Региональный этап — день 2

Условия задач, решения и критерии оценивания. 11 класс

Содержание

11.6. Концентрат для Волос

А.В.Веселова

Шаровое скопление состоит по количеству на 60% из звезд массы 0.8 $\mathfrak{M}_\odot$ и на 40% из звезд массы 1 $\mathfrak{M}_\odot$, все звезды находятся на Главной последовательности. Закон распределения концентрации объектов от расстояния задается формулой

$$n(r) = \frac{n_0}{r^2}\,.$$

Известно, что полный радиус скопления составляет 12 пк, а число звезд в скоплении равно 10^5, в любой части скопления соотношение числа звезд двух типов одинаково.

A. Определите n_0, считая единицей расстояния 1 парсек.

B. С какого максимального расстояния можно увидеть такое скопление невооруженным глазом, если наблюдается оно в созвездии Волос Вероники?

C. Представим, что наблюдение скопления на максимальном расстоянии, при котором оно доступно для наблюдений невооруженным глазом, проводится на телескопе с диаметром объектива $D = 15$ см и фокусным расстоянием $F = 1.8$ м. Сколько пикселей будет занимать изображение скопления в фокальной плоскости объектива телескопа, если в ней установлена ПЗС-матрица с пикселями размера 4 мкм × 4 мкм?

Решение.

A. Запишем выражение для полного количества звезд в скоплении:

$$N = \int\limits_0^R 4\pi r^2 \cdot n(r)\,dr = 4\pi \int\limits_0^R \frac{n_0}{r^2} \cdot r^2\,dr = 4\pi n_0 R.$$

Можно также заметить, что если рассмотреть сферические слои фиксированной толщины, то их объемы будут пропорциональны квадрату радиуса. Это означает, что в каждом таком слое количество звезд будет одним и тем же, откуда следует тот же результат (но формально полученный без использования интегрирования).

Отсюда находим n_0:

$$n_0 = \frac{N}{4\pi R} = \frac{10^5}{4\pi \cdot 12\,\text{пк}} = 6.6 \cdot 10^2\ \text{пк}^{-1}.$$

B. Определим светимость скопления как целого, для этого оценим светимость каждой звезды. На главной последовательности светимость звезды связана с ее массой пропорциональностью

$$L \propto \mathfrak{M}^4. \tag{1}$$

Светимость звезды солнечной массы равна светимости Солнца, светимость звезды с массой 0.8 $\mathfrak{M}_\odot$составит $\approx 0.41\ L_\odot$. Тогда полная светимость составит

$$L = 10^5 \cdot (0.6 \cdot 0.41 + 0.4 \cdot 1) \approx 6.5 \cdot 10^4\ L_\odot.$$

Определяем абсолютную болометрическую величину скопления:

$$M = M_\odot - 2.5\lg\frac{L}{L_\odot} = 4.7 - 2.5\lg\left(6.5 \cdot 10^4\right) = -7^m.3.$$

Далее определим, с какого расстояния скопление будет видно на пределе видимости невооруженным глазом:

$$m = M - 5 + 5\lg r \quad \Rightarrow \quad r = 10^{0.2(m-M+5)} = 10^{0.2(6+7.3+5)} = 4.6 \cdot 10^3\,\text{пк}.$$

Шаровое скопление оказывается расположенным в нашей Галактике, причем недалеко от Солнца по галактическим масштабам. При этом оно наблюдается в направлении, практически перпендикулярном диску Галактики, что означает, что межзвездное поглощение света сравнительно мало. Заметим также, что даже в плотных скоплениях звезды не перекрывают друг друга: расстояния между звездами много больше размеров самих звезд, поэтому мы имели право просто складывать светимости звезд друг с другом.

C. Определим угловой размер скопления с полученного в предыдущем пункте расстояния:

$$\alpha = \frac{D}{r} = \frac{2 \cdot 12}{4600} = 5.2 \cdot 10^{-3},$$

полученное значение выражено в радианах. Тогда диаметр изображения в фокальной плоскости составит

$$d = \alpha F = 5.2 \cdot 10^{-3} \cdot 1800 \text{ мм} = 9.4 \text{ мм}.$$

Площадь изображения составит $S = \dfrac{\pi d^2}{4} \approx 69$ мм^2. Площадь каждого пикселя ПЗС-матрицы равна $S_0 = (4 \cdot 10^{-3})^2 = 1.6 \cdot 10^{-5}$ мм^2, тогда количество занимаемых изображением пикселей составит $S/S_0 = 4.3 \cdot 10^6$. Получится весьма подробное изображение, при этом размер дифракционного кружка окажется примерно совпадающим с размером пикселя.

Критерии оценивания.

K1. Пункт **A** **5**
- Верное выражение (с интегралом или суммой) для оценки полного количества звезд **3**
- Верное вычисление n_0 .... **2**

K2. Пункт **B** **6**
- Определение светимости звезды с массой $0.8\,\mathfrak{M}_\odot$, в зависимости (1) допускаются показатели степени от 3 до 4 включительно **2**
  - Если светимость звезды постулируется без объяснений, но значение верно, выставляется **1** балл.
- Определение верного значения полной светимости скопления **1**
- Верное обоснованное определение расстояния до звезды, в том числе с возможной промежуточной оценкой абсолютной звездной величины, с пренебрежением поглощением **3**
  - Если участник учитывает поглощение с коэффициентом $(1 \div 3)^m$/кпк, выставляется **2** балла, поскольку направление в условии задачи свидетельствует о наблюдении перпендикулярно плоскости диска Галактики.

K3. Пункт **C** **5**
- Определение (явное или формульное) углового размера скопления исходя из полученного ранее значения расстояния **1**
- Верная оценка размера изображения в фокальной плоскости (формула или явный расчет) **2**
- Перевод значения в пиксели (формула или явный расчет) **1**
- Получение верного ответа в пикселях **1**

Максимальная оценка: **16**

11.7. Водородный фонарь

М.В.Костина

Средняя плотность водорода (в любых видах) в межпланетной среде составляет $2 \cdot 10^{-21}$ кг/м^3. Известно, что 1 км^3 невозбужденного атомарного водорода с концентрацией 1 атом/см^3 излучает всего 3 фотона в секунду. Оцените мощность излучения всего межпланетного невозбужденного атомарного водорода, находящегося в пределах радиуса 40 а.е. от Солнца. Считайте, что массовая доля невозбужденного атомарного водорода составляет 10^{-4} от общей массы водорода.

Решение. Сначала найдем количество атомов невозбужденного атомарного водорода в шаре с указанным радиусом. Его объем

$$V = \frac{4\pi}{3} (40 \cdot 1.5 \cdot 10^{11})^3 = 9 \cdot 10^{38} \text{ м}^3,$$

поэтому содержащаяся в этом объеме полная масса водорода межпланетной среды составляет $1.8 \cdot 10^{18}$ кг, а масса невозбужденного атомарного водорода $M = 1.8 \cdot 10^{14}$ кг.

Теперь рассмотрим 1 км^3 невозбужденного атомарного водорода с концентрацией 1 атом/см^3. В нем содержится 10^{15} атомов, и умножив это число на массу одного атома (которую с достаточной точностью можно считать равной $1.7 \cdot 10^{-27}$ кг), а затем разделив на 3, мы получим массу M_0, испускающую один фотон в секунду:

$$M_0 = 1.7 \cdot 10^{-27} \cdot \frac{10^{15}}{3} = 6 \cdot 10^{-13} \text{ кг}.$$

Таким образом, в интересующем нас шаре всего будет испускаться

$$N = \frac{M}{M_0} = \frac{1.8 \cdot 10^{14}}{6 \cdot 10^{-13}} = 3 \cdot 10^{26} \text{ фотонов в секунду.}$$

Как известно, невозбужденный атом водорода (у которого электрон находится на первой орбитали) может излучать только радиоизлучение на длине волны $\lambda = 21$ см. Энергия одного фотона с такой длиной волны равна

$$\varepsilon = h\nu = h\,\frac{c}{\lambda} = 6.63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{21 \cdot 10^{-2}} = 0.95 \cdot 10^{-24} \text{ Дж}.$$

Таким образом, общая испускаемая в единицу времени энергия будет равна

$$P = N \cdot \varepsilon = 3 \cdot 10^{26} \cdot 0.95 \cdot 10^{-24} = 3 \cdot 10^2 \text{ Вт}.$$

Критерии оценивания.

К1.	Вычисление объема, заключенного в пределах 40 а.е.	**3**
К2.	Вычисление количества фотонов, излучаемых этим объемом	**3**
К3.	Указание на то, что нейтральный водород излучает в линии 21 см	**3**
К4.	Вычисление энергии одного фотона	**4**
К5.	Итоговый ответ	**3**
	Максимальная оценка:	**16**

Вычислительная ошибка, допущенная в любом из пунктов, снижает балл за него на **1**, но не снижает оценку за последующие пункты. Участник может не вычислять явно промежуточные результаты и использовать в последующем решении соответствующие формульные выражения.

При ошибке в формулах для вычисления на некотором этапе этот этап полностью не засчитывается, но все последующие оцениваются полностью.

11.8. Еще одна точка зрения

А.В.Веселова

Астероид движется в плоскости эклиптики по эллиптической орбите с большой полуосью $a = 3$ а. е. и эксцентриситетом $e = 0.4$.

A. Как для гелиоцентрического наблюдателя зависит мгновенное собственное движение астероида от расстояния до астероида?

B. В каких пределах для гелиоцентрического наблюдателя меняется собственное движение (выраженное в угловых секундах в секунду времени)?

C. Представим, что неподвижный относительно Солнца наблюдатель долгое время находится вблизи перигелия орбиты астероида. Какое собственное движение будет для него иметь астероид в тот момент, когда пройдет ровно четверть длины орбиты от перицентра?

Решение.

A. Собственное движение связано с компонентой скорости объекта, перпендикулярной лучу зрения. Эту компоненту мы можем определить из II закона Кеплера (на самом деле из закона сохранения момента импульса):

$$vr\sin\alpha = \sqrt{GM_\odot a(1-e^2)},$$

здесь v — скорость астероида на расстоянии r от Солнца, α — угол между радиус-вектором $\vec{r}$ и вектором скорости $\vec{v}$. При этом $v\sin\alpha$ — это и есть перпендикулярная лучу зрения (для гелиоцентрического наблюдателя) компонента скорости $v_\perp$.

Собственное движение показывает угловой сдвиг объекта на небе за единицу времени Δt, тогда выражение для собственного движения примет вид

$$\mu\,[\text{рад}] = \frac{v_\perp \Delta t}{r} = \frac{\sqrt{GM_\odot a(1-e^2)}\Delta t}{r^2}\,.$$

Итого, мгновенное собственное движение обратно пропорционально квадрату расстояния от Солнца до астероида.

B. Из полученной выше формулы следует, что граничные значения собственного движения достигаются в перигелии и афелии. Вычислим их.

$$\frac{\mu_\pi}{\Delta t} = \frac{v_\pi}{r_\pi} = \frac{\sqrt{\frac{GM_\odot}{a}\cdot\frac{1+e}{1-e}}}{a(1-e)} = 9.7\cdot 10^{-8}\ \text{рад/с} = 0''.02/\text{с}.$$

$$\frac{\mu_\alpha}{\Delta t} = \frac{v_\alpha}{r_\alpha} = \frac{\sqrt{\frac{GM_\odot}{a}\cdot\frac{1-e}{1+e}}}{a(1+e)} = 1.8\cdot 10^{-8}\ \text{рад/с} = 0''.004/\text{с}.$$

C. Астероид находится в четверти орбиты от перицентра, то есть в вершине малой оси. В этом случае касательная к эллипсу (и, следовательно, вектор скорости) направлен параллельно большой оси эллипса. Нужно найти скорость в этой точке и определить ее проекцию на перпендикуляр к лучу зрения наблюдателя.

Расстояние от фокуса до вершины малой оси равно в точности большой полуоси эллипса. Полную скорость определим из интеграла энергий:

$$v = \sqrt{GM_\odot\left(\frac{2}{r}-\frac{1}{a}\right)} = \sqrt{\frac{GM_\odot}{a}} = 1.7\cdot 10^4\ \text{м/с}\,.$$

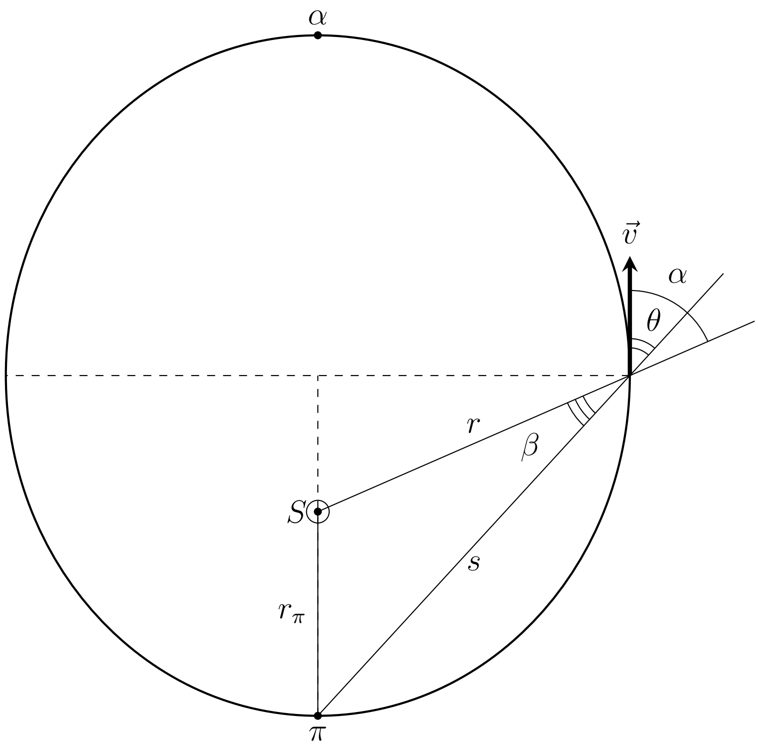

Рис. 1: К решению задачи 8.

Можно сразу использовать готовый факт о совпадении скорости в вершине малой оси со скоростью на круговой орбите радиуса a.

Величина малой полуоси связана с большой полуосью и эксцентриситетом формулой $b = a\sqrt{1-e^2}$, тогда расстояние от перицентра до вершины малой полуоси составит

$$s = \sqrt{a^2+b^2} = a\sqrt{2-e^2} = 6.1\cdot 10^{11}\ \text{м}.$$

Угол между радиус-вектором $\vec{r}$ и вектором скорости $\vec{v}$ оценим из закона сохранения момента импульса:

$$\sin\alpha = \frac{\sqrt{GM_\odot a(1-e^2)}}{vr} = \frac{\sqrt{GM_\odot a(1-e^2)}}{\sqrt{\dfrac{GM_\odot}{a}}\cdot a} = \sqrt{1-e^2}, \quad \alpha \approx 66^\circ.$$

Угол между лучом зрения наблюдателя равен $\theta = \alpha - \beta$, где угол β определяется из треугольника «Солнце — наблюдатель — астероид»:

$$\cos\beta = \frac{r^2+s^2-r_\pi^2}{2rs} = \frac{a^2+a^2(2-e^2)-a^2(1-e)^2}{2a^2\sqrt{2-e^2}} = \frac{1+e-e^2}{\sqrt{2-e^2}}, \quad \beta \approx 24^\circ.$$

Рассчитываем угол θ: $\theta = 66^\circ - 24^\circ = 42^\circ$. Тогда мгновенное собственное движение астероида для наблюдателя составит

$$\mu = \frac{v\sin\theta}{s} \approx 4\cdot 10^{-3}{}''/\text{с}.$$

Критерии оценивания.

К1. Пункт **A** **6**
- Указание на связь собственного движения с компонентой скорости, перпендикулярной лучу зрения (формульное или словесное) **2**
- Физически верная модель связи собственного движения с параметрами орбиты и Солнца, в том числе через II закон Кеплера или интеграл площадей **3**
- Получение итогового верного соотношения $\mu \propto 1/r^2$ **1**

К2. Пункт **B** **4**
- Явное или формульное указание на точки орбиты, в которых достигаются граничные значения собственного движения **2**
- Вычисление верных итоговых значений в указанных в условии единицах измерения .... **1+1**

К3. Пункт **C** **6**
- Указание на то, что объект находится в вершине малой оси (графическое или словесное) **1**
- Верная обоснованная оценка расстояния до наблюдателя (в а.е. или иных осмысленных единицах, или же верная формульная запись) **2**
- Верный расчет угловых характеристик, необходимых для проецирования скорости на картинную плоскость **2**
- Верная итоговая оценка собственного движения (с учетом погрешностей засчитываются ответы в интервале от 3.5 до 4.5 миллисекунд дуги в год при верном ходе решения) **1**

Максимальная оценка: 16

11.9. С Новым годом!

П.А. Тараканов

Изображенный на новогодней открытке Дед Мороз проводит наблюдения в 00^h00^m истинного солнечного времени 1 января 2026 года. Определите примерные широту места наблюдения и координаты (прямое восхождение и склонение) наблюдаемого объекта, если известно, что наблюдения ведутся в России. В каком созвездии находится наблюдаемый объект?

Рис. 2: Рисунок к задаче 9.

Решение. Прежде всего обратим внимание на монтировку телескопа. Она очевидно несимметрична относительно вертикальной оси, а это означает, что она экваториальная: одна из осей позволяет вращать телескоп вокруг оси мира, вторая — наводить его на объекты, находящиеся на разных склонениях.

Далее учтем, что в таком случае одна из осей телескопа (нарисованная красным на рисунке ниже) — это ось мира, и в направлении, заданном красной стрелкой, находится Северный полюс мира (поскольку наблюдения, по условию, проводятся в России — т.е. в Северном полушарии). Азимут полюса равен 180°, а телескоп наведен на объект с азимутом 0°, т.е. находящийся в верхней кульминации.

Отсюда можно сделать два важных вывода. Во-первых, мы можем либо непосредственно измерить склонение δ объекта на картинке (это угол между зеленой линией, задающей направление на объект, и синей линией, задающей положение небесного экватора), либо измерить отдельно широту наблюдения φ и высоту в верхней кульминации $h_{\text{ВК}}$, после чего вычислить склонение, воспользовавшись соотношением $h_{\text{ВК}} = 90° - \varphi + \delta$. Во-вторых, в этой ситуации прямое восхождение объекта α совпадает со звездным временем s, поскольку часовой угол наблюдаемого объекта равен 0°. Для нахождения углов можно сделать дополнительные построения на картинке, аналогичные изображенным выше, а затем воспользоваться несколькими различными вариантами действий. Если в наличии имеется транспортир — просто измерить нужные углы. Если транспортира нет — построить прямоугольные треугольники, включающие требуемые углы (например, треугольник со стороной, проведенной красной штриховой линией), а затем измерить их стороны линейкой и по полученному таким образом синусу, косинусу или тангенсу

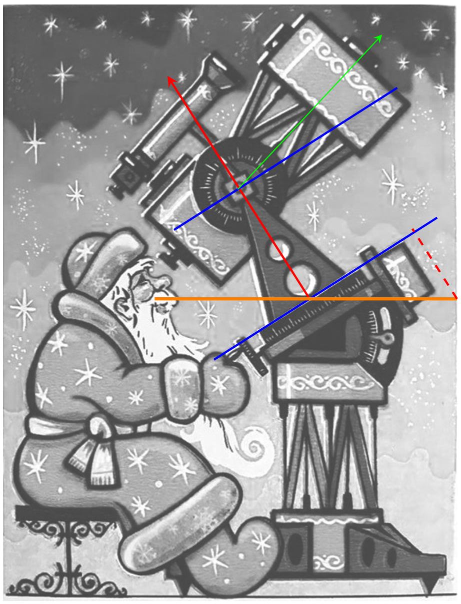

Рис. 3: Рисунок к решению задачи 9.

угла найти угол. Точность в любом случае будет не очень высокой, однако с погрешностью $3° \div 5°$ результат получить несложно.

В результате будет найдено следующее:

- Высота полюса мира над горизонтом (угол между красной и оранжевой линиями) составляет 58°, и он равен широте (северной) места наблюдения. Таким образом, $\varphi = +58°$ (возможно, Дед Мороз устроился с телескопом в гостях у Снегурочки в Костроме).
- Угол между направлением на объект и небесным экватором (между зеленой и синей линиями) составляет 14°, таким образом, склонение объекта равно $\delta = +14°$ (оно положительное, поскольку объект находится над экватором).

Теперь определимся с прямым восхождением. Поскольку наблюдения проводятся в истинную солнечную полночь, то звездное время и прямое восхождение наблюдаемого объекта отличаются от прямого восхождения Солнца $\alpha_\odot$ равно на 12^h. Оценить прямое восхождение Солнца 1 января можно, считая, что в день весеннего равноденствия оно равно 0^h, а далее в течение года равномерно увеличивается. Тогда каждый месяц оно становится больше на 2^h, в день зимнего солнцестояния равно 18^h, а за оставшуюся треть месяца достигает значения $\alpha_\odot = 18^h40^m$. Можно также вспомнить, что Фридрих Бессель предлагал в качестве начала года использовать момент, когда прямое восхождение Солнца оказывается в точности равным 18^h40^m, получившийся так называемый «Бесселев Новый год» отстоит от обычного по всемирному времени не более чем на половину суток. В любом случае мы приходим к выводу, что прямое восхождение наблюдаемого объекта примерно $\alpha = 6^h40^m$.

Осталось ответить на вопрос про созвездие. Тут можно ориентироваться на то, что в новогоднюю ночь в истинную полночь практически в верхней кульминации находится Сириус, и искать созвездие, находящееся симметрично относительно него от экватора. Это Близнецы, хотя низкая точность определения склонения в принципе позволяет предположить еще один вариант: Единорог (а при более заметной ошибке определения прямого восхождения еще и Орион).

Критерии оценивания.

K1. Явный или неявный вывод об экваториальной монтировке **2**

K2. Вывод о наблюдении объекта в верхней кульминации **3**

K3. Определение широты любым способом **3**

Баллы по этому критерию не выставляются, если указана южная/отрицательная широта или утверждается, что возможны два ответа — для Северного и Южного полушарий.

K4. Определение склонения любым способом **3**

K5. Определение прямого восхождения любым способом **3**

Ответ должен лежать в пределах от 6^h30^m до 6^h50^m, иначе баллы по этому критерию не выставляются.

K6. Созвездие Близнецы **2**

Если в качестве ответа указаны Единорог или Орион — **1** балл.

Максимальная оценка: **16**

Численные значения для широты и склонения могут отличаться на 3° в любую сторону. При погрешности более 3° (но не более 6°) оценка за соответствующий критерий снижается на **1** балл. При погрешности более 6° оценка за критерий равна **0** баллов.

11.10. Сверхновая задача

М.В.Костина

У источника повторных быстрых радиовсплесков обнаружено рекордно быстрое уменьшение меры дисперсии DM. Считается, что это связано с расширением остатка вспышки сверхновой и, тем самым, уменьшением плотности этого остатка.

Можно считать, что остаток сверхновой полностью ионизован и находится на стадии свободного расширения. Тогда изменение со временем меры дисперсии из-за расширения остатка можно выразить так:

$$\mathrm{DM} = 260\ \text{пк/см}^3 \left(\frac{M}{10M_\odot}\right)^2 \left(\frac{E_0}{10^{44}\ \text{Дж}}\right)^{-1} \times \left(\frac{t}{100\ \text{лет}}\right)^{-2},$$

где M — масса выброса, E_0 — энергия взрыва, а t — время, прошедшее с момента вспышки.

Измерения меры дисперсии для этого источника приведены на рисунке.

A. Определите по графику скорость изменения меры дисперсии.
B. Определите возраст остатка сверхновой в годах.
C. Определите скорость расширения оболочки сверхновой, считая ее постоянной. Примите $E_0 = 2 \cdot 10^{44}$ Дж.
D. Определите радиус остатка в данный момент в парсеках.

На графике приведены данные, относящиеся только к остатку вспышки сверхновой, все другие факторы, вносящие вклад в наблюдаемое значение DM, вычтены.

На рисунке показана эволюция меры дисперсии примерно за 3 года наблюдений, начиная от некоторого момента в недавнем прошлом. По оси абсцисс отложены непрерывные отсчеты времени в сутках. По оси ординат — мера дисперсии DM. Горизонтальная жирная линия отмечает среднее значение меры дисперсии на показанном промежутке. Также на графике проведена пунктирная линия, соответствующая наилучшей линейной модели для определения скорости уменьшения DM на данном промежутке времени.

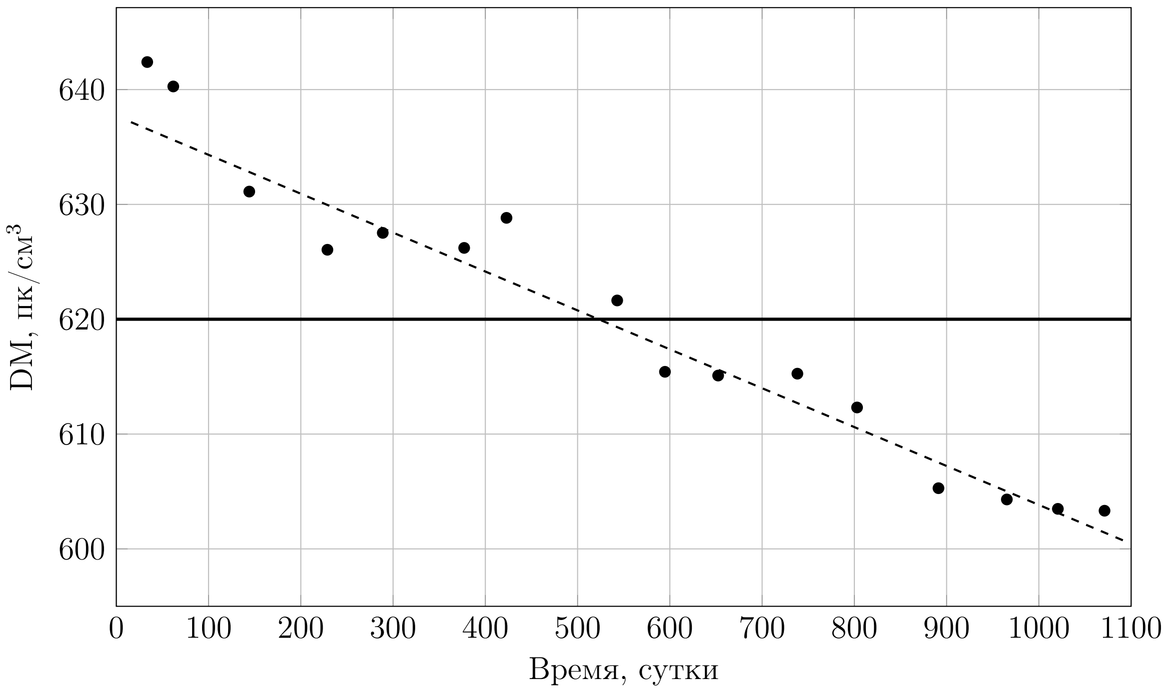

Рис. 4: Рисунок к задаче 10.

Для справки. Мера дисперсии DM — это характеристика среды, через которую проходит излучение, определяющая разное время прихода сигналов к наблюдателю на разных частотах. Мера дисперсии равна полному числу электронов на луче зрения в столбе сечением 1 см^2 и измеряется в астрономии в единицах пк/см^3:

$$\mathrm{DM}\ [\text{пк/см}^3] = \langle n_\mathrm{e} \rangle\, r,$$

где $\langle n_\mathrm{e} \rangle$ — средняя концентрация электронов на луче зрения и r — расстояние до источника.

Решение.

A. По графику измеряем скорость изменения меры дисперсии, которая составит -12.4 пк/см^3 в год.

B. Мера дисперсии зависит только от времени, так как остальные величины в формуле константы. Эта зависимость нелинейная. Но у нас есть мгновенная скорость изменения DM и значение ее самой в настоящий момент. Мгновенная скорость — это производная DM по времени. Тогда можно продифференцировать зависимость DM от времени:

$$\frac{d\,\mathrm{DM}}{dt} = -2t^{-2-1} = -\frac{2 \cdot \mathrm{DM}}{t}.$$

Таким образом, возраст остатка находим так:

$$t = \left| -\frac{2 \cdot \mathrm{DM}}{d\,\mathrm{DM}/dt} \right| = \frac{2 \cdot 620}{12.4} = 100 \text{ лет}.$$

C. Энергия взрыва E_0 идет на разгон оболочки массы M до скорости v:

$$E_0 = \frac{Mv^2}{2}. \tag{2}$$

Получив возраст остатка, можно найти комбинацию

$$\left(\frac{M}{10M_\odot}\right)^2 \left(\frac{E_0}{10^{44}\text{ Дж}}\right)^{-1} = 620 \text{ пк/см}^3/260 \text{ пк/см}^3 = 2.4.$$

Масса выброса нам неизвестна, поэтому ее нужно выразить из полученной комбинации через энергию:

$$\frac{M}{10M_\odot} = \left(2.4 \cdot \frac{E_0}{10^{44}\text{ Дж}}\right)^{1/2}, \tag{3}$$

$$M = 2 \cdot 10^{31}\text{ кг} \left(2.4 \cdot \frac{E_0}{10^{44}\text{ Дж}}\right)^{1/2} = 3.1 \cdot 10^9 \sqrt{E_0[\text{Дж}]}\,\text{кг}.$$

Найдем скорость:

$$v = \sqrt{\frac{2E_0}{M}} = \sqrt{\frac{2\sqrt{E_0}}{3.1 \cdot 10^9}} = \sqrt{\frac{2\sqrt{2 \cdot 10^{44}}}{3.1 \cdot 10^9}} = 3 \cdot 10^6 \text{ м/с} =$$

$$= 3 \cdot 10^3 \text{ км/с} = \frac{3 \cdot 10^3}{30} \cdot 2 \cdot \pi \text{ а.е./год} \approx 6 \cdot 10^2 \text{ а.е./год}.$$

D. Осталось определить радиус:

$$R = vt = 6 \cdot 10^2 \text{ а.е./год} \cdot 100 = 6 \cdot 10^4 \text{ а.е.} \approx 0.3 \text{ пк}.$$

Критерии оценивания.

К1. Пункт **A**: измерение скорости изменения DM по графику **3**

Если погрешность определения скорости больше 0.4 пк/см^3 в год, оценка за этот пункт снижается на **1** балл.

К2. Пункт **B** **5**

Дифференцирование DM по времени **3**

Вычисление возраста остатка **2**

Если ответ для возраста дан не в годах, оценка снижается до **1** балла при правильном численном значении.

К3. Пункт **C** **9**

Явное утверждение о том, что энергия E_0 является кинетической энергией оболочки, или неявное использование этого утверждения (например, в виде формулы (2)) **2**

Получение выражения, связывающего массу оболочки и E_0 ((3) или аналогичного) **4**

Вычисление скорости **3**

К4. Пункт **D**: вычисление радиуса **3**

Если ответ для радиуса дан не в парсеках, оценка снижается до **1** балла при правильном численном значении.

Максимальная оценка: **20**