

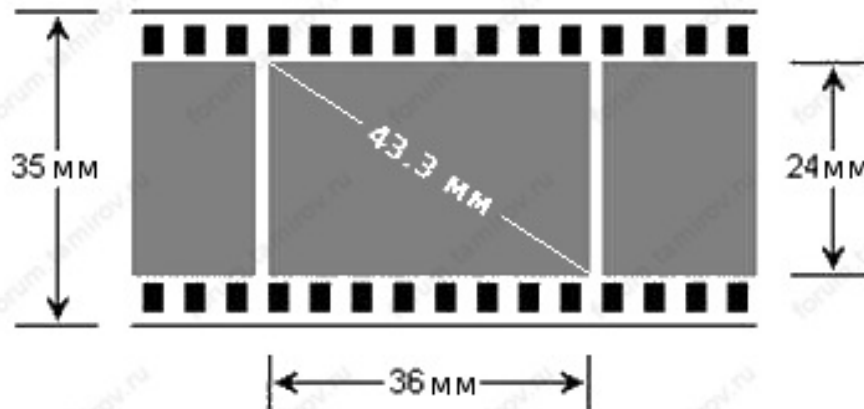
1. Астрофотография

15 баллов

Кузнецов М.В.

Астроном любитель решил сфотографировать объекты звездного неба при помощи фотопленки в телескоп с фокусным расстоянием один метр. Каков будет угловой размер поля зрения по ширине и высоте на фотопленке, схематическое устройства кадровой фотопленки представлено на рисунке. Какие из объектов поместятся на такой снимок: галактика М81, планетарная туманность М76, Луна, Рассеянное скопление Плеяды. Параметры объектов даны в таблице:

М81	24.9'x11.5'
М76	2.7'x1.8'
Плеяды	$D = 110'$
Луна	$D = 31'$



Решение. Определим размеры фотографии в угловых единицах. Линейные размеры кадра фотопленки можно взять из чертежа пленки $a_x = 36$ мм и $a_y = 24$ мм:

$$\theta_x = 3438' \frac{a_x}{F} = 3438' \frac{36}{1000} = 124' = 2^{\circ}04'$$

$$\theta_y = 3438' \frac{a_y}{F} = 3438' \frac{24}{1000} = 83' = 1^{\circ}23'$$

Угловой размер снимка составит: $2^{\circ}04' \times 1^{\circ}23'$ Следовательно все указанные объекты поместятся в кадр фотографии, кроме Плеяд, размер которых не уместится по оси Y .

Критерии оценивания.

15

Угловой размер поля зрения	9
Вывод или запись связи фокуса и линейных размеров.....	3
Определение угловых размеров по каждой стороне.....	2×3
Если ответ дает больше чем три значащих цифры то -1 балл за каждый ответ.	
Определение какие объекты полностью попадут в кадр	6
Луна.....	2
Плеяды не попадут по оси Y	2
M81.....	1
M76.....	1

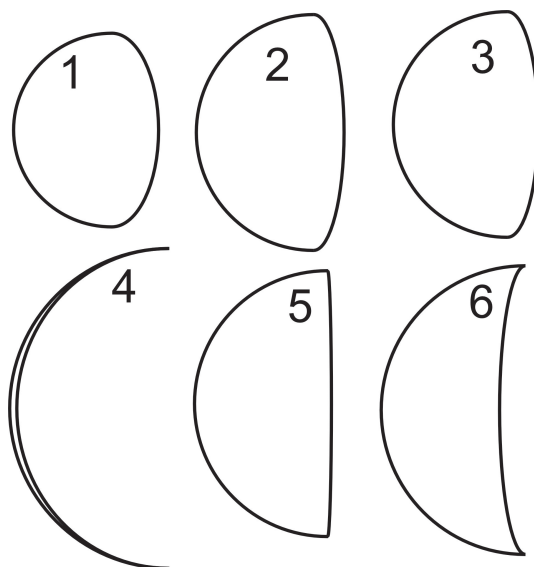
2. Наблюдаемая планета

15 баллов

Игнатьев В.Б., Кузнецов М.В.

Космический путешественник проводил наблюдения Земли с некоторой планеты в небольшой телескоп и схематично зарисовывал, в одном масштабе, видимую фазу наблюдаемой планеты на одинаковые карточки. Изображение с карточек представлены ниже. Определите:

- А. На какой планете проводилось наблюдение?
 В. Какое расстояние разделяло наблюдателя и планету в момент второго наблюдения?



Решение. Проанализируем зарисовки наблюдателя. Наблюдаемая планета демонстрирует нам все фазы от ночной до дневной стороны и при этом меняет свой угловой размер от самого большого при минимальной фазе к самому маленькому угловому размеру при максимальной фазе. Следовательно это внутренняя планета по отношению к наблюдателю. Геометрическая фаза и фазовый угол связаны соотношением:

$$\Phi = \frac{d}{D} = \frac{1 + \cos \psi}{2}$$

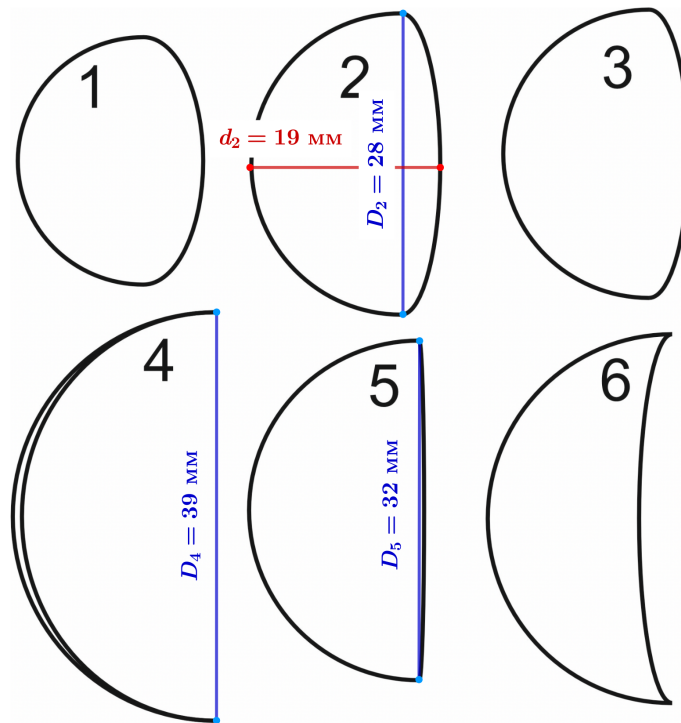
Тогда фаза соответствующая карточке 5 – это фаза близкая к максимальной восточной элонгации (так как освещена половина планеты) и расстояние и угловой размер Земли:

$$\theta_{5\oplus} = 3438' \frac{D_{\oplus}}{\Delta_5} = 3438' \frac{D_{\oplus}}{\sqrt{a_{\oplus}^2 - a_{\oplus}^2}}$$

А фаза соответствующая карточке 4 – это фаза близка к нижнему соедине-

нию:

$$\theta_{4\oplus} = 3438' \frac{D_{\oplus}}{\Delta_4} = 3438' \frac{D_{\oplus}}{a_{\Pi} - a_{\oplus}}$$



Разделим угловые размеры 4 и 5:

$$\frac{\theta_{4\oplus}}{\theta_{5\oplus}} = \frac{3438' \frac{D_{\oplus}}{\Delta_4}}{3438' \frac{D_{\oplus}}{\Delta_5}} = \frac{\Delta_5}{\Delta_4} = \frac{D_4}{D_5} = \frac{39}{32} = 1.21875$$

$$k = \frac{d_4}{d_5} = \frac{\sqrt{a_{\Pi}^2 - a_{\oplus}^2}}{a_{\Pi} - a_{\oplus}} = \frac{\sqrt{a_{\Pi}^2 - a_{\oplus}^2}}{\sqrt{(a_{\Pi} - a_{\oplus})^2}} = \sqrt{\frac{(a_{\Pi} - a_{\oplus})(a_{\Pi} + a_{\oplus})}{(a_{\Pi} - a_{\oplus})(a_{\Pi} - a_{\oplus})}} = \sqrt{\frac{a_{\Pi} + a_{\oplus}}{a_{\Pi} - a_{\oplus}}}$$

$$k^2(a_{\Pi} - a_{\oplus}) = (a_{\Pi} + a_{\oplus}) \rightarrow a_{\Pi} = a_{\oplus} \frac{k^2 + 1}{k^2 - 1} = \frac{1.21875^2 - 1}{1.21875^2 + 1} = 5.12 \text{ а.е.}$$

Следовательно планета с которой проводились наблюдения – Юпитер. Определим фазовый угол для наблюдения 2.

$$\Phi = \frac{d}{D} = \frac{1 + \cos \psi}{2} \rightarrow \cos \psi = 2 \frac{d}{D} - 1 = 2 \frac{19}{28} - 1 = 0.357, \psi = \arccos \left(2 \frac{d}{D} - 1 \right) = 69^\circ$$

Выразим элонгацию Земли для наблюдателя через теорему синусов:

$$\frac{a_{\Pi}}{\sin \psi} = \frac{a_{\oplus}}{\sin \lambda} \rightarrow \sin \lambda = \sin \psi \frac{a_{\oplus}}{a_{\Pi}} \rightarrow \lambda = \arcsin \left(\sin \psi \frac{a_{\oplus}}{a_{\Pi}} \right) = \arcsin \left(\frac{1}{5.12} \sin 69^\circ \right) = 10.5^\circ$$

Тогда расстояние:

$$\Delta = \sqrt{a_{\oplus}^2 + a_{\oplus}^2 - 2a_{\oplus}a_{\oplus} \cos(180^\circ - \lambda - \psi)}$$

$$\Delta = \sqrt{5.12^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 5.12 \cos(180^\circ - 10.5^\circ - 69^\circ)} = 5.251 \approx 5.3 \text{ а.е.}$$

Ответ. Наблюдение проводилось с планеты Юпитер, расстояние в момент наблюдения составляло $\Delta = 5.3$ а.е.

Критерии оценивания.

15

Определение планеты наблюдения 8

Выбор зарисовок близких к соединению и макс. эл-ции, снятие размеров 2×1

Связь углового размера и взаимного расстояния 1

Вывод и решение соотношения для расстояний 2

Определение большой полуоси планеты наблюдения $a = 5.2 \pm 0.2$ а.е. 2

Определение планеты наблюдения 1

Определение расстояния до указанной фазы 7

Снятие размеров для определения фазы 2×1

Определение геометрической фазы 0.67 ± 0.06 1

Определение фазового угла $69^\circ \pm 8^\circ$ 1

Получение итогового ответа для р-я при помощи т. синусов и косинусов... 3

Для большой полуоси планеты $a = 5.12$ а.е. $\rightarrow \Delta = 5.3 \pm 0.1$ а.е. - для $a = 5.2$ а.е. $\rightarrow 5.5 \pm 0.1$ а.е. Оптимальным является выбор положений соответствующих нижнему соединению и максимальной элонгации. Участник может использовать и другие конфигурации, используя теорему косинусов. В этом случае решение засчитывается в полной мере при наличии аналитического решения и попадании численного ответа большой полуоси в заданные ворота

3. Однажды в Каире

15 баллов

Бардин В.Д.

В Каире ($\varphi = 30$ с.ш.) 21 июня верхняя кульминация Солнца произошла спустя 6 часов после нижней кульминации Юпитера.

А. Определите горизонтальные координаты Солнца и Юпитера в этот момент.

В. Чему равно расстояние до Юпитера?

Считайте, что орбиты всех планет лежат в плоскости эклиптики.

Решение.

Если верхняя кульминация Солнца произошла спустя 6 часов после нижней кульминации Юпитера, это значит, что она прошла спустя 18 часов после верхней кульминации Юпитера. Значит, прямое восхождение Солнца больше прямого восхождения Юпитера на 18 часов $\alpha_{\odot} = \alpha_{\text{Ю}} + 18^h$.

21 июня – день Летнего Солнцестояния. В этот день Солнце имеет прямое восхождение $\alpha_{\odot} = 6^h$ (а склонение $\delta_{\odot} = +23.5^\circ$). Тогда легко найти прямое восхождение Юпитера:

$$\alpha_{\text{Ю}} = \alpha_{\odot} - 18^h = 6^h - 18^h = -12^h \equiv 12^h.$$

Поскольку Юпитер – планета, и мы считаем что его орбита лежит в плоскости эклиптики, значит, точка Юпитера на небе Земли тоже будет лежать на плоскости эклиптики. Точка на эклиптике, у которой $\alpha = 12^h$ – точка Осеннего Равноденствия. Иными словами, Юпитер находится в точке Осеннего Равноденствия. Значит, его склонение $\delta_{\text{Ю}} = 0^\circ$.

Зафиксируем. Итоговые экваториальные координаты двух планет:

Тело	Точка	Склонение, δ	Прямое восхождение α
Солнце	ЛС	$+23.5^\circ$	6^h
Юпитер	ОР	0°	12^h

1. Найдем высоту Солнца в верхней кульминации:

$$h_{\odot, \text{вк}} = 90^\circ - |\varphi - \delta| = 90^\circ - |30^\circ - 23.5^\circ| = 83.5^\circ.$$

Поскольку $\delta_{\odot} < \varphi$, Солнце будет кульминировать к Югу от зенита. Тогда его азимут в верхней кульминации будет $A_{\odot, \text{вк}} = 0^\circ$.

В момент верхней кульминации Солнца звездное время $s = \alpha_{\odot} + t_{\odot} = 6^h + 0^h = 6^h$ (поскольку в ВК $t = 0^h$). С другой стороны, звездное время $s = \alpha_{\text{Ю}} + t_{\text{Ю}} = 12^h + t_{\text{Ю}}$, откуда следует, что часовой угол Юпитера $t_{\text{Ю}} = -6^h = 18^h$.

Поскольку склонение Юпитера $\delta_{\text{Ю}} = 0^\circ$, он лежит на небесном экваторе. Значит, в момент, когда его часовой угол составил 18^h , Юпитер восходил в точке Востока. Соответственно, его высота $h_{\text{Ю}} = 0^\circ$, а Азимут был равен азимуту точки Востока, то есть $A_{\text{Ю}} = 270^\circ$.

Тогда итоговые горизонтальные координаты двух тел:

Тело	Момент	Высота, h	Азимут, A
Солнце	ВК	$+83.5^\circ$	0°
Юпитер	Восход	0°	270°

2. Если Солнце находится в точке Летнего Солнцестояния, а Юпитер – в точке Осеннего Равноденствия, это значит, что угловое расстояние между ними 90° . Такое возможно, если Юпитер находится в квадратуре (в данном случае – восточной). Тогда легко найти расстояние до него по теореме Пифагора:

$$r = \sqrt{a_{\text{Ю}}^2 - a_{\oplus}^2} = \sqrt{5.2^2 - 1^2} \approx 5.1 \text{ а.е.}$$

Ответ. 1. Горизонтальные координаты двух тел:

Тело	Момент	Высота, h	Азимут, A
Солнце	ВК	$+83.5$	0°
Юпитер	НК	-60°	180°

$$2.r = 5.1 \text{ а.е.}$$

Критерии оценивания.	15
Определение горизонтальных координат Солнца	4
Нахождение положения Солнца в точке Л.С.	1
Определение склонения Солнца	1
Определение высоты Солнца	1
Определение азимута Солнца	1
Определение горизонтальных координат Юпитера	7
Описана связь кульминаций Юпитера и Солнца	1
Нахождение разницы прямых восхождений Ю и \odot	1
Нахождение положения Юпитера в точке О.Р.	1
Определение склонения Юпитера	1
Юпитер в нижней Кульминации	1
Определение высоты Юпитера	1
Определение азимута Юпитера	1
Нахождение расстояния до Юпитера	4
Нахождение Юпитера в квадратуре	2
Нахождение расстояния до Юпитера	2

4. Звездное скопление

15 баллов

Кузнецов М.В.

Из скольких одинаковых звезд $m = 10^m$ должно состоять звездное скопление, чтобы оно стало видно невооруженным глазом? К какому типу звездных скоплений оно относится?

Решение. Как известно, предельная яркость звезд видимых невооруженным глазом составляет $m_r = 6.5^m$. Пусть число звезд необходимых для того, чтобы скопление стало видимым равно N , тогда:

$$m_r = m - 2.5 \log N \rightarrow N = 10^{0.4(m-m_r)} = 10^{0.4(10-6.5)} = 25.12 \approx 26$$

Округляем в большую сторону, поскольку звезд должно быть целое число и 25 не хватит, а 26 уже будет достаточно. Такое звездное скопление относится к небольшому рассеянному звездному скоплению.

Критерии оценивания.**15**

Указание предельной звездной величины для глаза $6^m \pm 0.5^m$	1
Формула Погсона в любом виде	2
Вывод соотношения и нахождение числа звезд скопления	7
Округление до целого значения	3
Верное указание типа скопления - рассеянное	2
Верные значения для $m_r = 5.5^m - N = 64$, $m_r = 6^m - N = 40$, $m_r = 6.5^m - N = 26$	

5. Планета Шелезяка

15 баллов

Алтунян Д.Н.

Люди будущего решили собрать весь мусор в одну мини-планету и назвали её Шелезяка. Получился шар с диаметром ровно в 10 раз меньше диаметра Венеры. Чтобы он не столкнулся с нашей планетой, Шелезяку отправили в точку на орбите Земли, опережающую Землю на некоторую долю периода. В момент, когда планета и Венера оказались в тесном соединении, угловой размер Венеры был ровно в 20 раз больше углового размера Шелезяки.

- A. В какой видимости находилась Венера в этот момент?
- B. Найдите угловой размер Венеры в этот момент.
- C. Когда будет нижнее соединение Венеры с Солнцем при наблюдении с Шелезяки?
- D. На сколько дней опережает Землю Шелезяка?

Решение.

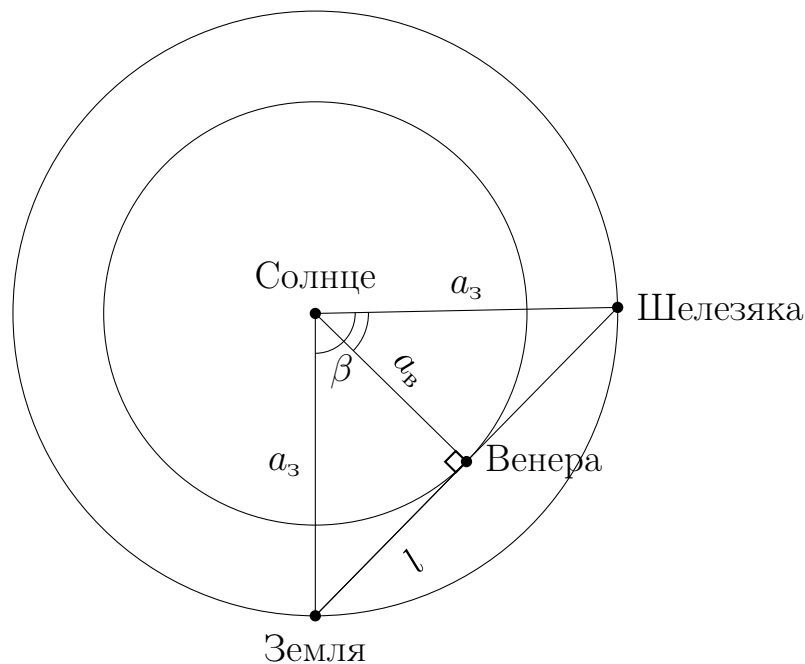
Вопрос 1. Шелезяка опережает Землю, поэтому всегда находится на небе западнее Солнца, а значит, в утренней видимости. Венера также наблюдается в утренней видимости, так как находится в тесном соединении с Шелезякой.

Пусть r — радиус Шелезяки, R — радиус Венеры, тогда отношение угловых размеров можно выразить:

$$\frac{\rho_{\text{В}}}{\rho_{\text{Ш}}} = \frac{R}{r} \cdot \frac{ЗШ}{ЗВ} = 20$$

Отсюда $\frac{ЗШ}{ЗВ} = 2$, так как $\frac{R}{r} = 10$.

Сделаем рисунок:



Отрезки СШ и СЗ равны, так как Земля и Шелезяка находятся на одной орбите. Получаем равнобедренный треугольник СШЗ с основанием ЗВ и медианой СВ. Треугольник равнобедренный, следовательно, медиана, проведённая к основанию совпадает с высотой, поэтому отрезок СВ в нашем треугольнике перпендикулярен отрезку ЗШ. Получается, Венера находится в западной элонгации.

Вопрос 2. Найдём расстояние до Венеры в элонгации через прямоугольный треугольник:

$$l = \sqrt{a_3^2 - a_B^2} = \sqrt{1 - 0.72^2} = 0.69 \text{ а.е.}$$

Угловой размер Венеры:

$$\rho = \frac{206265 \times 2R}{l} = \frac{206265 \times 2 \times 6052}{0.69 \times 1.5 \times 10^8} = 24.1''$$

Вопрос 3. Угол, который нужно пройти Венере по своей орбите относительно Шелезяки:

$$\alpha = \arccos \frac{a_B}{a_3} = 43.9^\circ$$

Найдём синодический период Венеры и Шелезяки:

$$S = \frac{T_B \times T_3}{T_3 - T_B} = \frac{a_B^{3/2} \times a_3^{3/2}}{a_3^{3/2} - a_B^{3/2}} = 1.57 \text{ лет}$$

Тогда искомое время:

$$t = S \times \frac{\alpha}{360} = 0.19 \text{ года} = 69.93 \approx 70 \text{ дня}$$

Вопрос 4. Так как Шелезьяка находится на той же орбите, что и Земля, она движется с такой же угловой скоростью относительно Солнца, что и Земля, поэтому конфигурация Солнце-Земля-Шелезьяка остаётся постоянной. Угол, на который Шелезьяка опережает Землю по орбите:

$$\beta = 2\alpha = 2 \arccos \frac{a_{\text{В}}}{a_{\text{З}}} = 87.8^\circ$$

А по времени это опережение составляет:

$$\Delta t = \frac{\beta}{360^\circ} \times T_{\text{З}} = \frac{87.8}{360} \times 365 = 89 \text{ дней}$$

Ответ. Утренняя видимость. Угловой размер Венеры $\rho = 24.1''$. Нижнее соединение Венеры будет через $t = 70$ дней. Шелезьяка опережает Землю на $\Delta t = 89$ дней.

Критерии оценивания.

15

Определение видимости Венеры - утренняя.....	1
Нахождение углового размера.....	6
Нахождение отношения расстояний ЗШ и ЗВ.....	1
Доказательство максимальной западной элонгации для Венеры.....	2
это происходит через рассмотрение равнобедренного треугольника Земля-Солнце-Шелезьяка, в котором СВ является медианой опущенной к основанию, а следовательно и высотой	
Определения расстояния до Венеры.....	1
Вывод выражения и расчет углового размера Венеры.....	2
Определение времени до нижнего соединения.....	6
Нахождение угла, который нужно пройти.....	2
Определение синодического периода Венеры.....	1
Вывод выражения и расчет искомого времени.....	2
Получение верного численного ответа 504 ± 10 дня.....	1
Нахождение времени опережения.....	2
Нахождение угла опережения.....	1
Вычисление времени опережения.....	1

6. Луна у горизонта

20 баллов

Игнатьев В.Б., Кузнецов М.В.

Перед вами негатив фотографии Луны у горизонта в середине марта. По изображению определите:

- А. широту места, где была получена фотография.
- В. суммарное время, за которое получено изображение,
- С. угловой размер фотографии в градусах по ширине и высоте.

Считать орбиту Луны круговой, и лежащей в плоскости эклиптики. Измерения и построения проводите на специальном бланке для решений с негативом фотографии, и сдайте его вместе с работой.



Решение. Посмотрев на снимок можно заметить, что северное полушарие Луны здесь смотрит вверх (большее количество лунных морей расположенных в северной части видимого полушария Луны), относительно горизонта, следовательно, наблюдатель находится в северном полушарии Земли. И перед нами восход Луны и фотокамера обращена к восточной стороне горизонта. Первое

необходимое действие - это определить масштаб снимка. Для этого воспользуемся тем, что угловой размер диска Луны составляет $\theta_{\zeta} = 0.5^{\circ}$. Так же при помощи линейки можно заметить, что горизонтальный размер Лунного диска на фотографии остается постоянным, а по вертикали он уменьшается к горизонту. По-этому для определения масштаба нужен горизонтальный размер диска Луны. $d_{\zeta} = 17$ мм. Масштаб составит:

$$a = \frac{0.5^{\circ}}{17 \text{ мм}} = 0.029^{\circ}/\text{мм}$$

Определим продолжительность экспозиции по изменению положения диска Луны на фотографии. Найдем угловое расстояние на которое переместилась Луна:

$$d_L = 123 \text{ мм} \rightarrow \theta_L = a \cdot d_L = 123 \cdot 0.029 = 3.6^{\circ}$$

Причина этого перемещения суммарное движение Луны и вращения небесной сферы:

$$\omega_s = \frac{360^{\circ}}{23^{\text{ч}}56^{\text{м}}} \approx 15.04 \frac{\circ}{\text{час}}$$

Угловая скорость движения Луны:

$$\omega_{\zeta} = \frac{360^{\circ}}{27.3 \text{ дня}} \approx 13.20 \frac{\circ}{\text{сутки}} = 0.55 \frac{\circ}{\text{час}}$$

Тогда время затраченное на получение фотографии:

$$\tau = \frac{d_L}{\omega_s - \omega_{\zeta}} = \frac{3.6}{15.04 - 0.55} = \frac{3.6}{14.49} = 0.248 \text{ часа} \approx 14.9 \text{ минуты}$$

Найдем широту места наблюдений. Так как орбиты Луны по условию лежит в плоскости эклиптики и за время нескольких часов заметно не меняет значения своего склонения, то можно считать его неизменным на протяжении наблюдений. Соединим центры дисков Луны и измерим при помощи транспортира угол восхода Луны между нижним краем снимка и линией центров изображений дисков:

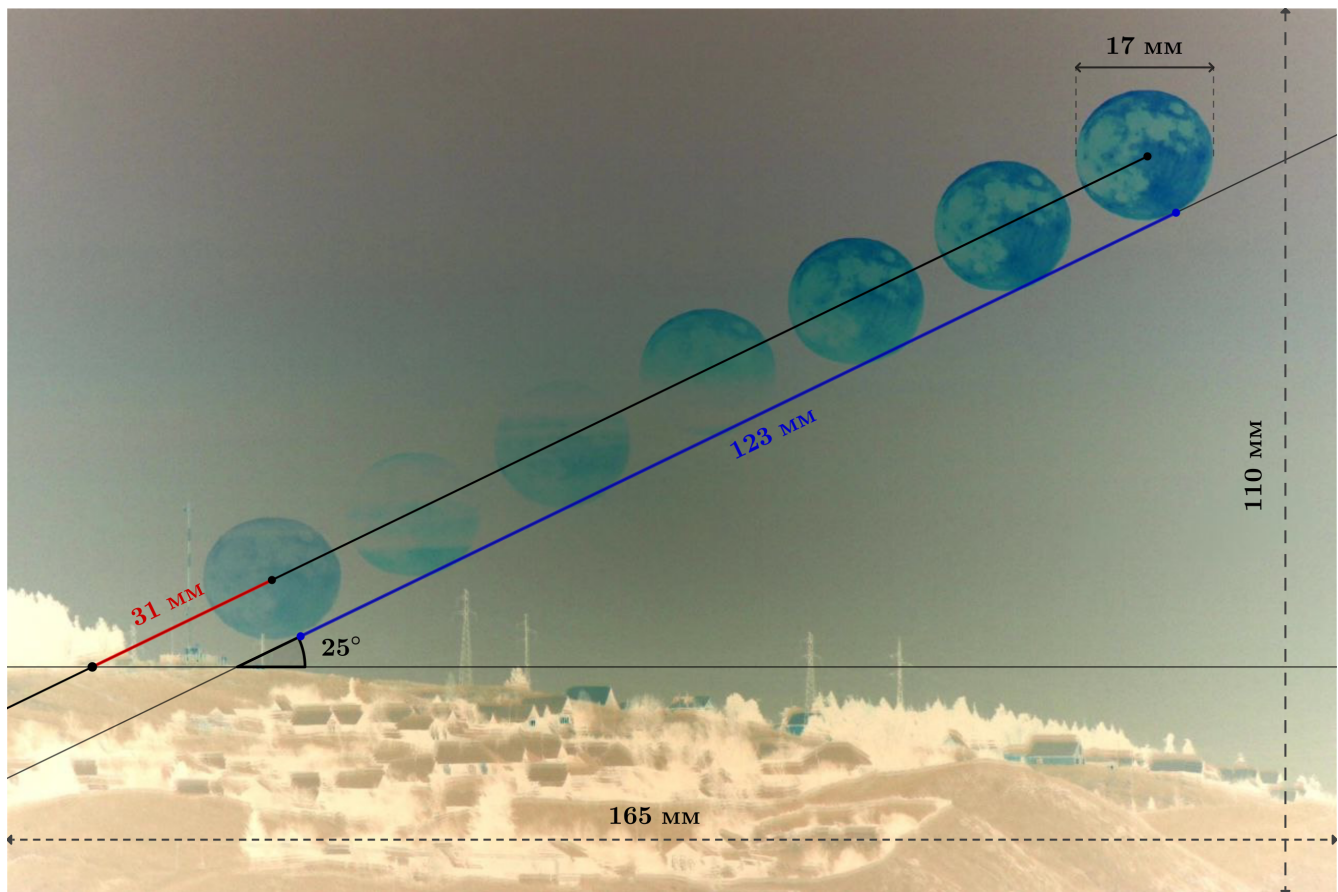
$$\theta_e = 90^{\circ} - \varphi = 25^{\circ} \rightarrow \varphi = 65^{\circ} \text{ с.ш.}$$

Определим угловой размер фотографии:

$$d_x = 165 \text{ мм} \rightarrow \theta_x = a \cdot d_x = 165 \cdot 0.029 = 4.9^{\circ}$$

$$d_y = 110 \text{ мм} \rightarrow \theta_y = a \cdot d_y = 110 \cdot 0.029 = 3.2^{\circ}$$

Ответ.



- А. Широта места наблюдения $\varphi = 65^\circ$ с.ш.
- В. Суммарное время наблюдения $t = 14.9$ минуты
- С. Угловой размер фотографии $\theta_x \times \theta_y = 4.9^\circ \times 3.2^\circ$

Критерии оценивания.	20
Нахождение углового размера фотографии	6
Явное или не явное определение масштаба фотографии	2
Измерение и вычисление по X	2
Измерение и вычисление по Y	2
Нахождение широты	5
Измерение угла	2
Связь угла θ_e и широты φ	2
Обоснование северного полушария	1
Определение времени наблюдения	9
Определение расстояния между центрами первой и последней Луны в мм	1
Определение смещения Луны в градусах	2
Учет угловой скорости поворота неба	2
Учет угловой скорости Луны	2
Расчет времени съемки $t = 14.9 \pm 0.9$ минуты	2
Если учитывается только одна скорость поворота неба, то последние два пункта оцениваются в 0 баллов. Ответ при этом $t = 14.4$ минуты	

7. Звездное небо

20 баллов
Кузнецов М.В.

Перед вами вид звездного неба на 6:00 местного времени, укажите на бланке с картой:

- A. Обозначьте точку зенита символом Z и стороны света (Север, Юг, Запад, Восток) символами N , S , W , E .
- B. Обозначьте полюс мира символом P
- C. Проведите эклиптику и небесный экватор и подпишите символами E и Q
- D. Проведите небесный меридиан и обозначьте его символом M
- E. Обозначьте на карте точки весеннего, осеннего равноденствия символами (γ и Ω)
- F. Обозначьте контуры известных вам созвездий номерами и напишите под картой соответствие номер-название.
- G. Определите широту места наблюдения.
- H. Обозначьте на карте символами следующие звезды: S_1 – Капеллу, S_2 – Арктур, S_3 – Спикку, S_4 – Вега, S_5 – Денеб, S_6 – Дубхе, S_7 – Альтаир, S_8 – Антарес.
- I. Обозначьте на карте символом L – Луну, и символом V – Венеру

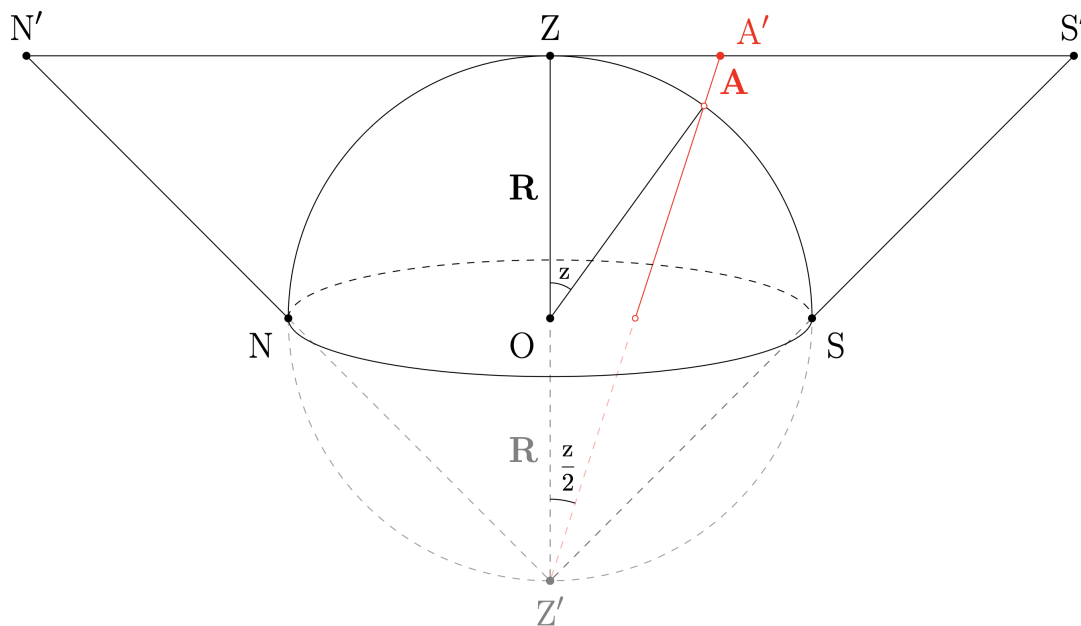
Проекция звездного неба стереографическая. Измерения и построения проводите на специальном бланке для решений с картами, и сдайте его вместе с работой.

Решение. Для решения задачи необходимо определить положение центра большого круга, содержащего звезды и созвездия. Этот центр является зенитом. Далее через зенит и полярную звезду проводим небесным меридиан. Он позволяет обозначить точки Севера и Юга на пересечении с горизонтом. Перпендикулярно ему через зенит проходит первый вертикал, пересекающий горизонт в точках востока и запада. Для определения широты места необходимо провести измерения расстояний от зенита до Полярной звезды $d_P = 23$ мм и диаметра звездной карты $D = 156$ мм. Следовательно широту можно определить из стереографической проекции:

$$\varphi = 90^\circ - z_p = 90^\circ - 2 \arctan \frac{2d_p}{D} = 90^\circ - 2 \arctan \frac{2 \cdot 23}{156} = 56^\circ \text{ с.ш.}$$

Как работать со стереографической проекцией?

Суть стереографической проекции состоит в том, что через зенит проводится плоскость, перпендикулярная радиусу, проведённому в точку зенита. Затем, из противоположной точки небесной сферы — надира через точку **A** на небесной сфере проводится луч $Z'A$, его пересечение с плоскостью и будет искомой проекцией **A'** точки **A**. Таким образом мы можем перевести любую точку полусферы на плоскость.



Рассмотрим точку **A** с зенитным расстоянием z . По определению $\angle ZOA = z$. Углы $\angle ZOA$ и $\angle ZZ'A$ являются соответственно центральным и вписанным углами, опирающимися на одну и ту же дугу ZA . Тогда:

$$\angle ZZ'A = \frac{\angle ZOA}{2} = \frac{z}{2}$$

Расстояние от Z до A' :

$$r_z = 2R \tan \frac{z}{2}$$

Наибольшее возможное зенитное расстояние есть $z_{\max} = 90^\circ$ для точек на горизонте. Так как расстояние от Z до проекции точки полусферы прямо пропорционально зенитному расстоянию, то:

$$r = r_{z \max} = 2R \tan \frac{z_{\max}}{2} = 2R \tan 45^\circ = 2R, \text{ где } r \text{ — радиус всей проекции}$$

Тогда:

$$\frac{r_z}{r} = \tan \frac{z}{2} \Rightarrow z = 2 \arctan \frac{r_z}{r}$$

Имея стереографическую проекцию неба и используя выражение выше, легко найти зенитные расстояния для каждой точки на небесной полусфере.

Эклиптику проводим по зодиакальным созвездиям, над горизонтом видно созвездие Девы и Рыб они над горизонтом, а точки весеннего и осеннего равноденствия находятся на горизонте, обозначают Восток и Запад. Луна находится в созвездии Стрельца, а на горизонте в созвездии Девы видна заходящая Венера. Карта ответов:

Критерии оценивания.	20
Расположение больших кругов	4
Верно обозначена эклиптика	1
Верно обозначен небесный экватор	1
Верно обозначен небесный меридиан	2
Широта и точки на больших кругах небесной сферы	6
Найдена широта	1
Верно обозначены стороны света	1
Верно обозначен полюс	1
Верно обозначен зенит	1
Верно обозначена точка весеннего равноденствия	1
Верно обозначена точка осеннего равноденствия	1
Обозначения созвездий	4
Верно обозначена Большая Медведица	1
Верно обозначена Малая Медведица	1
Верно обозначены 5-10 созвездий	1
Верно обозначены 10-20 созвездий	2
Обозначения звезд	4
Верно обозначена Дубхе	1
Верно обозначены до 5 звезд	1
Верно обозначены 5-6 звезд	2
Верно обозначены 7 звезд	3
Обозначения планет и Луны	2
Верно обозначена Луна	1
Верно обозначена Венера	1

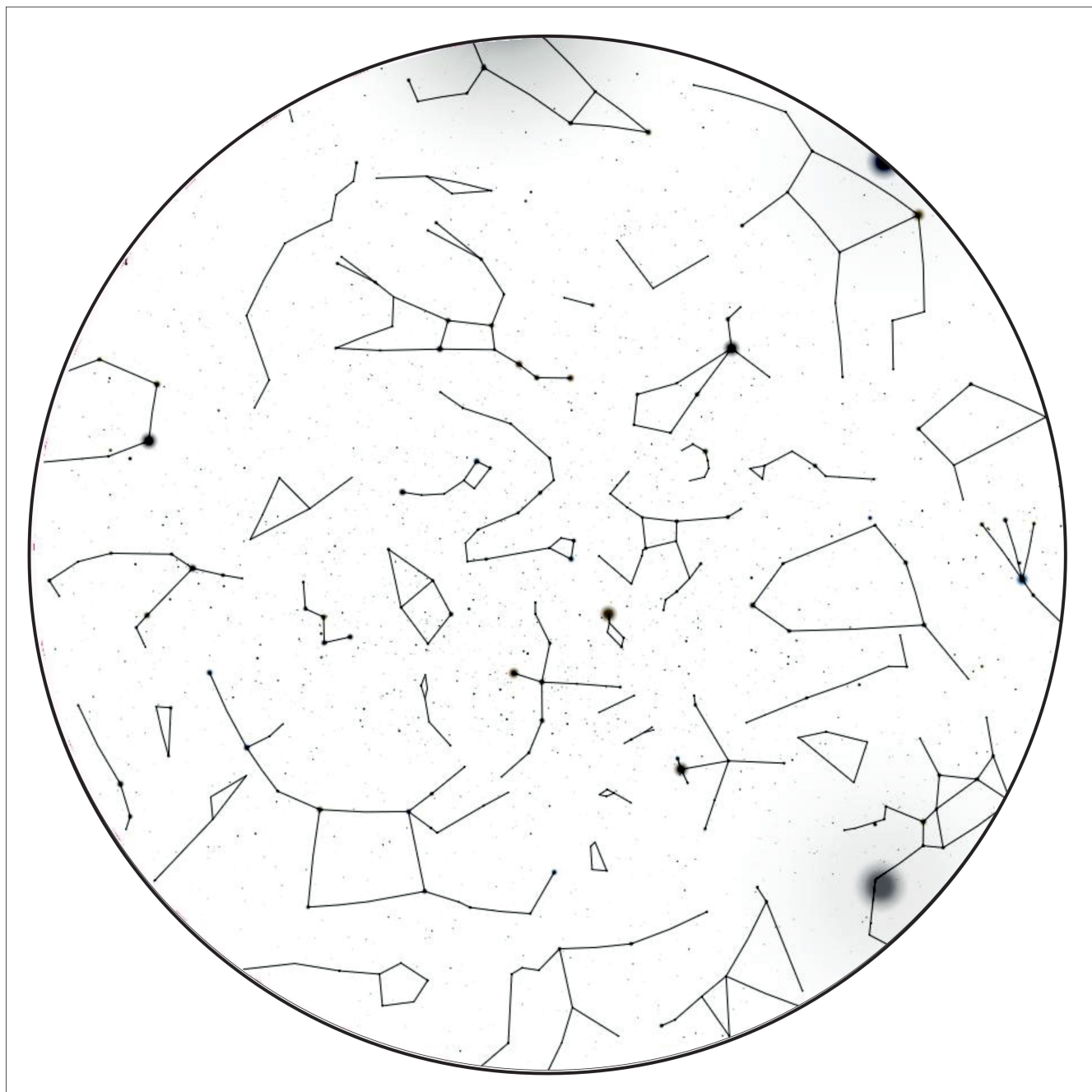


Рис. 1: Рисунок к задаче «Звездное небо»

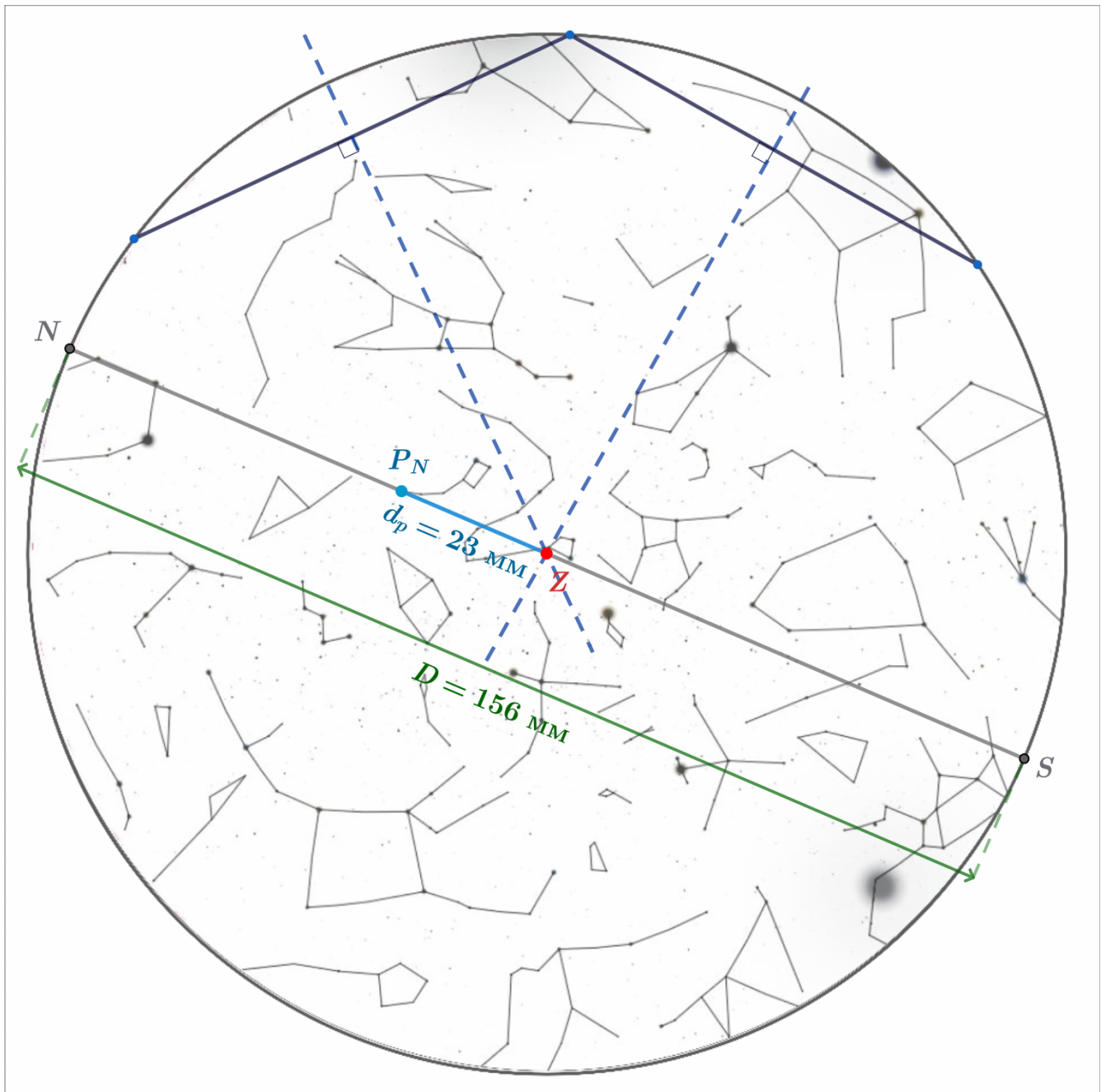


Рис. 2: Решение к задаче «Звездное небо»

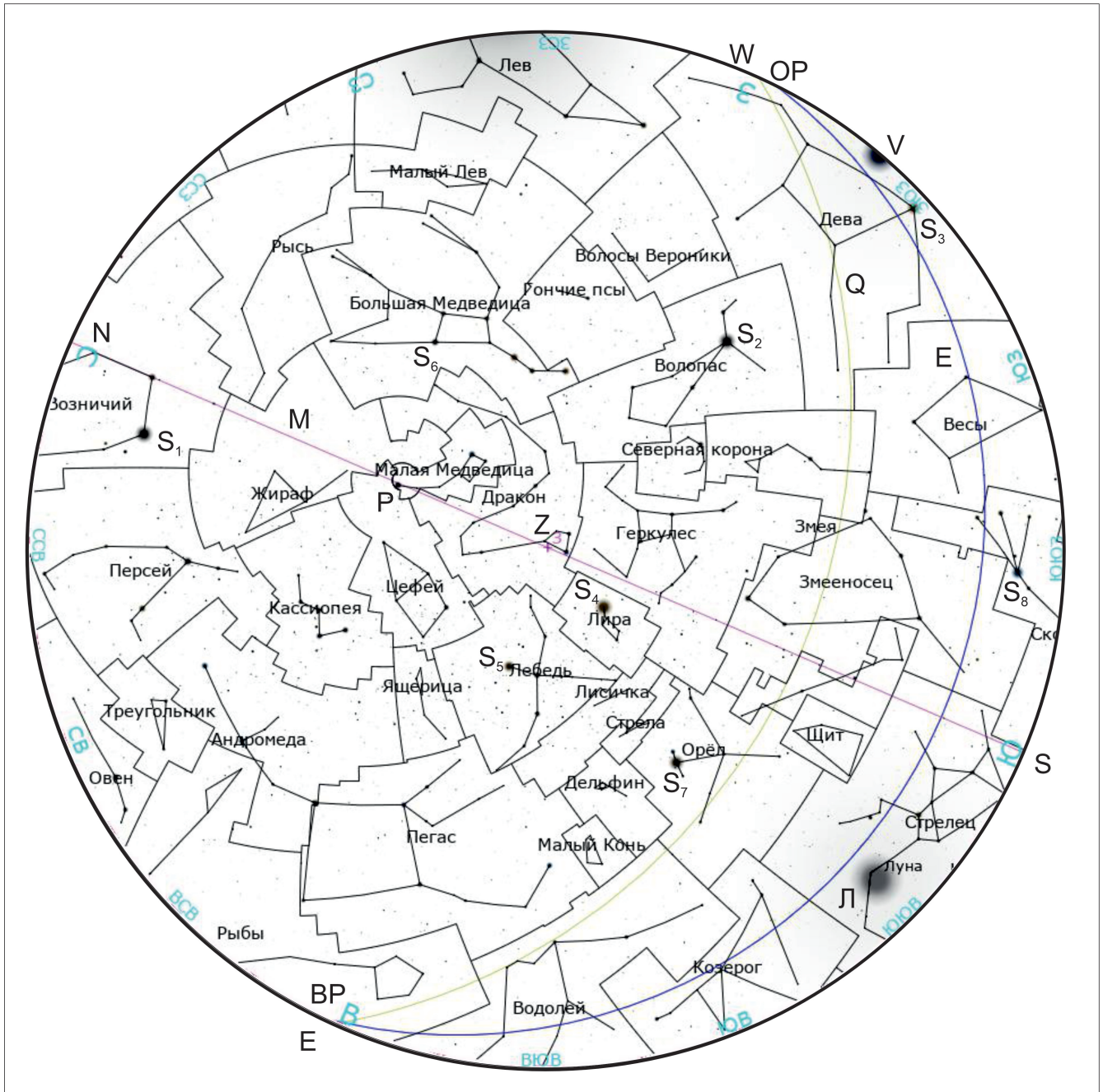


Рис. 3: Карта ответов к задаче «Звездное небо»