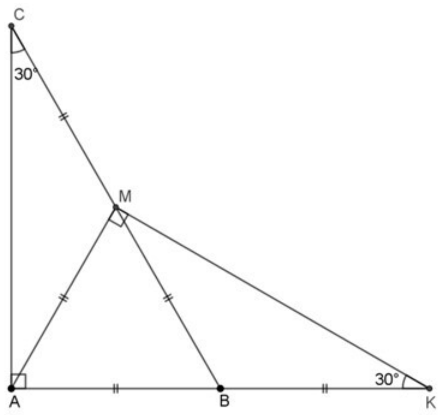
Правильный ответ:

12

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Проведём AM – это медиана прямоугольного треугольника, опущенная из вершины прямого угла, значит, $AM = CM = MB$. По построению $AB = BK$. Поскольку $\triangle ABC$ – прямоугольный с углом $30°$, значит, $AB = \dfrac{BC}{2} = MB$. Значит, $AB = MB = AM$, т.е. $\triangle AMB$ – равносторонний, т.е. $\angle BAM = 60°$, тогда $KM = AK \cdot \sin 60° = 2 \cdot AB \cdot \sin 60° = 2 \cdot 4\sqrt{3} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 12$.



Ответ: 12.

За решение задачи **5 баллов**

Симметричная точка. Вариант №3

#1186478

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

Дан прямоугольный треугольник ABC с прямым углом A. На прямой AB отметили точку K, симметричную точке A относительно точки B и точку M – середину стороны BC. Найдите KM, если $AB = 6\sqrt{3}$ и $\angle BCA = 30^\circ$.

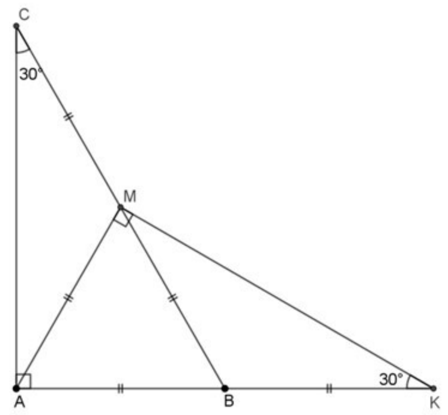
Правильный ответ:

18

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Проведём AM – это медиана прямоугольного треугольника, опущенная из вершины прямого угла, значит, $AM = CM = MB$. По построению $AB = BK$. Поскольку $\triangle ABC$ – прямоугольный с углом 30°, значит, $AB = \dfrac{BC}{2} = MB$. Значит, $AB = MB = AM$, т.е. $\triangle AMB$ – равносторонний, т.е. $\angle BAM = 60^\circ$, тогда $KM = AK \cdot \sin 60^\circ = 2 \cdot AB \cdot \sin 60^\circ = 2 \cdot 6\sqrt{3} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 18$.



Ответ: 18.

За решение задачи **5 баллов**

Симметричная точка. Вариант №4

#1186479

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

Дан прямоугольный треугольник ABC с прямым углом A. На прямой AB отметили точку K, симметричную точке A относительно точки B и точку M – середину стороны BC. Найдите KM, если $AB = 3\sqrt{3}$ и $\angle BCA = 30^\circ$.

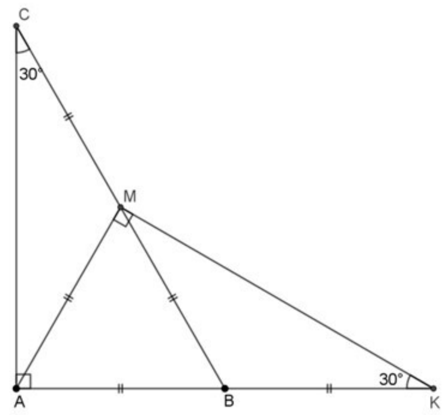
Правильный ответ:

9

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Проведём AM – это медиана прямоугольного треугольника, опущенная из вершины прямого угла, значит, $AM = CM = MB$. По построению $AB = BK$. Поскольку $\triangle ABC$ – прямоугольный с углом 30°, значит, $AB = \dfrac{BC}{2} = MB$. Значит, $AB = MB = AM$, т.е. $\triangle AMB$ – равносторонний, т.е. $\angle BAM = 60^\circ$, тогда $KM = AK \cdot \sin 60^\circ = 2 \cdot AB \cdot \sin 60^\circ = 2 \cdot 3\sqrt{3} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 9$.



Ответ: 9.

За решение задачи **5 баллов**

Симметричная точка. Вариант №5

#1186480

В качестве ответа вводите число. Если ответом является бесконечная десятичная дробь, округлите её до сотых. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте точку либо запятую. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 3,14

Дан прямоугольный треугольник ABC с прямым углом A. На прямой AB отметили точку K, симметричную точке A относительно точки B и точку M – середину стороны BC. Найдите KM, если $AB = 7\sqrt{3}$ и $\angle BCA = 30°$.

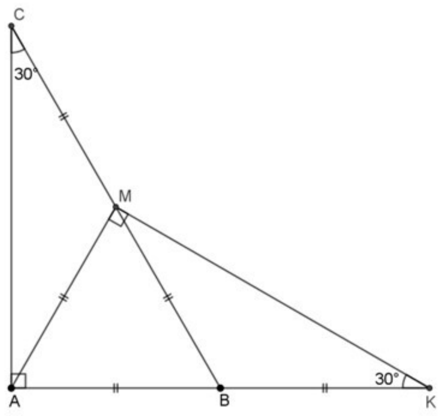
Правильный ответ:

21

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Проведём AM – это медиана прямоугольного треугольника, опущенная из вершины прямого угла, значит, $AM = CM = MB$. По построению $AB = BK$. Поскольку $\triangle ABC$ – прямоугольный с углом $30°$, значит, $AB = \frac{BC}{2} = MB$. Значит, $AB = MB = AM$, т.е. $\triangle AMB$ – равносторонний, т.е. $\angle BAM = 60°$, тогда $KM = AK \cdot \sin 60° = 2 \cdot AB \cdot \sin 60° = 2 \cdot 7\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 21$.



Ответ: 21.

За решение задачи **5 баллов**

Самое маленькое число. Вариант №1

#1186485

На доску выписали несколько последовательных натуральных чисел. Оказалось, что среди них 52% нечётных, причем сумма всех выписанных нечётных чисел является квадратом, большим 200 и меньшим 5000. Найдите все варианты значений самого маленького числа.

$1.$ Сколько вариантов ответа в этой задаче? В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 25

Правильный ответ:

2

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

$2.$ Сколько всего чисел было записано на доску? В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 25

Правильный ответ:

25

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

$3.$ Найдите самое маленькое из записанных чисел. В качестве ответа вводите натуральное число. Если вариантов ответа несколько, запишите их в порядке возрастания без пробелов, не используя никакие знаки препинания. Пример: 159

Правильный ответ:

105313

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Решение задачи:

Нечётных чисел 52%, значит их было записано больше, чем чётных. Поскольку числа были записаны последовательно, значит нечётных было на ровно одно больше, чем чётных. Пусть чётных было n, тогда нечётных было $n+1$, а всего чисел было $2n+1$. Тогда $n+1=0{,}52(2n+1)$, откуда $100n+100=104n+52$, $4n=48$, $n=12$. Значит, всего чисел было $2n+1=2\cdot 12+1=25$.

Пусть самое маленькое нечётное число было a, тогда сумма всех записанных нечётных чисел будет равна $\frac{2a+2(13-1)}{2}\cdot 13=13(a+12)$. Она является квадратом, удовлетворяющим ограничению $200<13(a+12)=m^2<5000$.

Заметим, что m должно быть нечётным и должно делиться на 13, значит, и $a+12$ должно делиться на 13. Рассмотрим $a=1$, $m^2=169<200$ — не подходит.

Следующие возможные значения a мы получаем, если $m^2=13^2\cdot 3^2$, т.е. $a=13\cdot 9-12=105$ и, если $m^2=13^2\cdot 5^2$, $a=13\cdot 25-12=313$. Большие значения уже выводят сумму за пределы 5000, поскольку $m^2\geq 13^2\cdot 7^2=8281$.

Итак, есть два возможных значения самого маленького числа: 105 и 313.

Ответ: 2 варианта, 25 чисел, 105313.

За решение задачи **5 баллов**

Самое маленькое число. Вариант №2

#1186489

На доску выписали несколько последовательных натуральных чисел. Оказалось, что среди них 52% нечётных, причем сумма всех выписанных нечётных чисел является квадратом, большим 2000 и меньшим 5000. Найдите все варианты значений самого маленького числа.

1. Сколько вариантов ответа в этой задаче? В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 25

Правильный ответ:

1

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

---

2. Сколько всего чисел было записано на доску? В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 25

Правильный ответ:

25

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

---

3. Найдите самое маленькое из записанных чисел. В качестве ответа вводите натуральное число. Если вариантов ответа несколько, запишите их в порядке возрастания без пробелов, не используя никакие знаки препинания. Пример: 159

Правильный ответ:

313

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Решение задачи:

Нечётных чисел 52%, значит их было записано больше, чем чётных. Поскольку числа были записаны последовательно, значит нечётных было на ровно одно больше, чем чётных. Пусть чётных было n, тогда нечётных было $n+1$, а всего чисел было $2n+1$. Тогда $n+1=0{,}52(2n+1)$, откуда $100n+100=104n+52$, $4n=48$, $n=12$. Значит, всего чисел было $2n+1=2\cdot 12+1=25$.

Пусть самое маленькое нечётное число было a, тогда сумма всех записанных нечётных чисел будет равна $\dfrac{2a+2(13-1)}{2}\cdot 13=13(a+12)$. Она является квадратом, удовлетворяющим ограничению $2000<13(a+12)=m^2<5000$.

Заметим, что m должно быть нечётным и должно делиться на 13, значит, и $a+12$ должно делиться на 13. Рассмотрим $a=1$, $m^2=169<2000$ — не подходит.

Следующее возможное значения a мы получаем, если $m^2=13^2\cdot 3^2=1521<2000$ — не подходит.

Следующее возможное значения a мы получаем, если $m^2=13^2\cdot 5^2$, $a=13\cdot 25-12=313$. Большие значения уже выводят сумму за пределы 5000, поскольку $m^2\geq 13^2\cdot 7^2=8281$. Итак, есть одно возможное значение самого маленького числа: 313.

Ответ: 1 вариант, 25 чисел, 313.

За решение задачи **5 баллов**

Самое маленькое число. Вариант №3

#1186497

На доску выписали несколько последовательных натуральных чисел. Оказалось, что среди них 52% нечётных, причем сумма всех выписанных нечётных чисел является квадратом, большим 200 и меньшим 2000. Найдите все варианты значений самого маленького числа.

$1.$ Сколько вариантов ответа в этой задаче? В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 25

Правильный ответ:

1

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

$2.$ Сколько всего чисел было записано на доску? В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 25

Правильный ответ:

25

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

$3.$ Найдите самое маленькое из записанных чисел. В качестве ответа вводите натуральное число. Если вариантов ответа несколько, запишите их в порядке возрастания без пробелов, не используя никакие знаки препинания. Пример: 159

Правильный ответ:

105

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Решение задачи:

Нечётных чисел 52%, значит их было записано больше, чем чётных. Поскольку числа были записаны последовательно, значит нечётных было на ровно одно больше, чем чётных. Пусть чётных было n, тогда нечётных было $n+1$, а всего чисел было $2n+1$. Тогда $n+1=0{,}52(2n+1)$, откуда $100n+100=104n+52$, $4n=48$, $n=12$. Значит, всего чисел было $2n+1=2\cdot 12+1=25$.

Пусть самое маленькое нечётное число было a, тогда сумма всех записанных нечётных чисел будет равна $\dfrac{2a+2(13-1)}{2}\cdot 13=13(a+12)$. Она является квадратом, удовлетворяющим ограничению $200<13(a+12)=m^2<2000$.

Заметим, что m должно быть нечётным и должно делиться на 13, значит, и $a+12$ должно делиться на 13. Рассмотрим $a=1$, $m^2=169<200$ — не подходит.

Следующее возможное значения a мы получаем, если $m^2=13^2\cdot 3^2$, т.е. $a=13\cdot 9-12=105$ – подходит. Большие значения уже выводят сумму за пределы 2000, поскольку $m^2\geq 13^2\cdot 5^2=4225$. Итак, есть одно возможное значение самого маленького числа: 105.

Ответ: 1 вариант, 25 чисел, 105.

За решение задачи **5 баллов**

Самое маленькое число. Вариант №4

#1186499

На доску выписали несколько последовательных натуральных чисел. Оказалось, что среди них 52% нечётных, причем сумма всех выписанных нечётных чисел является квадратом, большим 2000 и меньшим 9000. Найдите все варианты значений самого маленького числа.

$1.$ Сколько вариантов ответа в этой задаче? В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 25

Правильный ответ:

2

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

$2.$ Сколько всего чисел было записано на доску? В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 25

Правильный ответ:

25

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

$3.$ Найдите самое маленькое из записанных чисел. В качестве ответа вводите натуральное число. Если вариантов ответа несколько, запишите их в порядке возрастания без пробелов, не используя никакие знаки препинания. Пример: 159

Правильный ответ:

313625

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Решение задачи:

Нечётных чисел 52%, значит их было записано больше, чем чётных. Поскольку числа были записаны последовательно, значит нечётных было на ровно одно больше, чем чётных. Пусть чётных было n, тогда нечётных было $n+1$, а всего чисел было $2n+1$. Тогда $n+1=0{,}52(2n+1)$, откуда $100n+100=104n+52$, $4n=48$, $n=12$. Значит, всего чисел было $2n+1=2\cdot 12+1=25$.

Пусть самое маленькое нечётное число было a, тогда сумма всех записанных нечётных чисел будет равна $\dfrac{2a+2(13-1)}{2}\cdot 13=13(a+12)$. Она является квадратом, удовлетворяющим ограничению $2000<13(a+12)=m^2<9000$.

Заметим, что m должно быть нечётным и должно делиться на 13, значит, и $a+12$ должно делиться на 13. Рассмотрим $a=1$, $m^2=169<2000$ — не подходит.

Следующее возможное значения a мы получаем, если $m^2=13^2\cdot 3^2=1521<2000$ — не подходит.

Следующие возможные значения a мы получаем, если $m^2=13^2\cdot 5^2$, $a=13\cdot 25-12=313$ и если $m^2=13^2\cdot 7^2=8281$, $a=13\cdot 49-12=625$. Большие значения уже выводят сумму за пределы 5000, поскольку $m^2\geq 13^2\cdot 9^2=13689$.

Итак, есть два возможных значения самого маленького числа: 313 и 625.

Ответ: 2 вариант, 25 чисел, 313625.

За решение задачи **5 баллов**

Самое маленькое число. Вариант №5

#1186505

На доску выписали несколько последовательных натуральных чисел. Оказалось, что среди них 52% нечётных, причем сумма всех выписанных нечётных чисел является квадратом, большим 200 и меньшим 9000. Найдите все варианты значений самого маленького числа.

$1.$ Сколько вариантов ответа в этой задаче? В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 25

Правильный ответ:

3

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

$2.$ Сколько всего чисел было записано на доску? В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 25

Правильный ответ:

25

Формула вычисления баллов: 0-1 1-0

1 балл

$3.$ Найдите самое маленькое из записанных чисел. В качестве ответа вводите натуральное число. Если вариантов ответа несколько, запишите их в порядке возрастания без пробелов, не используя никакие знаки препинания. Пример: 159

Правильный ответ:

105313625

Формула вычисления баллов: 0-2 1-0

2 балла

Решение задачи:

Нечётных чисел 52%, значит их было записано больше, чем чётных. Поскольку числа были записаны последовательно, значит нечётных было на ровно одно больше, чем чётных.

Пусть чётных было n, тогда нечётных было $n+1$, а всего чисел было $2n+1$. Тогда $n+1=0{,}52(2n+1)$, откуда $100n+100=104n+52, 4n=48, n=12$. Значит, всего чисел было $2n+1=2\cdot 12+1=25$.

Пусть самое маленькое нечётное число было a, тогда сумма всех записанных нечётных чисел будет равна $\dfrac{2a+2(13-1)}{2}\cdot 13=13(a+12)$. Она является квадратом, удовлетворяющим ограничению $200<13(a+12)=m^2<9000$.

Заметим, что m должно быть нечётным и должно делиться на 13, значит, и $a+12$ должно делиться на 13. Рассмотрим $a=1$, $m^2=169<200$ — не подходит.

Следующее возможное значения a мы получаем, если $m^2=13^2\cdot 3^2=1521$, $a=13\cdot 9-12=105$, если $m^2=13^2\cdot 5^2$, $a=13\cdot 25-12=313$ и если $m^2=13^2\cdot 7^2=8281$, $a=13\cdot 49-12=625$. Большие значения уже выводят сумму за пределы 9000, поскольку $m^2\geq 13^2\cdot 9^2=13689$.

Итак, есть три возможных значения самого маленького числа: $105, 313$ и 625.

Ответ: 3 вариант, 25 чисел, 105313625.

За решение задачи **5 баллов**

Лабиринт Минотавра. Вариант №1

#1186508

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 25

Лабиринт Минотавра представляет собой прямоугольник 5×7, состоящий из клеток-комнат. Переходить из одной комнаты в соседнюю с ней по стороне можно только если между этими комнатами есть дверь (двери есть не везде). В одной из комнат находится Минотавр. В какую-то другую комнату помещают Рыцаря. Рыцарь и Минотавр ходят по очереди, начинает Рыцарь. За ход можно переместиться в соседнюю по стороне комнату, если в неё ведет дверь. Минотавр имеет план Лабиринта и знает, где находится Рыцарь в любой момент времени. Минотавр всегда поражает Рыцаря, если попадает с ним в одну комнату, либо если Рыцарь заходит в комнату Минотавра. Известно, что в какую бы комнату ни поместили в начале Минотавра и Рыцаря, Минотавр гарантированно может поразить Рыцаря за несколько ходов. Сколько в Лабиринте дверей?

Правильный ответ:

34

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Рассмотрим граф, где вершины – это комнаты, а двери – это рёбра. Этот граф связный, иначе можно было бы поместить Рыцаря и Минотавра в разные компоненты связности, и Минотавр его бы не поразил. Заметим, что в этом графе нет циклов, иначе Рыцарь мог бы по кругу бегать от Минотавра. Значит, этот граф – дерево, поэтому количество рёбер в нём на единицу меньше, чем количество вершин, то есть 34 двери.

Ответ: 34 двери.

За решение задачи **5 баллов**

Лабиринт Минотавра. Вариант №2

#1186509

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 25

Лабиринт Минотавра представляет собой прямоугольник 5×9, состоящий из клеток-комнат. Переходить из одной комнаты в соседнюю с ней по стороне можно только если между этими комнатами есть дверь (двери есть не везде). В одной из комнат находится Минотавр. В какую-то другую комнату помещают Рыцаря. Рыцарь и Минотавр ходят по очереди, начинает Рыцарь. За ход можно переместиться в соседнюю по стороне комнату, если в неё ведет дверь. Минотавр имеет план Лабиринта и знает, где находится Рыцарь в любой момент времени. Минотавр всегда поражает Рыцаря, если попадает с ним в одну комнату, либо если Рыцарь заходит в комнату Минотавра. Известно, что в какую бы комнату ни поместили в начале Минотавра и Рыцаря, Минотавр гарантированно может поразить Рыцаря за несколько ходов. Сколько в Лабиринте дверей?

Правильный ответ:

44

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Рассмотрим граф, где вершины – это комнаты, а двери – это рёбра. Этот граф связный, иначе можно было бы поместить Рыцаря и Минотавра в разные компоненты связности, и Минотавр его бы не поразил. Заметим, что в этом графе нет циклов, иначе Рыцарь мог бы по кругу бегать от Минотавра. Значит, этот граф – дерево, поэтому количество рёбер в нём на единицу меньше, чем количество вершин, то есть 44 двери.

Ответ: 44 двери.

За решение задачи **5 баллов**

Лабиринт Минотавра. Вариант №3

#1186510

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 25

Лабиринт Минотавра представляет собой прямоугольник 5×6, состоящий из клеток-комнат. Переходить из одной комнаты в соседнюю с ней по стороне можно только если между этими комнатами есть дверь (двери есть не везде). В одной из комнат находится Минотавр. В какую-то другую комнату помещают Рыцаря. Рыцарь и Минотавр ходят по очереди, начинает Рыцарь. За ход можно переместиться в соседнюю по стороне комнату, если в неё ведет дверь. Минотавр имеет план Лабиринта и знает, где находится Рыцарь в любой момент времени. Минотавр всегда поражает Рыцаря, если попадает с ним в одну комнату, либо если Рыцарь заходит в комнату Минотавра. Известно, что в какую бы комнату ни поместили в начале Минотавра и Рыцаря, Минотавр гарантированно может поразить Рыцаря за несколько ходов. Сколько в Лабиринте дверей?

Правильный ответ:

29

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Рассмотрим граф, где вершины – это комнаты, а двери – это рёбра. Этот граф связный, иначе можно было бы поместить Рыцаря и Минотавра в разные компоненты связности, и Минотавр его бы не поразил. Заметим, что в этом графе нет циклов, иначе Рыцарь мог бы по кругу бегать от Минотавра. Значит, этот граф – дерево, поэтому количество рёбер в нём на единицу меньше, чем количество вершин, то есть 29 дверей.

Ответ: 29 дверей.

За решение задачи **5 баллов**

Лабиринт Минотавра. Вариант №4

#1186511

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 25

Лабиринт Минотавра представляет собой прямоугольник 5×8, состоящий из клеток-комнат. Переходить из одной комнаты в соседнюю с ней по стороне можно только если между этими комнатами есть дверь (двери есть не везде). В одной из комнат находится Минотавр. В какую-то другую комнату помещают Рыцаря. Рыцарь и Минотавр ходят по очереди, начинает Рыцарь. За ход можно переместиться в соседнюю по стороне комнату, если в неё ведет дверь. Минотавр имеет план Лабиринта и знает, где находится Рыцарь в любой момент времени. Минотавр всегда поражает Рыцаря, если попадает с ним в одну комнату, либо если Рыцарь заходит в комнату Минотавра. Известно, что в какую бы комнату ни поместили в начале Минотавра и Рыцаря, Минотавр гарантированно может поразить Рыцаря за несколько ходов. Сколько в Лабиринте дверей?

Правильный ответ:

39

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Рассмотрим граф, где вершины – это комнаты, а двери – это рёбра. Этот граф связный, иначе можно было бы поместить Рыцаря и Минотавра в разные компоненты связности, и Минотавр его бы не поразил. Заметим, что в этом графе нет циклов, иначе Рыцарь мог бы по кругу бегать от Минотавра. Значит, этот граф – дерево, поэтому количество рёбер в нём на единицу меньше, чем количество вершин, то есть 39 дверей.

Ответ: 39 дверей.

За решение задачи **5 баллов**

Лабиринт Минотавра. Вариант №5

#1186513

В качестве ответа вводите натуральное число. Никаких иных символов, кроме используемых для записи числа (в частности, пробелов), быть не должно. Пример: 25

Лабиринт Минотавра представляет собой прямоугольник 6×7, состоящий из клеток-комнат. Переходить из одной комнаты в соседнюю с ней по стороне можно только если между этими комнатами есть дверь (двери есть не везде). В одной из комнат находится Минотавр. В какую-то другую комнату помещают Рыцаря. Рыцарь и Минотавр ходят по очереди, начинает Рыцарь. За ход можно переместиться в соседнюю по стороне комнату, если в неё ведет дверь. Минотавр имеет план Лабиринта и знает, где находится Рыцарь в любой момент времени. Минотавр всегда поражает Рыцаря, если попадает с ним в одну комнату, либо если Рыцарь заходит в комнату Минотавра. Известно, что в какую бы комнату ни поместили в начале Минотавра и Рыцаря, Минотавр гарантированно может поразить Рыцаря за несколько ходов. Сколько в Лабиринте дверей?

Правильный ответ:

41

Формула вычисления баллов: 0-5 1-0

Решение задачи:

Рассмотрим граф, где вершины – это комнаты, а двери – это рёбра. Этот граф связный, иначе можно было бы поместить Рыцаря и Минотавра в разные компоненты связности, и Минотавр его бы не поразил. Заметим, что в этом графе нет циклов, иначе Рыцарь мог бы по кругу бегать от Минотавра. Значит, этот граф – дерево, поэтому количество рёбер в нём на единицу меньше, чем количество вершин, то есть 41 дверь.

Ответ: 41 дверь.

За решение задачи **5 баллов**