

**Решения заключительного этапа**  
**Подмосковной олимпиады школьников по экономике**  
9–10 класс, 2025–2026 учебный год

**Продолжительность:** 120 минут  
**Максимальный балл:** 60  
**Структура работы:** 4 задачи по 15 баллов

**1. «Страхование»**

Рассмотрим простую модель страхования риска аварии.

У Саши есть  $W = 10$  тыс. руб. и игрушечная машинка. С вероятностью  $p = \frac{1}{5}$  происходит авария, и тогда Саша несёт убыток  $L = 5$  тыс. руб. на ремонт. С вероятностью  $1 - p = \frac{4}{5}$  аварии не происходит, и дополнительных расходов нет.

Маша предлагает Саше страховой контракт. Если авария происходит, Маша выплачивает Саше страховое возмещение  $I = 3$  тыс. руб. Если аварии нет, выплата равна нулю. За страховку Саша в любом случае платит страховую премию  $q \cdot I$ .

Полезность Саши зависит от суммы денег  $x$  (в тыс. руб.), оставшейся после всех выплат и расходов:

$$U(x) = 24x - x^2, \quad x \in [0, 12].$$

Саша выбирает действие, максимизирующее ожидаемую полезность:

$$p \cdot U(S_1) + (1 - p) \cdot U(S_2),$$

где  $S_1$  — сумма денег у Саши в случае аварии, а  $S_2$  — сумма денег у Саши, если аварии не произошло.

Если Саша безразличен между вариантами, считайте, что он выбирает страхование. Ниже рассмотрите три независимых пункта, во всех из них считайте  $q = \frac{1}{4}$

**(а) (4 балла)** При фиксированном контракте с  $I = 3$  согласится ли Саша купить страховку?

**(б) (7 баллов)** Теперь величину страхового покрытия  $I \geq 0$  выбирает сам Саша. В случае аварии он получает  $I$ , а страховая премия по-прежнему равна  $q \cdot I$ . Какое значение  $I$  выберет Саша?

**(в) (4 балла)** Сравните ожидаемую полезность Саши и ожидаемую прибыль Маши

$$\pi = (q - p)I$$

в пунктах (а) и (б). Объясните, почему каждая из этих величин меняется именно в этом направлении.

**Решение:**

**а)** Ожидаемая полезность без страховки:

$$pU(W - L) + (1 - p)U(W). \\ U(5) = 24 \cdot 5 - 25 = 95, \quad U(10) = 240 - 100 = 140, \\ \frac{1}{5} \cdot 95 + \frac{4}{5} \cdot 140 = 19 + 112 = 131.$$

Со страховкой  $I = 3$ :

$$S_1 = 5 + (1 - \frac{1}{4}) \cdot 3 = 5 + \frac{3}{4} \cdot 3 = 7.25, \quad S_2 = 10 - \frac{1}{4} \cdot 3 = 9.25.$$

$$U(7.25) = 24 \cdot 7.25 - 7.25^2 = 174 - 52.5625 = 121.4375,$$

$$U(9.25) = 24 \cdot 9.25 - 9.25^2 = 222 - 85.5625 = 136.4375.$$

Ожидаемая полезность

$$\frac{1}{5} \cdot 121.4375 + \frac{4}{5} \cdot 136.4375 = 24.2875 + 109.15 = 133.4375.$$

Так как ожидаемая полезность во втором случае больше, Саша купит страховку.

б) При данном  $I$ :

$$S_1(I) = 5 + (1 - q)I = 5 + \frac{3}{4}I, \quad S_2(I) = 10 - qI = 10 - \frac{1}{4}I.$$

Ожидаемая полезность:

$$pU(S_1(I)) + (1 - p)U(S_2(I)).$$

$$24\left(pS_1(I) + (1 - p)S_2(I)\right) - \left(pS_1(I)^2 + (1 - p)S_2(I)^2\right).$$

Посчитаем среднее богатство:

$$pS_1 + (1 - p)S_2 = \frac{1}{5}\left(5 + \frac{3}{4}I\right) + \frac{4}{5}\left(10 - \frac{1}{4}I\right) = 9 - \frac{I}{20}.$$

Тогда линейная часть:

$$24\left(9 - \frac{I}{20}\right) = 216 - \frac{6}{5}I.$$

Квадратичная часть:

$$S_1^2 = \left(5 + \frac{3}{4}I\right)^2 = 25 + \frac{15}{2}I + \frac{9}{16}I^2,$$

$$S_2^2 = \left(10 - \frac{1}{4}I\right)^2 = 100 - 5I + \frac{1}{16}I^2.$$

$$\begin{aligned} pS_1^2 + (1 - p)S_2^2 &= \frac{1}{5}\left(25 + \frac{15}{2}I + \frac{9}{16}I^2\right) + \frac{4}{5}\left(100 - 5I + \frac{1}{16}I^2\right) = \\ &= 85 - \frac{5}{2}I + \frac{13}{80}I^2. \end{aligned}$$

Итого ожидаемая полезность:

$$\left(216 - \frac{6}{5}I\right) - \left(85 - \frac{5}{2}I + \frac{13}{80}I^2\right) = 131 + \frac{13}{10}I - \frac{13}{80}I^2.$$

Это парабола ветвями вниз, максимум в вершине:

$$I^* = \frac{-\frac{13}{10}}{2 \cdot \left(-\frac{13}{80}\right)} = 4.$$

в) Ожидаемая полезность Саши в пунктах а) и б):

$$U(I = 3) = 131 + \frac{13}{10} \cdot 3 - \frac{13}{80} \cdot 9 = 131 + 3.9 - 1.4625 = 133.4375,$$

$$U(I = 4) = 131 + \frac{13}{10} \cdot 4 - \frac{13}{80} \cdot 16 = 131 + 5.2 - 2.6 = 133.6.$$

Значит полезность Саши выше в пункте б)

Прибыль Маши:

$$\pi = (q - p)I = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right)I = \frac{1}{20}I.$$

$$\pi_a = \frac{1}{20} \cdot 3 = 0.15, \quad \pi_b = \frac{1}{20} \cdot 4 = 0.2.$$

Значит прибыль Маши в пункте б) выше, чем в пункте а).

Интерпретация. В пункте (б) Саша выбирает  $I$ , максимизирующее его ожидаемую полезность, поэтому целевая функция для оптимального  $I^* = 4$  превышает значение для фиксированного  $I = 3$  из пункта а). Для Маши вероятность аварии  $p$  меньше, чем доля платежа в размере страховой выплаты  $q$ , поэтому её прибыль возрастает по  $I$ .

**Критерии:**

**(а):**

- **1 балл** — вычислена ожидаемая полезность без страховки;
- **1 балл** — верно вычислены  $S_1$  и  $S_2$  при наличии страховки;
- **1 балл** — верно вычислена ожидаемая полезность со страховкой;
- **1 балл** — верно сделан вывод о том, что Саша купит страховку

**(б):**

- **2 балла** — верно вычислены  $S_1(I)$  и  $S_2(I)$  при наличии страховки;
- **3 балла** — верно записана функция ожидаемой полезности от  $I$ ;
- **2 балла** — верно найдено  $I^* = 4$ ;

**(в):**

- **1 балл** — верно посчитаны ожидаемые полезности Саши в пунктах (а) и (б);
- **1 балл** — верно посчитаны ожидаемые прибыли Маши в пунктах (а) и (б);
- **1 балл** — корректная интерпретация направления изменения ожидаемой полезности
- **1 балл** — корректная интерпретация направления изменения прибыли

## 2. «Прогрессивная пошлина»

В некоторой стране производится всего два товара –  $x$  и  $y$ . Кривая производственных возможностей страны задана уравнением  $y = 32 - x^2/2$ . Страна может свободно торговать на мировом рынке, где цены товаров установились на уровне  $P_x = P_y = 3$  денежных единицы. Товары в стране потребляются в комплектах, в каждом из которых содержится по  $\frac{1}{12}$  единиц товаров  $x$  и  $y$ , то есть на 12 комплектов требуется 1 единица  $x$  и 1 единица  $y$ . Целью страны является максимизация количества потребляемых комплектов.

**(а) (4 балла)** Сколько максимально комплектов смогут потребить в стране? Какое количество товара  $x$  будет произведено внутри страны?

**(б) (4 балла)** Правительство решило увеличить производство товара  $x$  внутри страны, поэтому ввело импортную пошлину в размере 100% от мировой цены на данный товар. Найдите новое количество комплектов, которое смогут максимально потребить в стране и величину налоговых сборов.

**(в) (7 баллов)** Введённая мера вмешательства не принесла должного результата, поэтому правительство решило изменить размер пошлины. Теперь она взимается по прогрессивной шкале следующим образом:

1. Если размер импорта товара  $x$  не превышает 1 единицы, то размер пошлины остается равным 100% от мировой цены.

2. Если импорт товара  $x$  превышает 1 единицу, то размер пошлины становится равным 300% от мировой цены на весь объём импорта.

Найдите кривую торговых возможностей страны – зависимость максимального количества товара  $y$  при каждом количестве товара  $x$ , которое доступно после производства и торговли. Найдите количество потребляемых комплектов и величину налоговых сборов в новых условиях.

### Решение:

**а)** При  $P_x = P_y = 3$  страна максимизирует выручку на кривой производственных возможностей  $TR = P_x x + P_y y = 3x + 3y$ , что эквивалентно  $x + y$ . На КПВ

$$x + y = x + \left(32 - \frac{x^2}{2}\right) = 32 + x - \frac{x^2}{2}.$$

Это парабола, её максимум достигается в вершине  $x = \frac{-1}{-2 \cdot \frac{1}{2}} = 1$ . Тогда произведенные количества товаров:

$$x^{\text{prod}} = 1, \quad y^{\text{prod}} = 32 - \frac{1}{2} = 31.5.$$

Кривая торговых возможностей:

$$x + y = 32 + 1 - \frac{1}{2} = 32.5$$

Пересечем с кривой комплектов  $x = y$ :

$$x = 16.25 \quad k = 12 \cdot 16.25 = 195$$

Будет произведено  $x = 1$ , а количество комплектов  $k = 195$

**б)** Пошлина эквивалентна увеличению мировой цены на импорт товара  $x$  в 2 раза. То есть при импорте  $y$  процесс торговли будет аналогичен пункту (а). При импорте товара  $x$  отношение цен равно  $\frac{p_x}{p_y} = \frac{6}{3} = 2$ . Аналогично пункту (а):

$$2x + y = 2x + \left(32 - \frac{x^2}{2}\right) = 32 + 2x - \frac{x^2}{2}.$$

Это парабола, её максимум достигается в вершине  $x = \frac{-2}{-2 \cdot \frac{1}{2}} = 2$ . Тогда произведенные количества товаров:

$$x^{\text{prod}} = 2, \quad y^{\text{prod}} = 32 - 2 = 30.$$

Кривая торговых возможностей:

$$2x + y = 34 \quad \text{при } x > 2$$

Пересечем с кривой комплектов  $x = y$ :

$$x = \frac{34}{3}; \quad \text{количество комплектов } k = 12 \cdot \frac{34}{3} = 136$$

С каждой импортируемой единицы товара  $x$  взимается пошлина в размере  $P_x = 3$ . Тогда налоговые сборы  $Tx = \left(\frac{34}{3} - 2\right) \cdot 3 = 28$

**в)** Выведем КТВ. Если импорт товара  $x$  не превосходит 1, то можно использовать участки, найденные в предыдущих пунктах:

- $x < 1$  –  $x$  экспортируется по соотношению цен 1:1.  $y = 32.5 - x$
- $x \in (1, 2)$  – торговли не происходит  $y = 32 - \frac{x^2}{2}$
- $x \in [2, 3]$  –  $x$  импортируется по соотношению цен 2:1.  $y = 34 - 2x$ .
- Если страна хочет импортировать больше 1 единицы товара  $x$ , то она будет торговать с соотношением цен 4:1 ( $P_x = 12 = 4P_y$ ). Аналогично прошлым пунктам

$$4x + y = 4x + \left(32 - \frac{x^2}{2}\right) = 32 + 4x - \frac{x^2}{2}.$$

Это парабола, её максимум достигается в вершине  $x = \frac{-4}{-2 \cdot \frac{1}{2}} = 4$ . Тогда произведенные количества товаров:

$$x^{\text{prod}} = 4, \quad y^{\text{prod}} = 32 - 8 = 24.$$

$$4x + y = 40 \quad \text{при } x > 4$$

- Однако участок где импорт  $x$  равен 1 можно продлить дальше, то есть выходить на мировой рынок с другой точки на КПВ. Иными словами, нам надо найти уравнение кривой, которая описывает обмен 1 единицы товара  $x$  на 2 единицы товара  $y$ .

$$y + 2 = 32 - \frac{(x - 1)^2}{2}$$

Осталось взять лучший из возможных вариантов для каждого фиксированного значения  $x$  с учетом ограничений каждого участка. Получим:

$$y = \begin{cases} 32.5 - x, & x < 1 \\ 32 - \frac{x^2}{2}, & x \in (1, 2) \\ 34 - 2x, & x \in [2, 3] \\ 30 - \frac{(x-1)^2}{2}, & x \in [3, 7] \\ 40 - 4x, & x > 7 \end{cases}$$

Пересекая с кривой комплектов  $y = x$  получим

$$x = 8 \quad k = 12 \cdot 8 = 96$$

Налоговые сборы:

$$3 \cdot P_x \cdot (8 - 4) = 36$$

### Критерии:

(а):

- **2 балла** — корректно реализована идея построения множества торговых возможностей;
- **1 балл** — корректно вычислено количество произведенного товара  $x$ ;
- **1 балл** — корректно вычислено количество комплектов;

(б):

- **3 балла** — корректно реализована идея построения множества торговых возможностей в условиях пошлины;
- **1 балл** — корректно вычислено новое количество комплектов и налоговые сборы;

(в):

- **5 баллов** — корректно получена система уравнений для кривой торговых возможностей, по 1 баллу за каждый участок с ограничением;
- **2 балла** — корректно вычислено новое количество комплектов и налоговые сборы.

### 3. «Интервью с CFO»

*В 2023–2024 годах в России наблюдался всплеск компаний, которые впервые предлагали свои акции для покупки на бирже (IPO): после провала рынка в 2022 году число новых размещений заметно выросло, и на биржу стали активно выходить компании из разных отраслей.*

*Этот подъём происходил на фоне высоких процентных ставок в экономике: кредиты для бизнеса стали дорогими, поэтому для многих компаний выпуск акций стал более привлекательным источником финансирования роста, чем заёмные средства. Однако проведение IPO имеет свои плюсы и минусы. С одной стороны, компания получает деньги без необходимости их возвращать и без обязательств по выплатам. С другой, после IPO часть акций компании переходит к новым акционерам, которые могут влиять на её решения и претендуют на часть прибыли.*

*Бум IPO был во многом вызван интересом со стороны частных инвесторов — обычных людей, которые вкладывают свои сбережения в акции, часто в небольших объёмах по сравнению с крупными институциональными инвесторами: банками, фондами, страховыми компаниями и прочими. Розничные инвесторы особенно интересовались технологическими и быстрорастущими компаниями, ожидая от них высоких доходов в будущем. В результате IT и сервисные бизнесы стали лидерами среди новых IPO, хотя раньше российские размещения были гораздо более концентрированы в сырьевых отраслях.*

*Однако не все новые акции приносили высокую прибыль. Были компании, чьи акции после выхода на биржу показывали слабый рост или даже падали в цене. Это напоминает, что участие в IPO связано с риском: не все новые акции оказываются успешными, и инвесторам важно оценивать качество бизнеса, а не только общий интерес к ним.*

В рамках этого задания вы оказываетесь в роли финансового директора (CFO) компании «Сероголубой ломбард». Ниже приведены сведения о компании «Сероголубой ломбард», её опыте использования долгового финансирования и планах развития. Ответьте на вопросы задачи так, как будто вы готовите аргументированное объяснение своих действий и выбора финансовой стратегии для потенциальных инвесторов. Помните, что финансовый директор также заинтересован в выгодном привлечении средств.

*К 2024 году «Сероголубой ломбард» стал лидером ломбардной отрасли в своём регионе. Это большая сеть, которая уже давно работает и хорошо зарекомендовала себя. В последние годы компания стала зарабатывать больше и работает эффективнее. Группа готовит консолидированную отчётность по международным стандартам и проходит аудиторскую проверку, что повышает доверие со стороны инвесторов и кредиторов. Итоговые результаты за последний отчётный год будут официально раскрыты позже, но предварительная динамика оценивается менеджментом как положительная.*

*Компания уже имеет опыт работы на долговом рынке: размещала несколько выпусков облигаций, часть которых успешно погашена, а новые выпуски используются для финансирования развития ключевых направлений. Кроме того, «Сероголубой ломбард» протестировал выпуск цифровых финансовых активов на специализированной платформе, что демонстрирует готовность использовать новые финансовые инструменты.*

*Компания планирует и дальше развивать бизнес, в том числе направления перепродажи залогового имущества, а также оптовой скупки и переработки драгоценных металлов. Для реализации этих планов ей требуется доступ к капиталу, и руководство рассматривает выход на IPO, выпуск облигаций или цифровых инструментов как набор альтернатив, между которыми нужно делать осознанный выбор с учётом рыночной конъюнктуры и интересов акционеров.*

**(а) (3 балла)** Какие причины побудили компанию к осуществлению первичного размещения акций (IPO)? Назовите 2 причины. *Если вы укажете больше двух причин, проверяться будут первые две.*

**(б) (3 балла)** Какие факторы инвестиционной привлекательности компании можно выделить? Назовите 2 фактора. *Если вы укажете больше факторов, будут проверены только первые два.*

**(в) (6 балла)** Значительная часть спроса на IPO в последние годы формируется розничными инвесторами. Какие возможности и риски это создаёт для компаний? Назовите ровно 2 возможности и 2 причины; *Если вы укажете больше возможностей или причины, будут проверены только первые две возможности и первые две причины.*

**(г) (3 балла)** Как статус «первой публичной компании ломбардной отрасли» влияет на оценку рисков и потенциальной доходности для инвесторов? Укажите, в какую сторону изменяются оценка риска и ожидаемая доходность, и кратко обоснуйте ответ.

**Решение:**

**а) Причины, побудившие компанию к IPO:**

- 1. Высокая стоимость долгового финансирования.** В условиях высоких процентных ставок в России в 2023–2024 гг. заёмное финансирование (кредиты, облигации) стало дорогим. Компания уже имеет опыт размещения облигаций, и дальнейшее наращивание долга при высоких ставках увеличивает процентные расходы и финансовый риск. IPO позволяет привлечь капитал без процентных обязательств и без необходимости возврата средств, что снижает долговую нагрузку.
- 2. Потребность в капитале для реализации стратегии роста.** Компания планирует развивать новые направления — перепродажу залогового имущества и оптовую скупку/переработку драгоценных металлов. Эти направления требуют значительных вложений, и акционерный капитал, привлечённый через IPO, является подходящим источником для финансирования долгосрочных инвестиций в расширение бизнеса.

**б) Факторы инвестиционной привлекательности компании:**

- 1. Лидерство в отрасли и зрелость бизнеса.** Компания является лидером ломбардной отрасли в своём регионе, имеет длительную историю работы, демонстрирует рост выручки и повышение операционной эффективности. Это снижает риски для инвесторов по сравнению с вложением в молодые и непроверенные компании.
- 2. Прозрачность и качество отчётности.** Компания готовит консолидированную отчётность по МСФО и проходит аудиторскую проверку. Это обеспечивает

высокий уровень раскрытия информации и доверия со стороны инвесторов, что является важным фактором при принятии инвестиционных решений.

**в) Возможности, создаваемые высокой долей розничных инвесторов:**

1. **Широкая база спроса и успешное размещение.** Большое количество розничных инвесторов формирует значительный совокупный спрос на акции при IPO. Это повышает вероятность полной подписки на выпуск и позволяет компании разместить акции по более высокой цене (то есть привлечь больше капитала при меньшем размытии доли).
2. **Распылённая структура собственности.** Розничные инвесторы, как правило, владеют небольшими пакетами акций. Это означает, что после IPO ни один из новых миноритариев не получает значительного влияния на управление компанией, и контроль остаётся у текущих собственников/менеджмента.

**Риски, связанные с высокой долей розничных инвесторов:**

1. **Повышенная волатильность акций после IPO.** Розничные инвесторы в среднем более подвержены эмоциональным и спекулятивным решениям, чем институциональные. Это может приводить к резким колебаниям цены акций, что создаёт репутационные риски для компании и затрудняет проведение будущих размещений (SPO) или привлечение капитала на выгодных условиях.
2. **Риск завышенных ожиданий и последующего разочарования.** Розничные инвесторы часто ориентируются на «хайп» и ожидания быстрого роста. Если финансовые результаты компании после IPO не оправдают завышенных ожиданий, это может привести к массовым распродажам, падению цены акций и негативно-му информационному фону вокруг компании.

г) Статус «первой публичной компании ломбардной отрасли» одновременно **повышает** и оценку риска, и ожидаемую доходность для инвесторов.

**Оценка риска возрастает**, поскольку у инвесторов отсутствуют публичные компании-аналоги в ломбардной отрасли, с которыми можно было бы сравнить финансовые показатели и мультипликаторы. Отсутствие бенчмарка затрудняет оценку справедливой стоимости акций и увеличивает неопределённость. Кроме того, инвесторы не имеют исторических данных о поведении акций ломбардных компаний на бирже, что само по себе является фактором риска.

**Ожидаемая доходность также возрастает:** согласно фундаментальному соотношению «риск–доходность», инвесторы потребуют более высокую ожидаемую доходность в качестве компенсации за повышенную неопределённость. Кроме того, статус пионера отрасли может обеспечить «премию первооткрывателя» — если компания успешно зарекомендует себя на бирже, она получит уникальное конкурентное преимущество и привлечёт дополнительный интерес инвесторов как единственный способ получить экспозицию на ломбардный сектор.

## Критерии:

### (а):

- За каждую корректную и обоснованную причину IPO — **2 балла** за первую причину и **1 балл** за вторую (максимум 2 причины).
- Причина должна опираться на информацию из условия задачи (высокие ставки, потребность в капитале для роста, снижение долговой нагрузки и т. п.) и содержать логическое обоснование, а не просто название.
- Причина без обоснования или пояснения — **0 баллов**.

### (б):

- За каждый корректный и обоснованный фактор инвестиционной привлекательности — **2 балла** за первый фактор и **1 балл** за второй (максимум 2 фактора).
- Фактор должен быть подкреплён конкретными сведениями из условия (лидерство, МСФО, аудит, опыт на долговом рынке, положительная динамика и т. п.).
- Фактор без обоснования или пояснения — **0 баллов**.

### (в):

- За каждую корректную и обоснованную возможность — **2 балла** за первую и **1 балл** за вторую (максимум 2 возможности).
- За каждый корректный и обоснованный риск — **2 балла** за первый и **1 балл** за второй (максимум 2 риска)
- Возможность/риск без обоснования или пояснения — **0 баллов**.
- Ответ должен быть привязан именно к специфике розничных инвесторов (а не к IPO в целом).

### (г):

- Верное указание направления изменения оценки риска (повышается) и указание направления изменения ожидаемой доходности (повышается) — **1 балл**.
- Обоснование изменения оценки риска (отсутствие аналогов, неопределённость оценки) — **1 балл**.
- Обоснование изменения ожидаемой доходности (компенсация за риск, премия первопроходца) — **1 балл**.

#### 4. «Кофейный монополист»

Вы — единственный поставщик элитного кофе в городе и продаёте его в двух точках: в модном кафе в центре и в небольшом магазине на окраине.

Спрос в кафе в центре:

$$P_1 = 36 - Q_1.$$

Спрос в магазине на окраине:

$$P_2 = 24 - Q_2.$$

Здесь  $Q_1$  и  $Q_2$  — объёмы продаж в пакетах кофе в кафе и магазине соответственно, а цены  $P_1, P_2$  измеряются в условных единицах за один пакет. Общий объём продаж:

$$Q = Q_1 + Q_2.$$

Издержки на закупку и доставку:

$$TC = 6Q.$$

Есть техническая особенность поставок в магазин. Кофе привозят коробками только трёх типов: на 4, 10 или 12 пакетов. Поэтому объём продаж в магазине  $Q_2$  должен быть равен сумме размеров выбранных коробок (например, можно поставить  $4 + 10 = 14$  пакетов или  $12 + 12 = 24$  пакета). Иными словами, в магазине нельзя выбрать произвольный объём: он должен соответствовать доступной комбинации коробок.

В кафе такого ограничения нет:  $Q_1$  может быть любым неотрицательным числом.

Во всех пунктах продаётся ровно объём спроса по установленной цене. Продавать меньше или закупать больше величины спроса нельзя.

**(а) (8 баллов)** Из-за требований антимонопольной службы вы обязаны устанавливать одинаковую цену в обеих точках. То есть

$$P_1 = P_2 = p.$$

Какую цену  $p$  следует установить для максимизации прибыли? Если вам безразлично, то вы выбираете наибольшую цену.

**(б) (7 баллов)** Теперь ограничения сняты, и вы можете назначать разные цены в кафе и в магазине. Какие цены следует установить для максимизации прибыли?

**Решение:**

Заметим, что перебором вариантов можно получить, что:

$$Q_2 \in \{0, 4, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, \dots\}.$$

**(а):** При  $P_1 = P_2 = p$  объёмы спроса равны:

$$Q_1 = 36 - p, \quad Q_2 = 24 - p \quad (\text{при } p \leq 24).$$

Совокупный объём  $Q = 60 - 2p$ . Прибыль:

$$\pi = p \cdot Q - 6Q = (p - 6)(60 - 2p) = 2(p - 6)(30 - p).$$

Без ограничений на  $Q_2$  оптимум достигается при  $p^* = 18$ , что даёт  $Q_2 = 6$ . Однако  $Q_2 = 6$  **недостижимо** при имеющихся коробках.

Поэтому перебираем допустимые значения  $Q_2$  и соответствующие им цены  $p = 24 - Q_2$ :

$Q_2$	$p$	$Q_1$	$Q = Q_1 + Q_2$	$\pi = 2(p - 6)(30 - p)$
0	24	12	12	216
4	20	16	20	<b>280</b>
8	16	20	28	<b>280</b>
10	14	22	32	256
12	12	24	36	216
14	10	26	40	160

Максимальная прибыль  $\pi = 280$  достигается при  $p = 20$  и  $p = 16$ . По условию, при безразличии выбираем наибольшую цену.

Ответ:  $p = 20$ ,  $\pi = 280$ ., При этом  $Q_1 = 16$ ,  $Q_2 = 4$  (одна коробка на 4 пакета).

**(б):** Теперь монополист максимизирует прибыль на каждом рынке отдельно. Заметим, что:

$$\pi = (36 - Q_1)Q_1 + (24 - Q_2)Q_2 - 6(Q_1 + Q_2) = (36 - Q_1)Q_1 - 6Q_1 + (24 - Q_2)Q_2 - 6Q_2 = \pi_1 + \pi_2.$$

То есть можно считать, что монополист максимизирует прибыль отдельно на двух рынках.

**Кафе (без ограничений на  $Q_1$ ):**

$$\pi_1 = (36 - Q_1 - 6)Q_1 = (30 - Q_1)Q_1.$$

Это парабола ветвями вниз, оптимум достигается в вершине:  $Q_1^* = 15$ , то есть  $P_1^* = 21$ ,  $\pi_1 = 225$ .

**Магазин (с ограничением на  $Q_2$ ):**

$$\pi_2 = (24 - Q_2 - 6)Q_2 = (18 - Q_2)Q_2.$$

Это парабола ветвями вниз, оптимум достигается в вершине:  $Q_2^* = 9$ . Но 9 — нечётное число, а  $Q_2$  должно быть чётным. Проверяем ближайшие допустимые значения:

$$Q_2 = 8 : \quad \pi_2 = (18 - 8) \cdot 8 = 80, \quad P_2 = 16;$$

$$Q_2 = 10 : \quad \pi_2 = (18 - 10) \cdot 10 = 80, \quad P_2 = 14.$$

Прибыль одинакова, при безразличии выбираем большую цену.

Ответ:  $P_1 = 21$ ,  $P_2 = 16$ ,  $\pi = 225 + 80 = 305$ ., при этом  $Q_1 = 15$ ,  $Q_2 = 8$  (две коробки по 4 пакета).

**Критерии:**

**(а):**

- Верно записана функция прибыли при единой цене — **2 балла**.
- Найден «идеальный» оптимум  $p = 18$  и обнаружено, что  $Q_2 = 6$  недопустимо — **2 балла**.
- Проведён корректный перебор допустимых значений  $Q_2$  (или  $p$ ) с учётом ограничения на коробки — **2 балла**.

- Верно полученный ответ  $p = 20$ ,  $\pi = 280$  (с учётом правила выбора наибольшей цены) — **2 балла**.

(б):

- Корректная оптимизация на рынке кафе:  $Q_1 = 15$ ,  $P_1 = 21$ ,  $\pi_1 = 225$  — **2 балла**.
- Нахождение «идеального» оптимума  $Q_2 = 9$  на рынке магазина и указание на его недопустимость — **2 балла**.
- Корректный перебор ближайших допустимых значений  $Q_2 = 8$  и  $Q_2 = 10$  — **1 балл**.
- Верно полученный итоговый ответ:  $P_2 = 16$ , суммарная прибыль  $\pi = 305$  — **2 балла**.