Региональный этап. День 1

Условия, решения и схема оценивания. 10 класс

Содержание

10.1. Радуга

В. Б. Игнатьев

Наблюдатель на поверхности Земли 1 октября видит радугу, пересекающую горизонт в точках с азимутами 51° и 129°. Определите широту наблюдателя и среднее солнечное время в момент наблюдения. Первичное (наиболее яркое) кольцо радуги находится на удалении 138° от Солнца, свет от которого преломляется в капельках воды.

Уравнением времени и рефракцией пренебречь. Осеннее равноденствие в этом году наступило 23 сентября.

Решение.

Азимут центра радуги можно определить как среднее арифметическое азимутов точек пересечения радугой горизонта. Получается значение 90 градусов. В центре круга радуги находится противосолнечная точка, которая, следовательно, находится на первом вертикале. Значение азимута в 90 градусов говорит нам про направление на запад, значит, Солнце находится на первом вертикале над или под точкой востока. Угловой радиус радуги – 42 градуса.

Нарисуем схему, поясняющую происходящее в задаче.

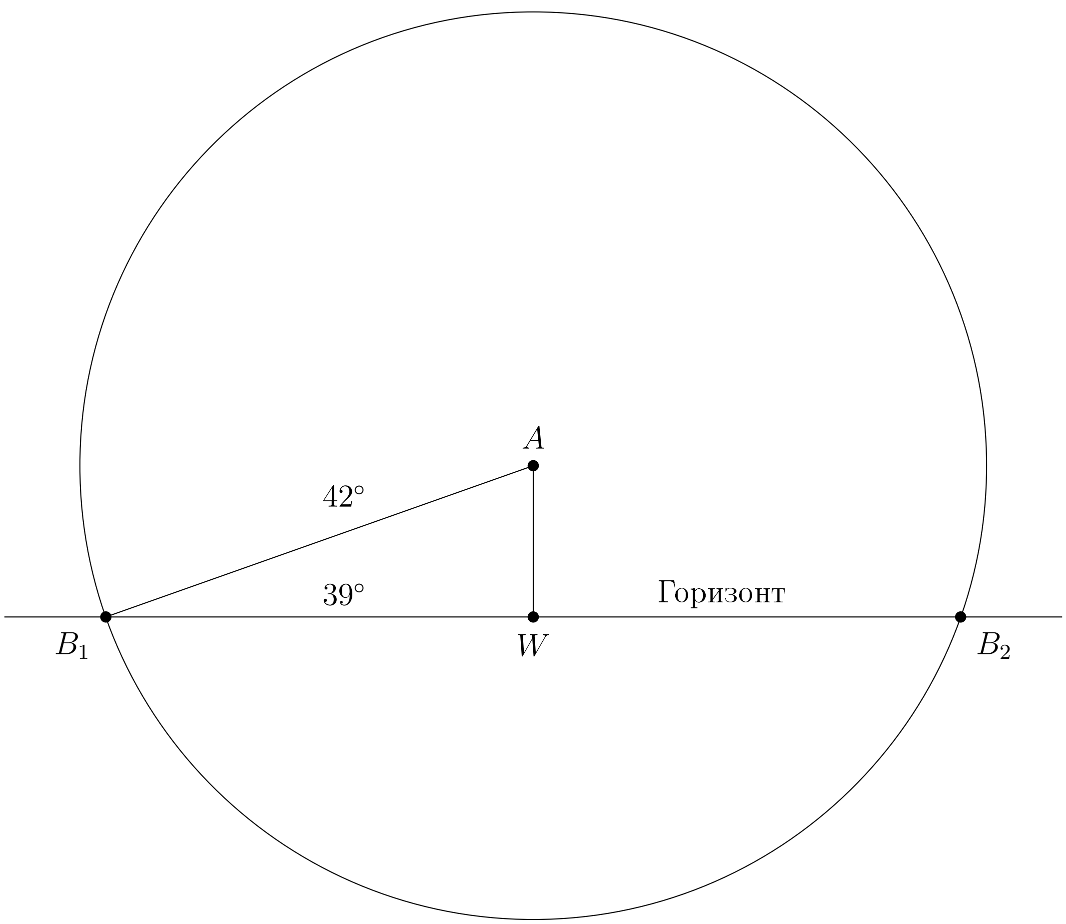

Рис. 1: Плоское приближение. Вид на запад. Вариант 1.

Из плоского приближения по построению определяем, на какой высоте $h_\odot$ находится центр

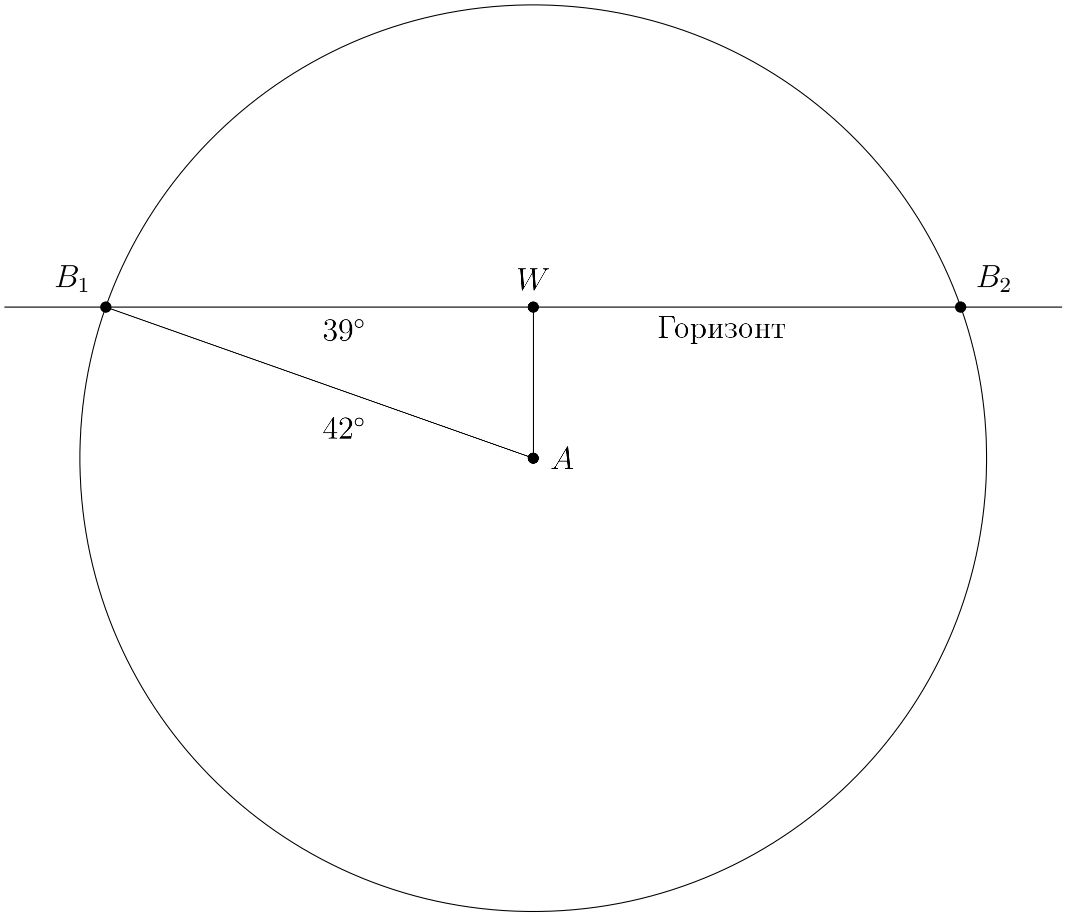

Рис. 2: Вариант 2. Антисолнечная точка находится под горизонтом

радуги:

$$h_{\odot} = \sqrt{42^2 - 39^2} = 15.6^\circ$$

Сразу стоит отметить, что из двух описанных выше вариантов остается только один. Солнце должно быть над горизонтом, а противосолнечная точка – под горизонтом, поскольку, если Солнце находится под горизонтом на высоте -15.6°, в месте наблюдения уже наступили астрономические сумерки, и радугу не будет видно.

Теперь определим значение склонения Солнца 1 октября. Снова воспользуемся плоским приближением, только теперь для окрестностей точки пересечения небесного экватора и эклиптики. С момента осеннего равноденствия прошло $31 - 23 = 8$ дней. За это время Солнце сместилось по эклиптике на угол l:

$$l = \frac{360}{365}N = \frac{360}{365} \cdot 8 = 7.9^\circ$$ [1]

Поскольку дело происходит вблизи точки равноденствия, можем воспользоваться формулой

$$\delta = -l \cdot \sin\varepsilon = -3.15^\circ$$

[1] Решение с ответом 8 градусов засчитывается в полном объеме

Знак «минус» возникает, поскольку после осеннего равноденствия склонение Солнца становится отрицательным.

Участник мог определить склонение Солнца, воспользовавшись формулами сферической тригонометрии:

$$\sin\delta = -\sin\varepsilon \cdot \sin l = -3.15^\circ$$

Если участник верно воспользовался этими формулами и получил правильный ответ, то этот блок решения засчитывается полностью. В случае ошибки в записи формулы или в вычислениях данный пункт не засчитывается.

Следующий шаг – определим широту места наблюдения. Снова воспользуемся плоским приближением. Нарисуем горизонт в окрестностях точки востока. Стоит сразу отметить, что широта места наблюдения отрицательная (южная), поскольку в северном полушарии 1 октября Солнце было бы под точкой востока, а не над ней.

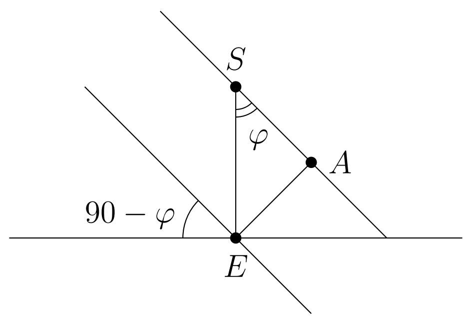

Рис. 3: Плоское приближение. Определение широты и часового угла.

На рисунке горизонтальная линия – это горизонт, точка E – точка востока, точка S – положение Солнца. Наклонная линия, проходящая через точку востока (E) – небесный экватор, отрезок ES – высота Солнца, отрезок EA – модуль склонения Солнца. Из рисунка следует, что

$$\sin\varphi = \frac{3.15^\circ}{15.6^\circ} \qquad \to \qquad \varphi = 11.6^\circ \text{ ю.ш.}$$

Теперь перейдем к определению **местного солнечного времени**:

$$t^* = SA = \sqrt{15.6^2 - 3.15^2} = 15.3^\circ = 1^h1^m7^s$$

Здесь мы сразу перевели полученный угол из угловой меры во временную. Если бы Солнце находилось в точке A, часовой угол был бы равен -6^h, и местное время было бы $T = 12^h - 6^h$. Но точка S ближе к меридиану на угол t^*, поэтому местное солнечное время равно

$$T = 12^h - 6^h + t^* = 7^h1^m1^s. \approx 7^h1^m$$

Ответ. $\varphi = 11.6^\circ$ ю.ш., $T = 7^h1^m$

Критерии оценивания. **16**

К1. Работа с радугой **5**

Определение азимута противосолнечной точки 2

Определение азимута Солнца 1

Определение высоты Солнца 2

К2. Выбор варианта, в котором Солнце находится над горизонтом **2**

Выбор варианта должен быть обоснован в решении в явном виде

К3. Прямое указание, что широта наблюдения южная **2**

В решении должно быть приведено обоснование в явном виде. При наличии в ответе значений в обоих полушариях за данный пункт ставится 0 баллов.

К4. Определение величины широты места наблюдения. Требуемая точность ответа $\pm 2^\circ$ . . . **2**

К5. Определение местного солнечного времени **5**

Диапазон допустимых ответов $T \in [6^h 50^m; 7^h 15^m]$. За пределами этого диапазона оценка за критерий строго 0 баллов. Если участник ошибся с выбором точки востока/запада или с южным/северным полушарием, оценка за данный этап – 0 баллов. Если участник посчитал, что возможны два варианта, и получил решения и для северного и для южного полушария, то за критерий 3 ставится 0 баллов, а критерий 5 оценивается по решению для южного полушария.

10.2. Главный пояс астероидов

В. Б. Игнатьев

Общая масса главного пояса астероидов составляет 4% массы Луны. При этом десять самых массивных тел ГПА составляют около 55% от всей массы пояса. Предположим, что практически вся оставшаяся масса находится в астероидах, размер которых превышает 1 км. Средний радиус таких астероидов примем за 5 км. Считая, что все астероиды обращаются вокруг Солнца в одной плоскости и равномерно распределены внутри кольца с внутренним радиусом 2.1 а.е и внешним радиусом 3.3 а.е., определите характерное расстояние между такими астероидами.

Астероиды можно считать сферическими. Средняя плотность астероидов в главном поясе $\rho = 2\,500$ кг/м^3.

Решение.

Сначала определим суммарную массу рассматриваемых астероидов. Она составляет 45% от массы всего главного пояса, которая в свою очередь, в 25 раз меньше массы Луны.

$$M = 0.45 \cdot 0.04 \cdot M_{☾} = 1.33 \cdot 10^{21} \text{ кг}$$

Теперь оценим массу одного астероида:

$$M_1 = \rho \frac{4\pi}{3} R^3 = 2500 \text{ кг/м}^3 \ \frac{4\pi}{3} (5 \cdot 10^3 \text{ м})^3 = 1.3 \cdot 10^{15} \text{ кг}$$

Зная массу всех рассматриваемых астероидов и массу одного астероида, можно определить количество астероидов:

$$N = \frac{M}{M_1} = \frac{1.33 \cdot 10^{21}}{1.3 \cdot 10^{15}} = 10^6 \text{ штук.}$$

Теперь мы можем ответить на вопрос задачи, а именно оценить характерное расстояние между астероидами, если они распределены равномерно.

По условию задачи все астероиды находятся внутри кольца в одной плоскости, причем распределены в этом кольце равномерно. Тогда отношение площади всего кольца к числу астероидов даст нам площадь области кольца, «занятой» одним астероидом. Если мы посчитаем эту область кольцом, то диаметр этого кольца и будет являться характерным расстоянием между астероидами.

С одной стороны, площадь всего кольца астероидов равна

$$S = \pi R^2_{\text{внеш}} - \pi R^2_{\text{внут}} = \pi(3.3^2 - 2.1^2) = 20.35 \text{ а.е.}^2$$

С другой стороны,

$$S = N \cdot S_1 = N \frac{\pi}{4} D^2$$

где D – характерное расстояние между астероидами. Выразим величину D.

$$D = \sqrt{\frac{4S}{\pi N}}$$

Подставим значения:

$$D = \sqrt{\frac{4 \cdot 20.35 \text{ а.е.}^2}{\pi 10^6}} = 5.12 \cdot 10^{-3} \text{ а.е.}$$

Переведем из астрономических единиц в километры:

$$D = 5.12 \cdot 10^{-3} \cdot 150 \cdot 10^6 \text{ км} \approx 7.6 \cdot 10^5 \text{ км.}$$

Возможны также другие оценки формы этой области (например, можно взять ее квадратной, и принять за характерное расстояние длину стороны этого квадрата). Найдем значение расстояния для такой формы области:

$$S = N \cdot S_1 = ND_{sq}^2$$

где D_{sq} – характерное расстояние между астероидами. Выразим величину D_{sq}.

$$D_{sq} = \sqrt{\frac{S}{N}}$$

Подставим значения:

$$D_{sq} = \sqrt{\frac{20.35 \text{ а.е.}^2}{10^6}} = 4.51 \cdot 10^{-3} \text{ а.е.}$$

Переведем из астрономических единиц в километры:

$$D_{sq} = 4.51 \cdot 10^{-3} \cdot 150 \cdot 10^6 \text{ км} \approx 6.8 \cdot 10^5 \text{ км.}$$

Ответ: $7.6 \cdot 10^5$ км или $6.8 \cdot 10^5$ км.

Критерии оценивания. **16**

К1. Определение суммарной массы исследуемых астероидов **4**

К2. Определение числа астероидов **4**

Если на этом этапе участник перепутал радиус астероида с его диаметром, то максимальная оценка за этот пункт – 1 балл, при прочих верных расчетах. Остальные пункты оцениваются, исходя из полученных участником величин.

К3. Использование плоской (двумерной) модели для вычисления характерной площади . . . **2**

Участник может решать задачу и в трехмерной модели, в которой толщина кольца по вертикальной оси равна характерному диаметру астероида.

К4. Определение площади главного пояса астероидов **2**

Если участник использовал только один из двух заданных в условии радиусов или считал пояс квадратным, за данный этап ставится 0 баллов

К5. Опредение характерного расстояния (в любой из описанных выше моделей) **4**

Данный балл ставится только при наличии верного численного ответа. Арифметическая ошибка в данном пункте, в том числе при переводе из одних единиц в другие, снижает оценку на 3 балла.

10.3. Кратные орбиты

В. Б. Игнатьев, А. Ф. Шишкина

Астероид двигается по круговой орбите вокруг Солнца. В некоторой точке орбиты вследствие взрыва он разделяется на два осколка, один из которых продолжает двигаться в том же направлении, что и исходный астероид. При этом орбитальный период первого осколка становится в два раза больше орбитального периода исходного астероида, а второй осколок переходит на орбиту с периодом обращения, в два раза меньшим периода исходного астероида.

Определите отношение масс осколков.

Решение. Точка, в которой произошел взрыв астероида и разлет двух осколков, является перицентром орбиты первого осколка и апоцентром орбиты второго осколка.

Рассмотрим осколок, который продолжил двигаться в том же направлении по орбите с большим периодом. После разлета этот осколок стал двигаться быстрее, а точка разлета стала перицентром его орбиты. Запишем скорость в перицентре

$$V_p = \sqrt{\frac{GM}{a}\frac{1+e_1}{1-e_1}} = \sqrt{\frac{GM}{q}(1+e_1)} = V_0\sqrt{1+e_1}$$

V_0 – это скорость осколка на начальной круговой орбите, а e_1 – эксцентриситет орбиты, на которую перешел осколок.

Период новой орбиты стал в 2 раза больше, значит, полуось новой орбиты стала больше в $2^{2/3}$ раза. Для исходной орбиты астероида удаление астероида от Солнца было равно полуоси его орбиты a_0, а после разлета это же расстояние стало перицентрическим расстоянім новой орбиты q. Выразим отсюда e_1.

$$a_0 = q = a_1(1-e_1) \qquad \to \qquad e_1 = 1 - \frac{a_0}{a_1} = 1 - 2^{-2/3} = 1 - k_1,$$

здесь мы ввели обозначение $k_1 = 2^{-2/3}$.

Теперь рассмотрим второй осколок. Он замедляется, следовательно, будет находится в апоцентре своей орбиты. Проведем аналогичные рассуждения.

$$V_a = \sqrt{\frac{GM}{a}\frac{1-e_2}{1+e_2}} = \sqrt{\frac{GM}{Q}(1-e_2)} = V_0\sqrt{1-e_2}$$

$$a_0 = Q = a_2(1+e_2) \qquad \to \qquad e_2 = \frac{Q}{q_2} - 1 = 2^{2/3} - 1 = k_2 - 1$$

здесь мы обозначили $k_2 = 2^{2/3}$

Теперь запишем **закон сохранения импульса**. Мы можем это сделать в системе отчета центрального тела (Солнца), а можем перейти в систему отчета астероида, который распадается. Обозначим за m_1 и m_2 массы соответствующих осколков.

$$(m_1 + m_2) \cdot V_0 = m_1 V_p + m_2 V_a$$

$$m_1(V_0 - V_p) = -m_2(V_0 - V_a)$$

Избавимся от скоростей осколков в перицентре и апоцентре их орбит, выразив их через скорость астероида на круговой орбите и эксцентриситеты орбит осколков.

$$m_1 V_0(\sqrt{1+e_1} - 1) = m_2 V_0(1 - \sqrt{1-e_2})$$

Запишем выражение для отношения масс осколков:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1 - \sqrt{1-e_2}}{\sqrt{1+e_1} - 1}$$

Подставим e_1 и e_2 в записанное выражение:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1 - \sqrt{2-k_2}}{\sqrt{2-k_1} - 1} = \frac{1 - \sqrt{2 - 2^{2/3}}}{\sqrt{2 - 2^{-2/3}} - 1} = 2.1$$

Существует и **второй вариант**, который может реализоваться в этой задаче. Второй осколок может полететь по эллиптической орбите уже в обратную сторону. При этом его скорость будет направлена строго против направления скорости исходного астероида, поскольку первый осколок по условию сохраняет направление своего движения. Запишем закон сохранения импульса в этом случае.

$$(m_1 + m_2) \cdot V_0 = m_1 V_p - m_2 V_a$$
$$m_1(V_p - V_0) = m_2(V_0 + V_a)$$
$$m_1 V_0(\sqrt{1+e_1} - 1) = m_2 V_0(1 + \sqrt{1-e_2})$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1 + \sqrt{2-k_2}}{\sqrt{2-k_1} - 1} = \frac{1 + \sqrt{2 - 2^{2/3}}}{\sqrt{2 - 2^{-2/3}} - 1} = 9.63$$

Ответ: Отношение масс осколков – 2.1 или 9.6

Критерии оценивания. **16**

К1. Анализ орбиты первого осколка. Нахождение эксцентриситета........................**3**

К2. Анализ орбиты второго осколка. Нахождение эксцентриситета........................**3**

Участник может определить численное значение эксцентриситетов (0.37 и 0.59), а может оставить в виде формулы для подстановки на финальном этапе задачи. При правильной записи формул или верных численных значениях пункты 1 и 2 оцениваются полностью.

К3. Верная запись и применение закона сохранения импульса. Случай 1..................**2**

По данному критерию баллы ставятся только в том случае, если участник корректно записал закон сохранения импульса в любой из систем отчета.

К4. Получение выражения для отношения масс. Случай 1..................................**2**

К5. Верная запись и применение закона сохранения импульса. Случай 2..................**2**

По данному критерию баллы ставятся только в том случае, если участник корректно записал закон сохранения импульса в любой из систем отчета.

К6. Получение выражения для отношения масс. случай 2..................................**2**

К7. Запись финального ответа с двумя вариантами..**2**

Рассмотрение только одного из вариантов может быть оценено максимум в 10 баллов, по критериям №№5 – 7 в этом случае ставится 0 баллов.

10.4. Подобрать окуляр

В. Б. Игнатьев

У двойной системы, состоящей из одинаковых звезд, суммарный блеск равен 13.5^m, а угловое расстояние между компонентами $1.0''$. Проводятся визуальные наблюдения этой системы в телескоп с диаметром $D = 20$ сантиметров и относительным отверстием $1/5$. Определите диапазон увеличений, при которых звезду видно глазом в окуляр телескопа.

Разрешающая способность глаза $1'$. Предельная звездная величина для глаза 6^m. Влиянием атмосферы пренебречь.

Решение.

Рассмотрим **разрешающую способность** нашей оптической системы. Она зависит от диаметра объектива телескопа, от качества атмосферы и от разрешающей способности глаза.

Дифракционный предел телескопа

$$\theta_1 = \frac{1.22\lambda}{D} = 0.7'',$$

и это меньше, чем угловое разделение между звездами, поэтому двойная система в принципе может быть разрешена, то есть наблюдатель теоретически сможет увидеть две компоненты по отдельности.

Атмосферным размытием мы пренебрегаем по условию задачи.

Третий действующий фактор – разрешающая способность глаза и увеличение телескопа:

$$\theta_3 = \frac{60''}{\Gamma}$$

Угловое разделение между компонентами составляет $1.0''$, что заметно больше дифракционного предела объектива. Рассмотрим вариант расчёта, при котором самая худшая разрешающая способность определяет разрешаюшую способность всей системы:

$$1.0'' = \frac{60''}{\Gamma_0}$$

отсюда получаем коэффициент увеличения $\Gamma_0 = 60$ крат. При увеличении, большем, чем 60, система видна как две отдельные звезды; при увеличении меньше Γ_0 наблюдатель будет видеть двойную звезду единым объектом.

Теперь рассмотрим **проницающую способность** телескопа. С одной стороны, при увеличении, большем, чем равнозрачковое, проницающая способность определяется только диаметром телескопа:

$$m_T = 6^m + 5\lg\frac{D}{d_{\text{гл}}} = 6^m + 5\lg\frac{200}{6} = 13.6^m.$$

В случае, если увеличение меньше, чем равнозрачковое

$$m_{T1} = 6^m + 5\lg\Gamma.$$

Равнозрачковое увеличение для данного телескопа

$$\Gamma_R = \frac{F}{f} = \frac{D}{d_{\text{гл}}} = \frac{200}{6} = 33^x.$$

По условию задачи, двойная система состоит из двух одинаковых звезд, а ее суммарный блеск равен 13.5^m. Отметим, что суммарная звездная величина близка к предельной проницающей способности телескопа, но визуально систему в целом наблюдателю будет видно.

В случае, если наблюдатель сможет разрешить систему, для него звездная величина каждой компоненты будет равна

$$m_{1,2} = 13.6 + 2.5 \lg 2 = 14.35^m.$$

Это больше, чем предельная проницающая способность телескопа. Отсюда делаем вывод, что при увеличении, большем Γ_0, наблюдатель не увидит ни звезду целиком, ни отдельные компоненты. Получаем ограничение на увеличение «сверху».

Определим нижнюю границу доступных нам увеличений оптической системы. При уменьшении коэффициента увеличения от величины $\Gamma_0 = 60$ до величины $\Gamma_R = 33$ ситуация не будет меняться. Действительно, проницающая способность определяется только диаметром объектива (который постоянен), а в этих условиях двойная система видна как одна звезда.

При коэффициенте увеличения, меньшем, чем Γ_R, проницающая способность будет равна

$$m_{T1} = 6^m + 5 \lg \Gamma.$$

Подставим суммарную звездную величину двойной звезды и определим нижнюю границу доступных увеличений:

$$13.5 = 6 + 5 \lg \Gamma$$

Отсюда нижний предел коэффициента увеличения равен $\Gamma = 32$ крат.

Ответ $[32; 60]$

Примечание. Участник может решать задачу в более сложной модели. Можно учитывать разрешающую способность телескопа, как независимый источник погрешности наблюдений, тогда разрешающие способности объектива, атмосферы и глаза складываются как независимые ошибки, то есть квадратично:

$$\theta_{\sum} = \sqrt{\theta_1^2 + \theta_a^2 + \theta_3^2}$$

Влиянием атмосферы по условию задачи мы пренебрегаем, тогда

$$\theta_{\sum} = \sqrt{\theta_1^2 + \theta_3^2},$$

и условие на максимальное увеличение, при котором система способна разрешаться глазом, будет выглядеть следующим образом:

$$\theta_a = \sqrt{\theta_{\sum}^2 - \theta_1^2} = \frac{60''}{\Gamma_0}$$

Отсюда

$$\Gamma_0 = \frac{60''}{\sqrt{\theta_{\Sigma}^2 - \theta_1^2}} = \frac{60''}{\sqrt{1^2 - 0.7^2}} = 84$$

Оба варианта решения являются корректными и оцениваются в полном объеме.

Финальный ответ $[32; 60]$ или $[32; 84]$

Критерии оценивания. **16**

К1. Определена разрешающая способность объектива **2**

К2. Определено увеличение, при котором система будут разрешена **4**

Запись выражения для разрешающей способности телескопа и глаза 2

Определение величины увеличения (60 или 84, в зависимости от модели) 2

К3. Проведена проверка, что звезду в принципе можно увидеть **2**

К4. Определены звездные величины компонент, явно сказано, что они ненаблюдаемы **2**

К5. Определено, что максимальное увеличение – Γ_0 . . . . . **2**

Без проверки критерия 3 и критерия 4 максимальная оценка за данный пункт – 1 балл.

К6. Запись формулы предельной звездной величины для неравнозрачкового увеличения . . **1**

Данный критерий оценивается только при использовании формулы в решении. Просто записанная формула без подстановок значений и выводов не оценивается.

К7. Определение минимального коэффициента увеличения **2**

К8. Финальный ответ задачи $[32; 60]$ или $[32; 84]$ **1**

10.5. Вдали от Солнца

В. Б. Игнатьев

Вам предоставлен негатив нарисованного художественного изображения карликовой планеты – Эриды. На каком расстоянии от Эриды находился бы космический аппарат, если бы он мог видеть такую же картину?

Радиус Эриды – 1150 км.

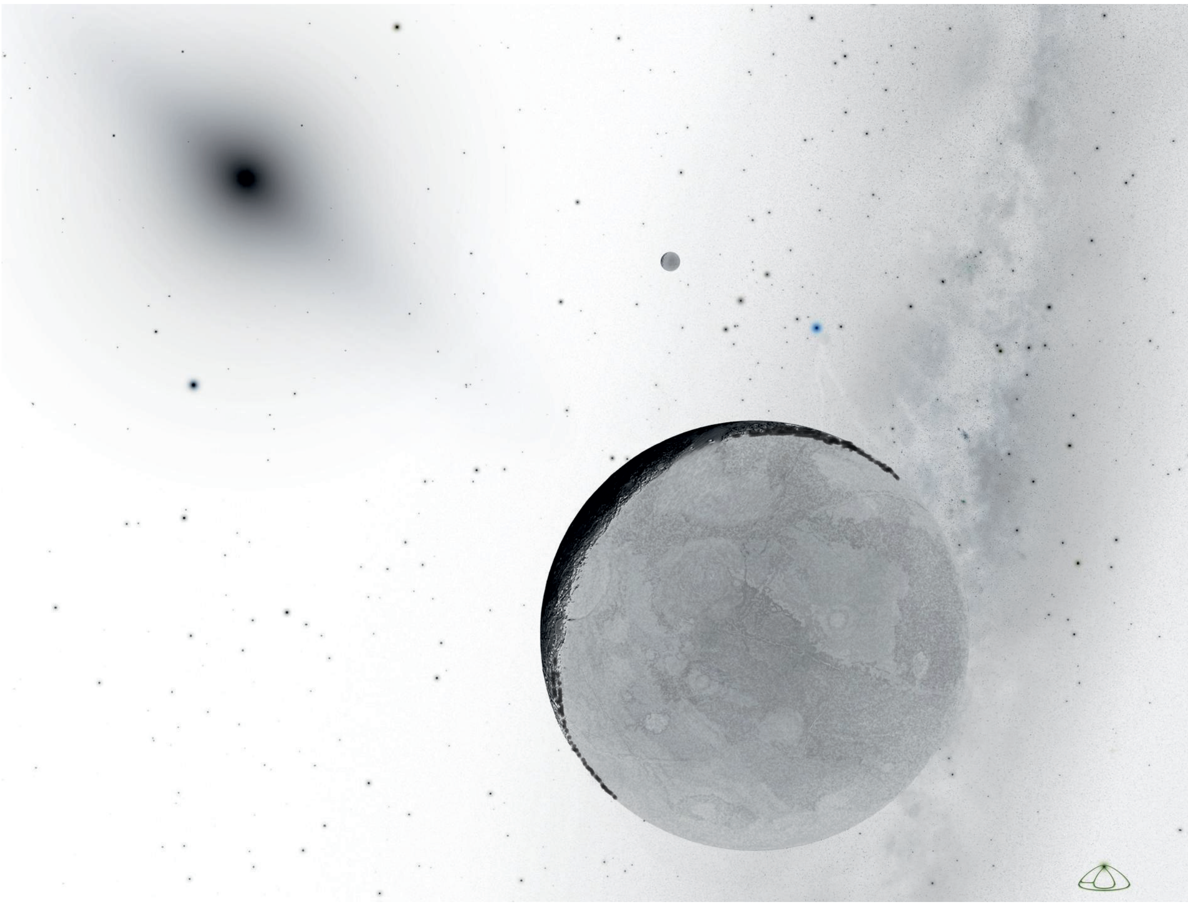

Рис. 4: Изображение к задаче 10.5

Решение. Сначала разберемся, какие данные могут быть получены из анализа кадра. На изображении есть Солнце, есть карликовая планета, у которой виден серп. Напомним, что изображение негативное, то есть наиболее темные области кадра являются наиболее яркими или освещенными в реальности.

Определим центр карликовой планеты на изображении. Это можно сделать несколькими альтернативными способами – например, можно провести две хорды окружности и построить их серединные перпендикуляры, тогда пересечение этих перпендикуляров определит положение центра окружности. Для повышения точности построений рекомендуется, чтобы таких перпендикуляров было три или больше.

Альтернативный метод – построить две параллельные хорды, тогда линия, соединяющая середины этих хорд, будет проходить через центр окружности или эллипса. Если использовать 3 семейства параллельных хорд, то можно определить центр с достаточно хорошей точностью.

Преимущество второго метода в том, что для него не нужно построение перпендикуляра с использованием циркуля.

Существует и третий метод — можно провести линию через края «рожек» серпа. Если мы видим весь серп целиком, то эта линия будет диаметром и будет проходить через центр планеты. Однако, у этого метода есть ограничения. Если наблюдатель находится слишком близко к объекту, то не весь серп может быть виден, и тогда метод не сработает. Но в данном случае точность определения центра этим методом будет вполне приемлемая. Впрочем, это связано это с тем, что мы работаем с художественным изображением.

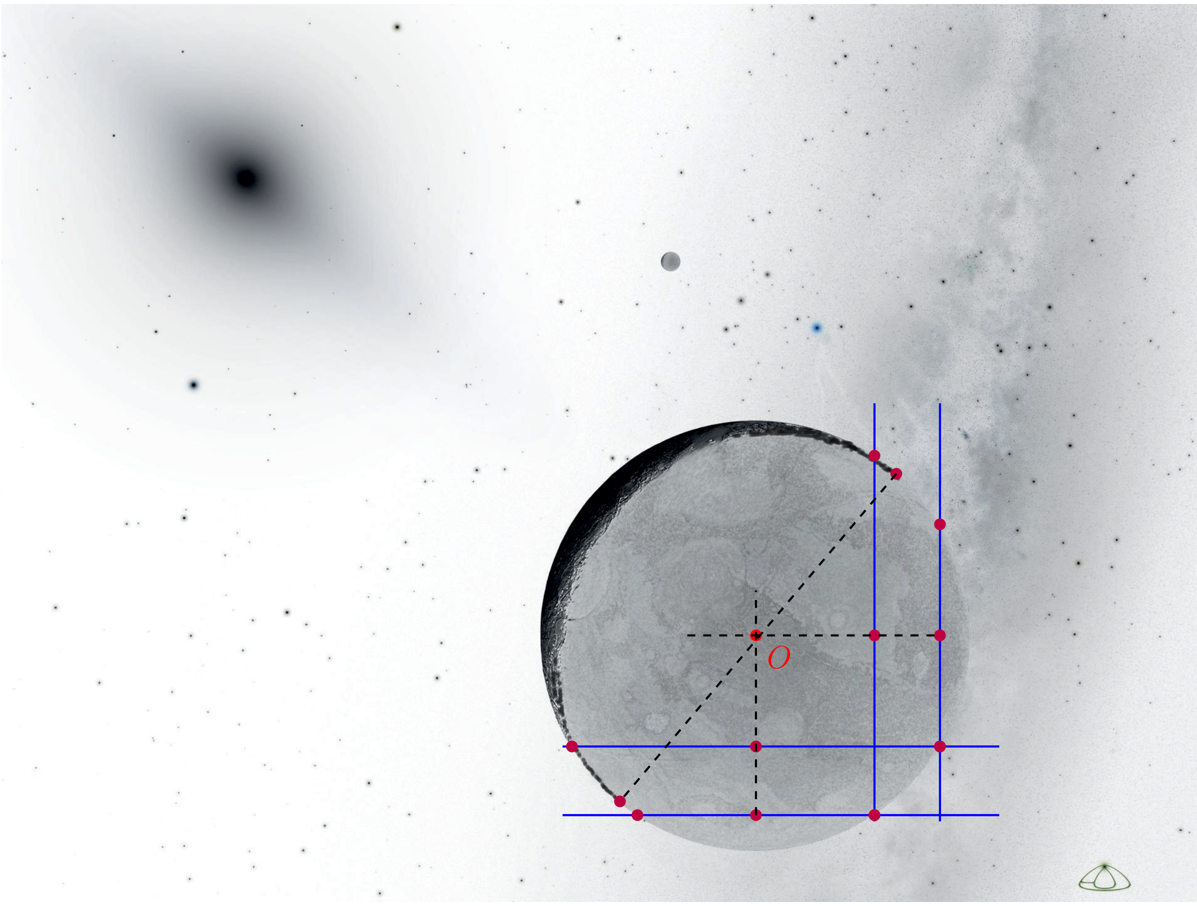

Рис. 5: Построение двух семейств параллельных хорд. Нахождение центра окружности.

Теперь проведем линию, соединяющую центр Солнца (точка S) и центр карликовой планеты (точка O). Построение показано на рис. 6.

Эта линия пересекает освещенный серп планеты. В направлении на Солнце видимая толщина серпа будет максимальной, и, измерив толщину серпа, можно получить значение фазы планеты.

Линейная фаза объекта рассчитывается как доля освещенного диаметра

$$\Phi = \frac{l}{D} = \frac{3.5 \text{ мм}}{27 \text{ мм}} = 0.13$$[2]

[2]Поскольку величина видимой освещенной стороны мала, то у участников могу быть близкие, но другие численные значения

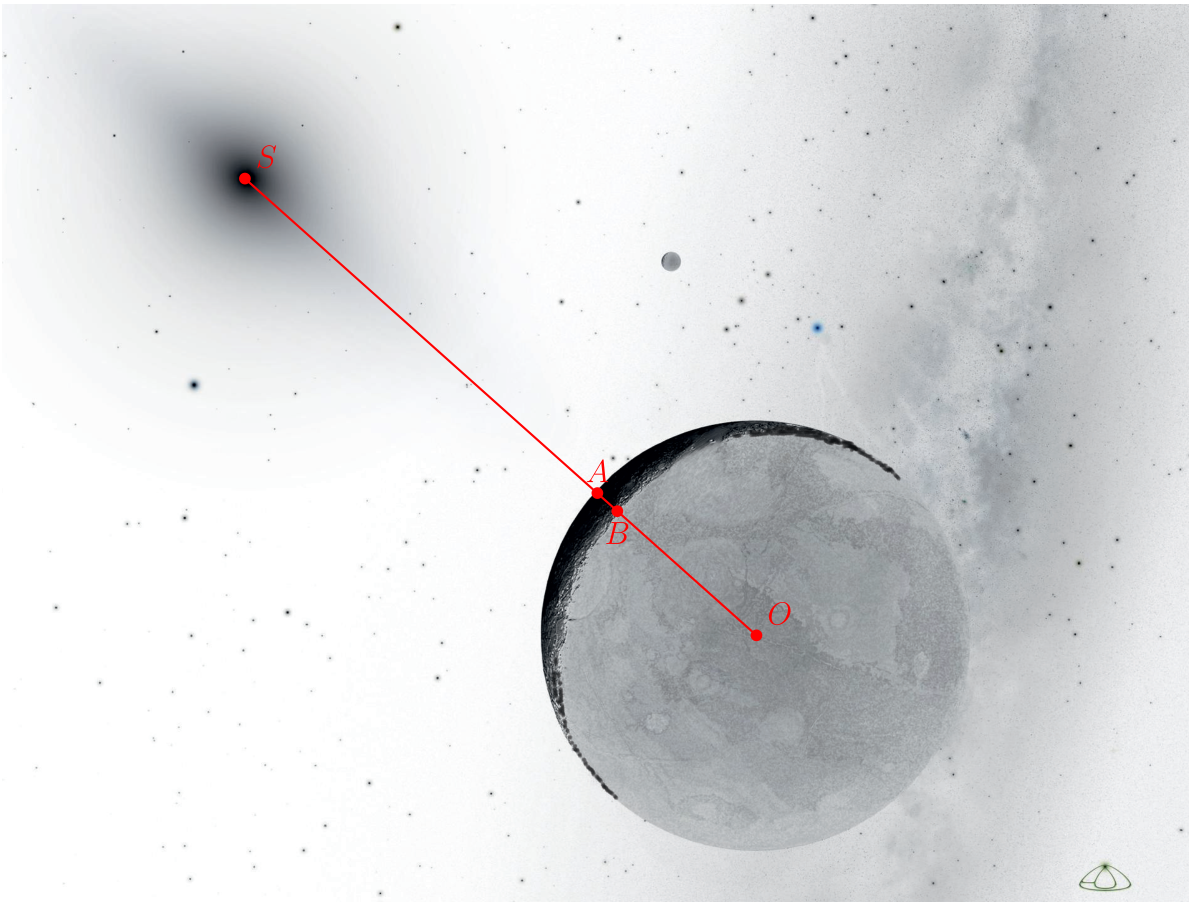

Рис. 6: Изображение к задаче

Зная фазу объекта, мы можем получить значения фазового угла φ – угла треугольника «Солнце – Объект – Наблюдатель» с вершиной в Объекте:

$$\Phi = \frac{1 + \cos\varphi}{2}$$

$$\cos\varphi = 2\Phi - 1 \qquad \rightarrow \qquad \varphi = 138^\circ$$

Обратим внимание, что фазовый угол в данном случае является тупым, то есть больше, чем 90°. Поскольку Солнце находится крайне далеко от объекта и наблюдателя, в рассматриваемом треугольнике «Солнце – Объект – Наблюдатель» величина угла с вершиной в Солнце крайне мала, и при суммировании этим углом можно пренебречь. Следовательно, можно найти угловое расстояние между Солнцем и центром карликовой планеты с точки зрения наблюдателя. Обозначим этот угол l

$$l = 180^\circ - \varphi = 42^\circ$$

Теперь у нас есть ключ к определению масштаба изображения в угловой мере – мы можем сравнить расстояние OS и расстояние OA, и получить угловой размер Эриды.

Измеряем при помощи линейки указанные величины. Расстояние $OS = 84$ мм, $OA = 27$ мм (у участников могут получиться другие значения; это определяется форматом печати заданий).

Тогда угловой радиус карликовой планеты

$$\rho = \frac{27}{84} \cdot 41^\circ = 13.5^\circ$$

А зная линейный и угловые радиусы можно определить расстояния до объекта:

$$\sin\rho = \frac{R}{L} \qquad \rightarrow \qquad L = \frac{R}{\sin\rho} = \frac{1150}{\sin(13.5)} = 4920 \text{ км}$$

Ответ. $L = 4920$ км

Критерии оценивания. **20**

При оценивании данной задачи допущенная участником арифметическая ошибка в критериях 2–6 снижает оценку за соответствующий критерий до 0 баллов. Каждый пункт оценивается только в случае верного его выполнения.

К1. Определение центра окружности/карликовой планеты **4**

В случае определения центра «на глазок» без дополнительных построений оценка за этот критерий не более 1 балла

В случае определения центра как точки пересечения двух отрезков (неточный метод) оценка за критерий не может превышать 3 баллов

К2. Определение величины фазы **6**

Прямое утверждение, что фазу можно измерить по линии OS 3

Выполнение измерений 2

Верный численный ответ 0.12 ± 0.02 1

К3. Определение фазового угла **2**

К4. Определение угла между Солнцем и центром Эриды **3**

К5. Определение углового диаметра или углового радиуса Эриды **2**

К6. Определение расстояния до объекта **3**