

СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ

Основные постоянные

Гравитационная постоянная	$G = 6.672 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
Скорость света в вакууме	$c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Постоянная Стефана-Больцмана	$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$
Астрономическая единица	$1 \text{ а.е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
Парсек	$1 \text{ пк} = 206265 \text{ а.е.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$

Данные о Солнце

Радиус	697 000 км
Масса	$1.989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
Светимость	$3.88 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
Эффективная температура	5800 К
Интегральный поток энергии на расстоянии Земли	1360 Вт/м^2

Данные о Земле

Тропический год	365.24219 суток
Период вращения	23 ч 56 мин 04 с
Наклон экватора к эклиптике (эпоха 2000)	$23^\circ 26' 21.45''$
Экваториальный радиус	6378.14 км
Масса	$5.974 \cdot 10^{24} \text{ кг}$

Данные о Луне

Среднее расстояние от Земли	384400 км
Сидерический период обращения	27.321662 суток
Синодический период обращения	29.530589 суток
Радиус	1738 км
Масса	$7.348 \cdot 10^{22} \text{ кг}$ (1/81.3 массы Земли)

Данные орбит планет

Планета	Большая полуось (а.е.)	Эксцентриситет	Наклон к эклиптике (градусы)	Период обращения	Синодический период (сут)
Меркурий	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	—
Марс	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Юпитер	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	30.0611	0.0097	1.774	164.79 лет	367.5

1. Угловой размер Солнца с Марса

8 баллов

Игнатьев В.Б

Угловой размер Солнца при наблюдении с Земли составляет 0.5° градуса, определите каков будет угловой размер Солнца при наблюдении с Марса в угловых минутах?

Решение.

Для решения задачи используем зависимость углового размера объекта от расстояния до наблюдателя:

$$\alpha = 206265'' \frac{2R_\odot}{\Delta} = 3438' \frac{2R_\odot}{\Delta}$$

Способ №1. Определим угловой размера Солнца с Марса:

$$\alpha_{Mars} = 3438' \frac{2R_\odot}{a_{Mars}} = 3438' \frac{2 \cdot 6.9 \cdot 10^5}{1.52 \cdot 1.5 \cdot 10^8} \approx 19.7'$$

Способ №2. Определим угловой размера Солнца с Марса, через отношение углового размера Солнца на Земле и на Марсе:

$$\frac{\alpha_{Mars}}{\alpha_\oplus} = \frac{206265'' \frac{2R_\odot}{a_{Mars}}}{206265'' \frac{2R_\odot}{a_\oplus}}$$

$$\alpha_{Mars} = \alpha_\oplus \times \frac{a_\oplus}{a_{Mars}} = 31' \times \frac{1}{1.522} \approx 19.7'$$

Полученное значение округляем до целых минут: $\alpha_{Mars} \approx 20'$

Ответ. Угловой размер Солнца при наблюдении с Марса составит примерно $20'$ угловых минут.

Критерии оценивания.

8

Формула углового размера или обратную зависимость от расстояния 3

Перевод градусов в угловые минуты для Земли 1

Выбор расстояния до Солнца 1.52 а.е. 1

Получение верного ответа в угловых минутах 3

Верные ответы в секундах, градусах и радианах оцениваются 1

2. Астрономическая карусель

8 баллов

Игнатьев В.Б.

Укажите какие утверждения верны, а какие нет. Ответ обоснуйте:

- А. Среди планет солнечной системы самая плотная планета - это Земля
- В. Главный пояс астероидов находится ближе к Солнцу, чем пояс Койпера
- С. Самый крупный спутник планеты Солнечной системы - Луна
- Д. Средняя плотность кометы больше, чем средняя плотность астероида

Решение.

Проанализируем каждое утверждение по отдельности:

- А. Среди планет солнечной системы самая плотная планета - это Земля**

Верно. Самая плотная планета Солнечной системы - Земля имеет плотность 5.51 г/см^3 , Меркурий имеет плотность 5.43 г/см^3 , что очень близко. Если рассматривать все планеты, то Земля действительно одна из самых плотных, но не единственная с высокой плотностью.

- В. Главный пояс астероидов находится ближе к Солнцу, чем пояс Койпера**

Верно. Главный пояс астероидов расположен между орбитами Марса и Юпитера ($2.1 - 3.3 \text{ а.е.}$), а пояс Койпера находится за орбитой Нептуна ($30 - 50 \text{ а.е.}$).

- С. Самый крупный спутник планеты Солнечной системы - Луна**

Неверно. Самый крупный спутник - Ганимед (спутник Юпитера) с диаметром 5268 км , тогда как Луна имеет диаметр 3474 км . Также Титан (спутник Сатурна) больше Луны.

- Д. Средняя плотность кометы больше, чем средняя плотность астероида**

Неверно. Кометы имеют очень низкую среднюю плотность ($0.1 - 0.6 \text{ г/см}^3$), так как состоят в основном из льда и пыли, тогда как астероиды имеют плотность $1.5 - 3.0 \text{ г/см}^3$.

Ответ. Верными являются утверждения №1 и №2.

Критерии оценивания.	8
Правильный анализ утверждения 1	2
Указан только верный ответ без обоснования.....	1
Правильный анализ утверждения 2	2
Указан только верный ответ без обоснования.....	1
Правильный анализ утверждения 3	2
Указан только верный ответ без обоснования.....	1
Правильный анализ утверждения 4	2
Указан только верный ответ без обоснования.....	1

3. Гипотетический Сатурн

16 баллов

Игнатьев В.Б.

Представьте себе, что Сатурн стал иметь плотность равную плотности Марса, а его масса при этом бы не изменилась. Какой был бы радиус у Сатурна? Чему был бы равен угловой размер Сатурна в противостоянии?

Решение. Для решения задачи необходимо использовать связь между массой, плотностью и объемом, а также формулу углового размера. Найдем массу Сатурна: $M_S = 95M_{\oplus} = 95 \cdot 5.97 \times 10^{24} \approx 5.67 \times 10^{26}$ кг. Вычислим плотность Марса:

$$\rho_M = \frac{M_M}{\frac{4}{3}\pi R_M^3} = \frac{0.1 \cdot M_{\oplus}}{\frac{4}{3}\pi R_M (0.52 \cdot R_{\oplus})^3} = \frac{0.1 \cdot 5.97 \cdot 10^{24}}{\frac{4}{3}\pi (0.52 \cdot 6378.14 \cdot 10^3)^3} \approx 3907 \text{ кг/м}^3$$

Найдем радиус Сатурна с новой плотностью (Объема шара: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$):

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \rightarrow V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{M}{\rho}$$

$$R^3 = \frac{3M}{4\pi\rho} \rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{3M}{4\pi\rho}}$$

Найдем итоговое значение нового радиуса Сатурна:

$$R_S = \sqrt[3]{\frac{3M_S}{4\pi\rho_M}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 5.67 \times 10^{26}}{4\pi \cdot 3907}} \approx 32599956 \text{ м} \approx 32600 \text{ км}$$

Определим угловой размера в противостоянии: Диаметр Сатурна: $D = 2R = 2 \times 32600 \approx 65200$ км. Противостояние это момент, когда внешняя планета оказывается точно за Землей от Солнца, т.е. между планетой и Солнцем оказывается Земля. Следовательно расстояние до Сатурна в противостоянии составит - $\Delta = a_S - a_{\oplus} = 9.54 - 1 = 8.54$ а.е. Угловой размер:

$$\alpha = 206265'' \frac{D}{\Delta} = 206265'' \frac{65200}{8.54 \times 1.5 \cdot 10^8} \approx 10.49'' \approx 10.5''$$

Ответ. Радиус Сатурна с плотностью Марса составил бы примерно 32600 км. Угловой размер Сатурна в противостоянии был бы примерно 10.5''

Критерии оценивания.	16
Нахождение Массы Сатурна	1
Нахождение плотности Марса.....	4
Верно записано выражение для плотности.....	1
Верный итоговый плотности Марса.....	3
Нахождение нового радиуса Сатурна	5
Выведено соотношение для нового радиуса Сатурна.....	3
Верный итоговый расчет нового радиуса Сатурна.....	2
Нахождение расстояния до Сатурна	2
Верное понимание противостояния.....	1
Итоговый расчет взаимного расстояния.....	1
Правильный расчет углового размера.....	4
Выражение для углового размера.....	2
Итоговый расчет	2
Если взято сразу расстояние в противостоянии 8.54 а.е., то засчитывается п.4 в полной мере - 2 балла	

4. Часовые пояса и время полета

16 баллов

Игнатьев В.Б.

Самолет вылетел из аэропорта Шереметьево (Москва) в Дели 10 ноября в 15 : 30 по местному времени. Обратный рейс вылетел из Дели в Москву 11 ноября в 03 : 15 по местному времени. Продолжительность полета в обоих направлениях составляет 6 часов 15 минут. Также известно, что самолет в аэропорту Дели находился ровно 3 часа. Определите:

А. Часовой пояс Дели.

В. Во сколько самолет прилетел в Дели по местному времени?

С. Во сколько самолет прилетел в Москву по местному времени?

Решение.

Для решения задачи необходимо учесть разницу часовых поясов между Москвой и Дели. Часовой пояс Дели нам не известен, его нужно найти.

По Московскому времени самолет вылетел в 15.30 и приземлился через 6 часов 15 минут. То есть, в 21.45.

Обозначим разность часовых поясов через величину x . Поскольку Дели находится восточнее, чем Москва, то

Запишем время прилета самолета в Дели по Московскому времени

$$t_{1M} = 15^h 30^m + 6^h 15^m = 21^h 45^m$$

По местному времени в Дели прилет самолета был в

$$t_{1D} = 21^h 45^m + x$$

Поскольку известно, что самолет находился в аэропорту Дели 3 часа, то вылет состоялся в

$$t_{2D} = 21^h 45^m + x + 3^h = 0^h 45^m + x = 3^h 15^m$$

Отсюда $x = 2^h 30^m$.

Так как часовой пояс Москвы составляет 3 часа, то часовой пояс Дели будет равен $+5\frac{1}{2}$

Ответим на второй вопрос задачи.

$$t_{1D} = 21^h 45^m + x = 0^h 15^m$$

Ответ на третий вопрос задачи можно получить разными способами, один из них представлен ниже.

Так как известно время полета в обе стороны и время остановки, то

$$t_{3M} = 15^h 30^m + 6^h 15^m \times 2 + 3^h 00^m = 7^h$$

Ответ.

- А. часовой пояс Дели будет равен $+5\frac{1}{2}$
- В. Самолет прилетел в Дели 11 ноября в 0 : 15 по местному времени.
- С. Самолет прилетел в Москву 11 ноября в 7 : 00 по местному времени.

Критерии оценивания.

16

Правильное определение разницы часовых поясов	2
Верный расчет времени прилета в Дели	4
(ответ 0.5 - 2 балла, целочисленные ответы - 0 баллов)	
Верный расчет времени прилета в Дели	5
Верный расчет времени прилета в Москву	5

5. Определение широты и склонения звезды

16 баллов

Игнатьев В.Б.

В некотором пункте в северном полушарии на Земле звезда может наблюдаться в зените. А ее нижняя кульминация происходит на высоте 12° . Определите широту места наблюдения и склонение звезды.

Решение.

Интерпретируем первое условие задачи. Звезда может наблюдаться в зените. Это значит, что у звезды в этой точке происходит кульминация, и она пересекает небесный меридиан. А также это значит, что эта кульминация верхняя.

Запишем формулу для верхней кульминации

$$h_{\uparrow} = 90^\circ - |\varphi - \delta|$$

Поскольку кульминация происходит в зените, то $h_{\uparrow} = 90^\circ$. Следовательно

$$90^\circ - |\varphi - \delta| = 90^\circ \quad \rightarrow \quad \varphi = \delta$$

Теперь посмотрим на второе условие задачи. Высота нижней кульминации равна 12° . Запишем формулу для нижней кульминации

$$h_{\downarrow} = \delta + \varphi - 90^\circ = 12^\circ$$

Воспользуемся равенством широты и склонения, выразим выражение через широту

$$2\varphi = 90^\circ + 12^\circ = 102^\circ$$

Следовательно, $\varphi = \delta = 51^\circ$

Распишем **альтернативный вариант** решения этой задачи

Верхняя и нижняя кульминация светила равноудаленны от полюса мира, следовательно, построив биссектрису угла BOZ – получаем направление на полюс мира.

Следовательно, из построений

$$\varphi = \frac{1}{2}(h_{\uparrow} + h_{\downarrow}) = 51^\circ$$

Расстояние от любой из кульминаций до полюса мира равно северному полярному расстоянию $p = 90^\circ - \delta = 51^\circ$

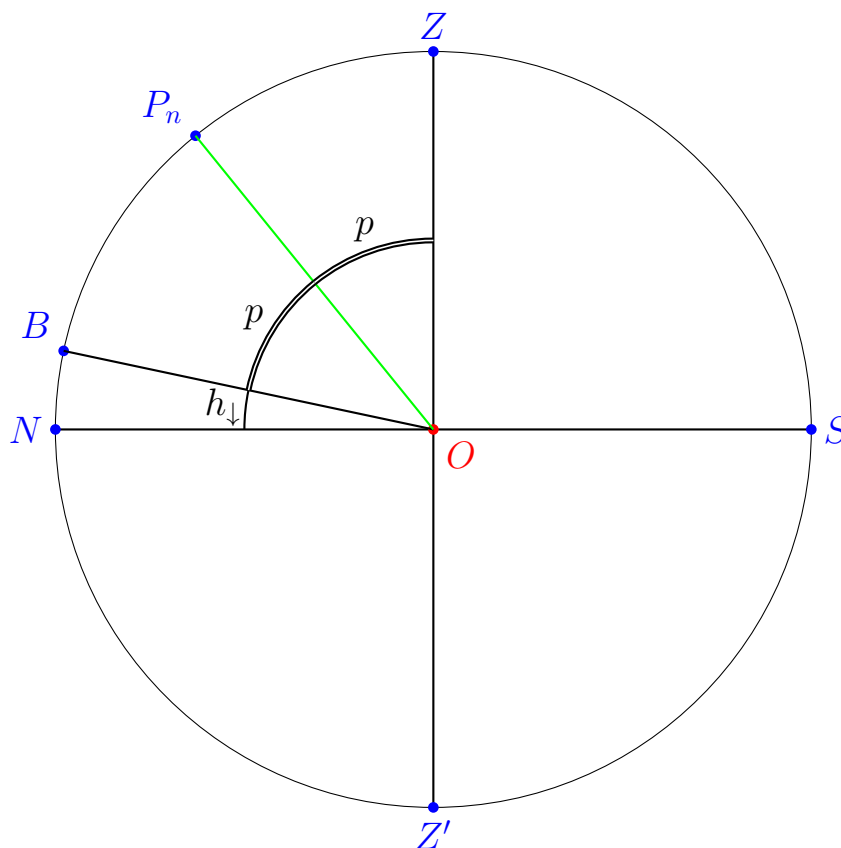


Рис. 1: Положение светила в моменты кульминаций в сечении небесного меридиана

Стоит отметить, что у этой задачи есть решение и в южном полушарии. Для наблюдателя на широте $\varphi_2 = -51^\circ$ будут выполняться оба условия при наблюдении за звездой $\delta_2 = -51^\circ$. Это происходит потому, что обе решения полностью симметричны, а их отличие только в том, какой из полюсов мира находится над головой у наблюдателя – северный или южный. Но так как в условии задачи написано, что наблюдатель находится в северном полушарии. Условию удовлетворяет только северное полушарие и оно выносится в ответ.

Ответ.

- Широта места наблюдения: $\varphi = 51^\circ$ с.ш.
- Склонение звезды: $\delta = 51^\circ$

Критерии оценивания.**16**

Использование формулы для ВК и запись равенства широты и склонения....4
Использование формулы для НК и составление уравнения.....6
Верное решение уравнения.....4
Запись итогового ответа.....2
Верное Геометрическое решение оценивается как пп1-3, то есть из 14 баллов.
Оставшиеся 2 балла участник получает за итоговый ответ. Если участник получил ответ, в котором значение широты не равно значению склонения, то п1 = 0 баллов, п.2 - макс. 4 балла., п.3 - в зависимости от того, где произошла ошибка

6. Спутники планет

16 баллов
Игнатьев В.Б.

Вам дана таблица спутников планет, карликовых планет и астероидов. Укажите:

- Какие объекты относятся к спутникам и каких планет, какие являются карликовыми планетами, а какие являются астероидами?
- Каков средний размер указанных спутников планет?
- Во сколько раз Веста отличается по массе от Цереры?
- Какова средняя плотность астероидов, указанных в этой таблице?

Название	Расстояние от Солнца (а.е.)	Плотность (кг/м ³)	Диаметр (км)
Титан	9.58	1880	5150
Ганимед	5.20	1940	5268
Каллисто	5.20	1830	4821
Тритон	30.07	2060	2707
Ио	5.20	3530	3643
Европа	5.20	3010	3122
Церера	2.77	2160	946
Плутон	39.48	1860	2377
Эрида	67.78	2520	2326
Веста	2.36	3460	525
Паллада	2.77	2710	512
Гигея	3.14	2560	434
Интернамния	3.06	2420	326

Таблица 1: Объекты Солнечной системы

Решение.

1. Классификация объектов:

- **Спутники планет:**
 - Титан — спутник Сатурна
 - Ганимед, Каллисто, Ио, Европа — спутники Юпитера
 - Тритон — спутник Нептуна
- **Карликовые планеты:**

- Церера — находится в поясе астероидов
- Плутон — транснептуновый объект
- Эрида — транснептуновый объект

• **Астероиды:**

- Веста — один из крупнейших астероидов главного пояса
- Паллада — один из крупнейших астероидов главного пояса
- Гигея — один из крупнейших астероидов главного пояса
- Интернамния — крупный астероид главного пояса

2. Расчет среднего размера спутников планет:

Спутники планет: Титан (5150 км), Ганимед (5268 км), Каллисто (4821 км), Тритон (2707 км), Ио (3643 км), Европа (3122 км)

$$\begin{aligned}\text{Средний размер} &= \frac{5150 + 5268 + 4821 + 2707 + 3643 + 3122}{6} \\ &= \frac{24711}{6} \approx 4118.5 \text{ км}\end{aligned}$$

3. Сравнение масс Весты и Цереры:

Для сравнения масс используем формулу: $m = \rho \cdot V$, где $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Способ 1 - прямой расчет:

- Церера: $r = \frac{946}{2} = 473 \text{ км}$, $\rho = 2160 \text{ кг/м}^3$

$$V_{\text{Ц}} = \frac{4}{3}\pi(473)^3 \approx \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot 105823817 \approx 443 \times 10^6 \text{ км}^3$$

$$m_{\text{Ц}} = 2160 \cdot 443 \times 10^6 \approx 957 \times 10^9$$

- Веста: $r = \frac{525}{2} = 262.5 \text{ км}$, $\rho = 3460 \text{ кг/м}^3$

$$V_{\text{В}} = \frac{4}{3}\pi(262.5)^3 \approx \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot 18070312.5 \approx 75.7 \times 10^6 \text{ км}^3$$

$$m_{\text{В}} = 3460 \cdot 75.7 \times 10^6 \approx 262 \times 10^9$$

$$\frac{m_{\text{Ц}}}{m_{\text{В}}} = \frac{957 \times 10^9}{262 \times 10^9} \approx 3.65$$

Способ 2 - отношение формул:

$$\frac{m_{\text{Ц}}}{m_{\text{В}}} = \frac{\rho_{\text{Ц}} \cdot V_{\text{Ц}}}{\rho_{\text{В}} \cdot V_{\text{В}}} = \frac{\rho_{\text{Ц}} \cdot \frac{4}{3}\pi r_{\text{Ц}}^3}{\rho_{\text{В}} \cdot \frac{4}{3}\pi r_{\text{В}}^3} = \frac{\rho_{\text{Ц}}}{\rho_{\text{В}}} \cdot \left(\frac{r_{\text{Ц}}}{r_{\text{В}}}\right)^3$$

Подставляем значения:

$$\frac{m_{\text{Ц}}}{m_{\text{В}}} = \frac{2160}{3460} \cdot \left(\frac{473}{262.5}\right)^3 = 0.624 \cdot (1.802)^3 = 0.624 \cdot 5.85 \approx 3.65$$

Масса Цереры примерно в 3.65 раза больше массы Весты.

4. Расчет средней плотности астероидов:

Астероиды: Веста (3460 кг/м³), Паллада (2710 кг/м³), Гигея (2560 кг/м³), Интернамния (2420 кг/м³)

$$\text{Средняя плотность} = \frac{3460 + 2710 + 2560 + 2420}{4} = \frac{11150}{4} = 2787.5$$

$$\text{Средняя плотность астероидов} \approx 2790 \text{ кг/м}^3$$

Ответ.

- Спутники планет: Титан (Сатурн); Ганимед, Каллисто, Ио, Европа (Юпитер); Тритон (Нептун)
- Карликовые планеты: Церера, Плутон, Эрида
- Астероиды: Веста, Паллада, Гигея, Интернамния
- Средний размер спутников планет: ≈ 4118.5 км
- Масса Цереры больше массы Весты в ≈ 3.65 раза
- Средняя плотность астероидов: ≈ 2790 кг/м³

Критерии оценивания.	16
Правильная классификация объектов	3
Верный расчет среднего размера спутников.....	3
Не верная выборка и правильный расчет	2
Правильное сравнение масс Цереры и Весты.....	6
Верный расчет средней плотности астероидов	4
Не верная выборка и правильный расчет	2

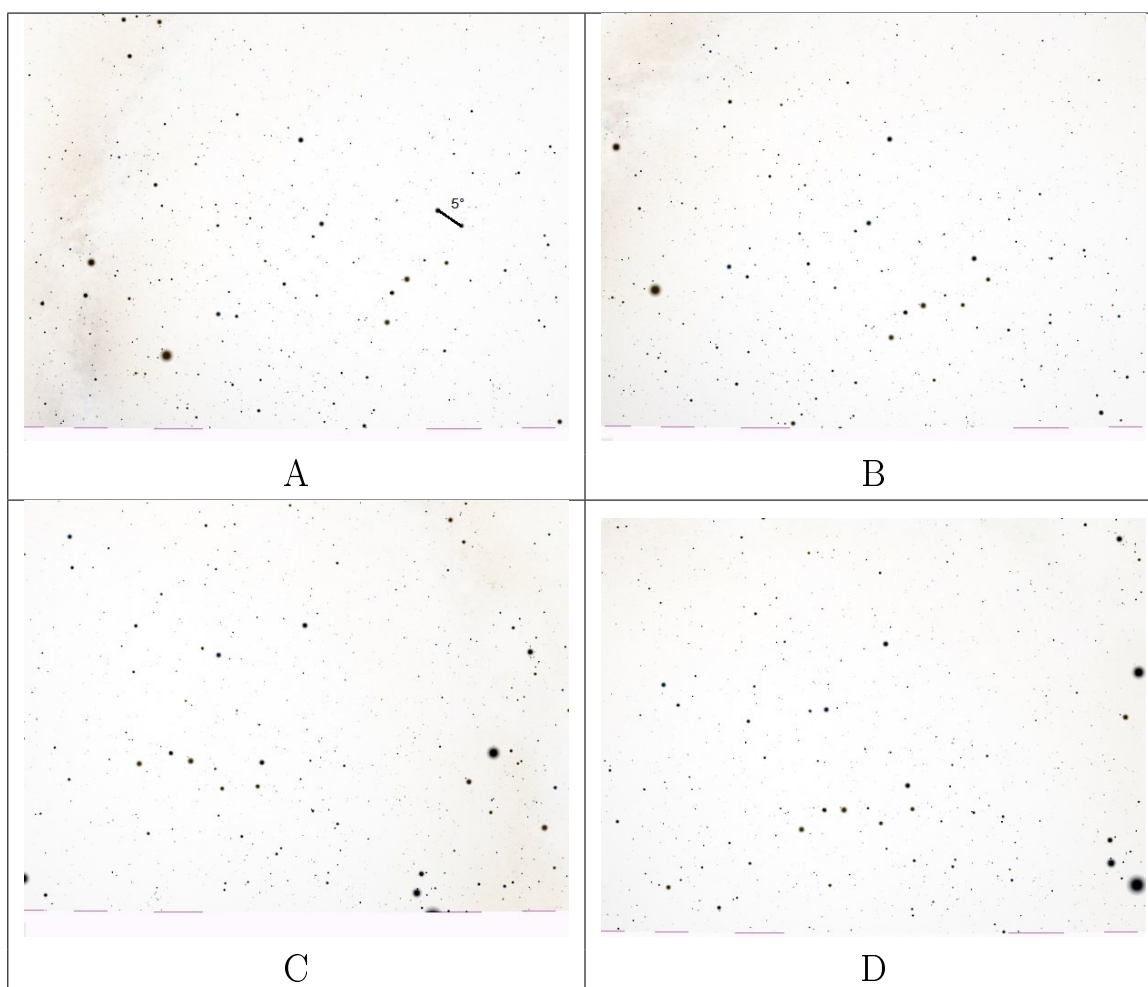
7. Вращение неба

16 баллов
Игнатьев В.Б.

На четырех видах звездного неба над северной частью горизонта, представленных на рисунках, показан вид звездного неба в разные моменты времени, в течении одной ночи. Виды представляют собой негативы изображений, т.е. светлое показано темным, а темное светлым. Линия горизонта проходит по нижнему краю каждого снимка.



Рис. 2: Вид звездного А



Ответьте на следующие вопросы:

- А. Определите в какой последовательности делались эти кадры.
- В. Определите время между кадрами
- С. Определите широту места наблюдения.

Решение.

Посмотрим внимательно на представленные изображения. На каждой картинке есть созвездие Большой Медведицы. Но на всех картинках она выглядит по-разному. Эта разность создается из-за вращения Земли вокруг своей оси. Мы же обычно это вращение видим как вращение звездного неба вокруг полюса мира, вблизи которого находится Полярная звезда.

Обозначим на каждом изображении Полярную звезду. Далее можно выбрать любую из звезд, которая есть на всех картинках и построить луч из Полярной звезды к выбранной звезде. Этот луч будет двигаться – вращаться вокруг Полярной звезды с периодом 23 часа 56 минут. Это длительность звездных суток

Земли или период обращения Земли вокруг своей оси.

Выберем звезду Дубхе (α Большой Медведицы)

Таким образом, самая первая фотография – это фотография С, после нее была сделана фотография D, потом В. потом А. С не может быть на любом другом месте (даже при верной хронологии остальных снимков) поскольку иначе от начала до конца наблюдений пройдет около одних звездных суток. Т.е. на данной широте (где не возможна полярная ночь) за одну ночь сделать все 4 кадра не начиная с С невозможно. Значит С - единственный возможный первый кадр.

Найдем время между фотографиями. Для этого нужно перенести луч с одной из фотографий на другую фотографию. Или найти для 2х фотографии угол между лучом и вертикальной линией. Чтобы быть уверенными, что наши измерения не содержат ошибок, такую процедуру стоит повторить для всех фотографии.

Получаем угол 30° , что соответствует времени – 2 часа.

Определим широту точки наблюдений. Для этого проведем измерения высоты полярной звезды, опустив перпендикуляр на нижний край снимка, который является горизонтом по условию задачи и разделим на длину обозначенного на карте отрезка:

$$\begin{aligned}\Delta_0 &= 9 \text{ мм} \\ \Delta_\varphi &= 87 \text{ мм} \\ \varphi &= 5^\circ \frac{\Delta_\varphi}{\Delta_0} = 5^\circ \frac{87}{9} \approx 48^\circ\end{aligned}$$

Ответ. Последовательность фотографий, CDВА, промежутки времени между последующими фотографиями – 2 часа. Широта места 48° с.ш., так как во всех остальных случаях Созвездие Большой Медведицы должно сделать почти полный оборот, т.е. никак не получится в течении одной ночи сделать такие фотографии.

Критерии оценивания.**20**

Четкое пояснение, что изменяемый вид неба происходит из-за вращения	2
Четкое пояснение, что центр видимого вращения – Полярная звезда	2
Построение лучей из центра вращения	4×1
Запись последовательности фотографии*	4
Определение угла поворота неба между двумя соседними фото – 30°	2
Определение широты места наблюдения – 48° с.ш.	4
Определение времени между фото – 2 часа	2
Если, вращение неба происходит не в правильную сторону - по часовой стрелке, то за последовательность фотографий в п.4 ставится 2 балла. Если полярная звезда выбрана не верно, но вращение неба указано правильно, то за п.2 ставится 1 балл.	

* в случае, если ошибок больше, чем 2 ставится половина баллов, в случае трех неверных значений – 0 баллов