

Разбор ПОШ по ИИ 2026

А. Шкаф Грю

Рассмотрим полукруг радиуса $R = d/2$. Пусть ширина прямоугольника равна $2x$ (половина ширины x), высота — y , и одна сторона лежит на диаметре. Тогда из уравнения окружности:

$$x^2 + y^2 = R^2 \Rightarrow y = \sqrt{R^2 - x^2}.$$

Тогда площадь прямоугольника (шкафа):

$$S = 2x\sqrt{R^2 - x^2}.$$

Возведём площадь в квадрат, чтобы избавиться от корня:

$$S^2 = 4x^2(R^2 - x^2).$$

Обозначим $t = x^2$, где $0 \leq t \leq R^2$. Тогда

$$S^2 = 4t(R^2 - t) = -4t^2 + 4R^2t.$$

Это квадратичная функция относительно t с отрицательным коэффициентом при t^2 , то есть парабола с ветвями, направленными вниз. Её максимум достигается в вершине:

$$t_{\text{вершины}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{4R^2}{2 \cdot (-4)} = \frac{R^2}{2}.$$

Подставляем $t = \frac{R^2}{2}$:

$$S_{\max}^2 = -4\left(\frac{R^2}{2}\right)^2 + 4R^2 \cdot \frac{R^2}{2} = -4 \cdot \frac{R^4}{4} + 2R^4 = -R^4 + 2R^4 = R^4.$$

Следовательно,

$$S_{\max} = R^2.$$

Теперь для каждого d :

- $d = 10 \Rightarrow R = 5 \Rightarrow S_{\max} = 25$.
- $d = 15 \Rightarrow R = 7.5 \Rightarrow S_{\max} = 56.25$.

Ответ: 25 56.25

В. Эксперименты Доктора Нефарио

Рассмотрим задачу комбинаторно. У нас есть 11 позиций, которые нужно заполнить номерами видов от 1 до 5. Ограничения касаются только некоторых позиций, остальные независимы.

1. **Позиции 3 и 5** должны быть разных видов.

Количество способов выбрать пару различных видов с учётом порядка:

сначала выбираем вид для позиции 3 (5 вариантов), затем для позиции 5 – любой из оставшихся 4 видов.

Итого: $5 \cdot 4 = 20$ способов.

2. **Позиции 2, 4, 10** должны удовлетворять условию $a_2 \leq a_4 \leq a_{10}$.

Здесь важно понять, что мы не выбираем три значения независимо — порядок уже задан неравенством.

По сути, нам нужно выбрать три числа (не обязательно различных) из множества $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ и расположить их в неубывающем порядке. Каждому такому набору соответствует ровно одна последовательность (a_2, a_4, a_{10}) , так как порядок фиксирован.

Количество таких наборов — это число сочетаний с повторениями из 5 элементов по 3 :

$$C_{5+3-1}^3 = C_7^3 = 35.$$

Другой способ подсчёта: можно представить, что мы раскладываем 3 одинаковых «шарика» (позиции) по 5 корзинам (видам), при этом порядок внутри корзин не важен, а количество шариков в корзине i определяет, сколько раз встречается вид i в нашей тройке. Число таких разложений равно числу сочетаний с повторениями:

$$C_{5+3-1}^3 = C_7^3 = 35$$

(что эквивалентно).

Таким образом, для позиций 2, 4, 10 существует 35 допустимых вариантов.

3. **Остальные позиции** (1, 6, 7, 8, 9, 11) – их 6 штук – могут быть заполнены любым из 5 видов независимо.

Количество способов: $5^6 = 15625$.

Все выборы независимы, поэтому общее число последовательностей:

$$20 \cdot 35 \cdot 15625 = 10\,937\,500.$$

Ответ: 10937500.

С. Соревнование миньонов

Кевин бросает первым. У него есть три возможные стратегии: стрелять в Стюарта, в Боба или намеренно промахнуться. Рассмотрим каждую.

Стратегия 1: Стрелять в Стюарта

- С вероятностью 0.3 Кевин попадает. Стюарт выбывает, остаются Кевин и Боб. Следующий ход — Боба. В этой дуэли (Боб стреляет первым) вероятность победы Кевина равна вероятности того, что Боб промахнется (0.5), а затем Кевин попадет (0.3), и если снова промахнется, то процесс повторяется. Это геометрическая прогрессия:

$$P_{\text{дуэль}} = \frac{0.5 \cdot 0.3}{1 - 0.5 \cdot 0.7} = \frac{0.15}{1 - 0.35} = \frac{0.15}{0.65} = \frac{3}{13} \approx 0.23077.$$

- С вероятностью 0.7 Кевин промахивается. Ход переходит к Стюарту. Стюарт (с вероятностью 1) выбывает Боба, так как это максимизирует его шансы на победу (если он выбьет Кевина, то его шанс против Боба будет 0.5, а если выбьет Боба, то против Кевина его шанс станет 0.7). После этого остаются Кевин и Стюарт, ход Кевина. Кевин стреляет в Стюарта и побеждает с вероятностью 0.3 (если промахнется, Стюарт убьет его). Значит, в этом случае вероятность победы Кевина равна 0.3.

Итоговая вероятность при стратегии «стрелять в Стюарта»:

$$0.3 \cdot \frac{3}{13} + 0.7 \cdot 0.3 = 0.3 \cdot \left(\frac{3}{13} + 0.7 \right) = 0.3 \cdot \frac{121}{130} \approx 0.27923.$$

Стратегия 2: Стрелять в Боба

- С вероятностью 0.3 Кевин попадает. Боб выбывает, остаются Кевин и Стюарт, ход Стюарта. Стюарт сразу убивает Кевина — победа невозможна (0).
- С вероятностью 0.7 Кевин промахивается. Далее ситуация такая же, как в предыдущей стратегии после промаха: Стюарт убивает Боба, затем Кевин стреляет в Стюарта с шансом 0.3.

Итого: $0.7 \cdot 0.3 = 0.21$.

Стратегия 3: Намеренно промахнуться

Кевин бросает мимо. Все живы, ход переходит к Стюарту. Стюарт снова убивает Боба (по тем же причинам). Остаются Кевин и Стюарт, ход Кевина. Кевин стреляет в Стюарта и побеждает с вероятностью 0.3.

Таким образом, вероятность победы Кевина равна 0.3.

Сравнение стратегий

$0.3 > 0.27923 > 0.21$. Максимальная вероятность достигается при **намеренном промахе** и равна 0.3.

Ответ: 0.3.