

Муниципальный этап XXVII Всероссийской олимпиады школьников по астрономии в Московской области

Лист справочных данных

Физические характеристики Солнца и планет

Объект	Масса		Радиус		Плотность	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты	Геометрическое альбедо	Вид. Звездная величина *
	кг	Массы Земли	км	Радиусы Земли					
Солнце	$1.99 \cdot 10^{30}$	332946	697000	109.3	1.41	25.380 сут	75.2	—	-26.8
Меркурий	$3.30 \cdot 10^{23}$	0.05271	2439.7	0.3825	5.42	58.646 сут	0.00	0.1	-0.1
Венера	$4.87 \cdot 10^{24}$	0.81476	6051.8	0.9488	5.20	243.019 сут **	177.36	0.65	-4.4
Земля	$5.97 \cdot 10^{24}$	1.00000	6378.1	1.0000	5.52	23.934 часа	23.45	0.37	—
Марс	$6.42 \cdot 10^{23}$	0.10745	3397.2	0.5326	3.93	24.623 часа	25.19	0.15	-2.0
Церера	$9.39 \cdot 10^{20}$	0.00016	463	0.0726	2.16	9.074 часа	3.00	0.09	6.8
Юпитер	$1.90 \cdot 10^{27}$	317.94	71492	11.209	1.33	9.924 часа	3.13	0.52	-2.7
Сатурн	$5.68 \cdot 10^{26}$	95.181	60268	9.4494	0.69	10.656 часа	25.33	0.47	0.4
Уран	$8.68 \cdot 10^{25}$	14.535	25559	4.0073	1.32	17.24 часа **	97.86	0.51	5.7
Нептун	$1.02 \cdot 10^{26}$	17.135	24746	3.8799	1.64	16.11 часа	28.31	0.41	7.8
Плутон	$1.30 \cdot 10^{22}$	0.00218	1183.1	0.1855	1.86	6.387 сут **	119.6	0.60	13.8

Характеристики орбит планет

Планета	Большая полуось		Эксцентри- ситет	Наклон к плоскости эклиптики	Период об- ращения	Sинодиче- ский пе- риод
	млн. км	а.е.				сут
Меркурий	57.9	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	108.2	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	149.6	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	—
Марс	227.9	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Церера	413.8	2.7653	0.0793	10.585	4.6 лет	466.7
Юпитер	778.3	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	1429.4	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	2871.0	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	4504.3	30.0611	0.0097	1.774	165.79 лет	367.5
Плутон	5906.2	39.4821	0.2488	17.14	247.92 лет	366.7

Основные физические и астрономические постоянные

Гравитационная постоянная	$G = 6.672 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}$
Скорость света в вакууме	$c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Астрономическая единица	$1 \text{ а.е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
Парсек	$1 \text{ парсек} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$
Постоянная Хаббла	$H = 68 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}}$

Муниципальный этап XXVII Всероссийской олимпиады школьников по астрономии в Московской области

10 класс

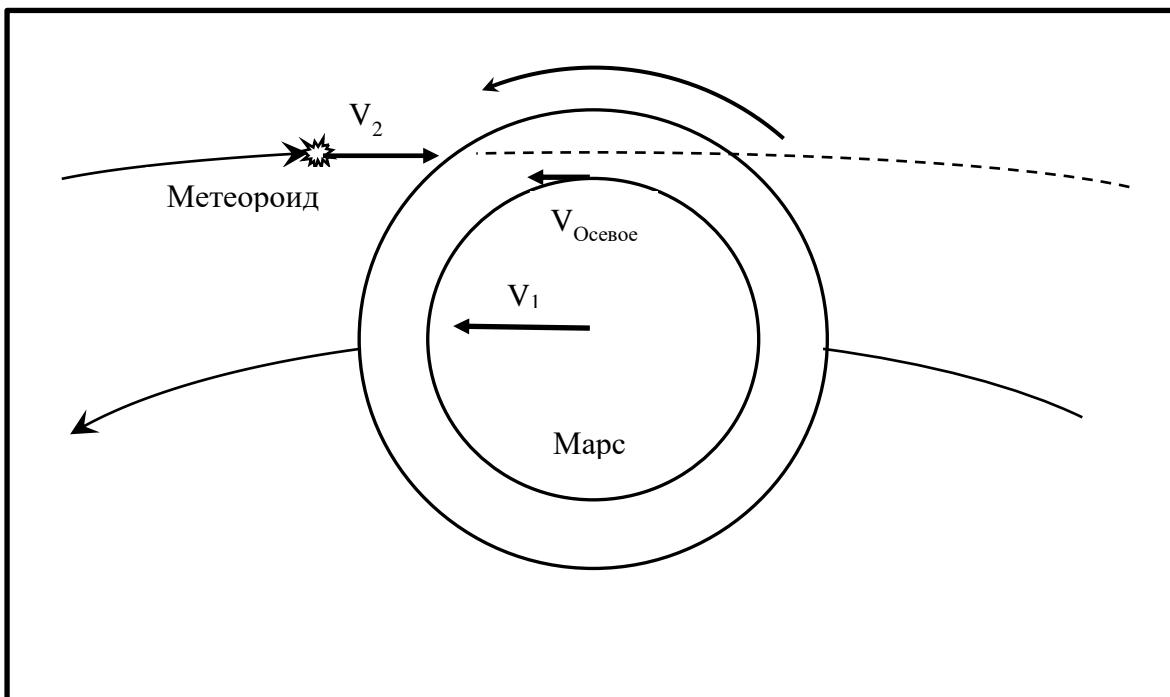
Задача №1. Определите максимально возможную скорость столкновения метеороида принадлежащего Солнечной системе с Марсом? В какое время суток — это может произойти? Радиус Марса составляет половину радиуса Земли, а сутки делятся на 30 минут больше, чем на Земле. Орбиту Марса считать круговой. Масса Солнца $2 \cdot 10^{30}$ кг.

Решение. Представим, что метеороид висит неподвижно относительно Солнца и на него налетает планета Марс. Тогда скорость входа его в атмосферу Марса будет равна скорости движения Марса по орбите вокруг Солнца. Но такая скорость очевидно не является максимальной.

Метеороид так же должен двигаться вокруг Солнца. Он может вращаться по круговой орбите и наибольшую скорость будет иметь, если будет двигаться навстречу Марсу. А скорость его будет равна скорости Марса, чтобы он находился на орбите вокруг Солнца, и равна первой космической для Солнца на данном расстоянии от него. Т.е. равна удвоенной скорости Марса. Но и такая скорость не будет максимальной.

Метеороид, летящий навстречу может иметь скорость больше круговой. Максимальная его скорость может быть близкой ко второй космической для расстояния Марса для Солнца.

И последний маленький этап, если мы на Марсе находимся, то вращаемся вокруг оси Марса и скорость осевого вращения так же может быть прибавлена, если наша точка наблюдения находится с противоположной от Солнца стороны, когда вектор осевой скорости направлен в сторону движения



Марса по орбите. Максимальная такая скорость будет на экваторе планеты в местную полночь и до восхода Солнца, такие метеороиды будут наблюдаться в пункте наблюдения.

Для решения необходимо посчитать первую и вторую космическую скорости для Солнца на расстоянии Марса и скорость его осевого вращения на экваторе:

$$V_I = \sqrt{\frac{GM_{\text{Солнца}}}{a_{\text{Марса}}}} = \sqrt{\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{1.52 \cdot 1.5 \cdot 10^{11}}} \approx 24.2 \frac{\text{км}}{\text{сек}}$$

Муниципальный этап XXVII Всероссийской олимпиады школьников по астрономии в Московской области

$$V_{II} = \sqrt{\frac{2GM_{Солнца}}{a_{Марса}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{1.52 \cdot 1.5 \cdot 10^{11}}} \approx 34.2 \frac{\text{км}}{\text{сек}}$$

$$V_{\text{вращения}} = \frac{2\pi R_{\text{Марса}}}{P_{\text{Марса}}} = \frac{2\pi \cdot 3200}{24.5 \cdot 3600} \approx 0.23 \frac{\text{км}}{\text{сек}}$$

Итоговая скорость метеороида при входе в атмосферу Марса будет:

$$V_{\text{Метеороида в атмосфере}} = V_I + V_{II} + V_{\text{Вращения}} = 24.2 + 34.2 + 0.23 \approx 58.6 \frac{\text{км}}{\text{сек}}$$

Высчитывать увеличение скорости за счет того, что тело ускоряется в поле тяжести Марса не обязательно. Его нахождение не поощряется, но и не наказывается.

Ответ Максимальная скорость метеороида будет: $V_{\text{Метеороида в атмосфере}} = 58.6 \frac{\text{км}}{\text{сек}}$. Наблюдаться такие метеороиды будут с полуночи и до утра.

Разбалловка. Корректное описание модели: метеороид летит навстречу Марсу по почти параболической траектории и учет линейной скорости вращения Марса – до 2 баллов (Модель, в которой тело летит навстречу Марсу, со скоростью вращения Марса вокруг Солнца с учетом линейной скорости вращения Марса – 1 балл, без линейной скорости вращения Марса – 1 балл)

Корректный расчёт скорости вращения Марса вокруг Солнца – 1 балл

Корректный расчет второй космической скорости на орбите Марса для объекта, вращающегося вокруг Солнца – 1 балл

Расчет линейной скорости вращения Марса на экваторе – 1 балл

Корректный расчет скорости попадания метеороида в атмосферу Марса в рамках модели ученика – 1 балл.

Запись итогового ответа $58.6 \frac{\text{км}}{\text{сек}}$ (допустимая ошибка ± 4 км/сек) – 1 балл. В случае неправильной модели явления этот балл не выставляется.

Правильное определение времени суток от полуночи до утра – 1 балл

Итого за задачу 8 баллов

Задача №2. В день великого противостояния Марса (большая полуось орбиты 1.52 а.е.) на диске Солнца, в самом центре, земной наблюдатель обнаружил угловым размером $10''$, под каким углом это пятно видно с Марса? И каковы его линейные размеры на поверхности Солнца (Радиус Солнца 690000 км.)? Орбиту Земли считать круговой, эксцентриситет орбиты Марса составляет $e=0.093$. При расчетах необходимо учитывать эллиптичность орбиты Марса.

Решение. Для решения необходимо понять описанную ситуацию и положение всех объектов. Поскольку происходит великое противостояние Марса, то Земля расположена между Солнцем и Марсом на одной прямой. Причем расстояние от Марса до Солнца должно быть минимальным т.е. Марс должен находиться в перигелии своей орбиты.

$$q_{\text{Марса}} = a_{\text{Марса}}(1 - e)$$

Угловой размер любого объекта в радианах есть отношение его поперечника к расстоянию до него.

$$\alpha = 206265'' \cdot \frac{D}{L} \Rightarrow \alpha_{\text{пятна}} = 206265'' \cdot \frac{D_{\text{пятна}}}{a_{\oplus}}$$

Рассчитаем линейный размер пятна на Солнце:

Муниципальный этап XXVII Всероссийской олимпиады школьников по астрономии в Московской области

$$\alpha_{\text{пятна}} = 206265'' \cdot \frac{D_{\text{пятна}}}{a_{\oplus}} \Rightarrow D_{\text{пятна}} = \frac{\alpha_{\text{пятна}}}{206265''} \cdot a_{\oplus} = \frac{10''}{206265''} \cdot 1.5 \cdot 10^8 \text{ км} \approx 7272 \approx 7300 \text{ км}$$

(Так же возможно и верно использование приближенного значения числа угловых секунд в 1 радиане - $200000''$) Найдем угловой размер пятна на Марсе, через сравнение угловых размеров пятна, видимого на Марсе и пятна видимого на Земле:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha_{\text{на Земле}}}{\alpha_{\text{на Марсе}}} &= \frac{\frac{206265'' \cdot D_{\text{пятна}}}{a_{\oplus}}}{\frac{206265'' \cdot D_{\text{пятна}}}{a_{\text{Марса}}(1-e)}} = \frac{a_{\text{Марса}}(1-e)}{a_{\oplus}} = \frac{1.52(1-0.093)}{1} = 1.38 \Rightarrow \alpha_{\text{на Марсе}} \\ &= \frac{\alpha_{\text{на Земле}}}{1.38} = \frac{10''}{1.38} \approx 7.2'' \end{aligned}$$

Ответ: Угловой размер пятна видимый с Марса – $7.2''$, линейный размер пятна около 7300 км

Разбалловка. Формула углового размера – 1 балл

Правильно применена формула расчета углового размера, расчет линейного размера пятна из углового размера пятна, видимого с Земли или Марса – 2 балла

Корректный учет эксцентриситета орбиты Марса с пониманием того, что марс находится в перигелии орбиты – 2 балла

Расчет углового размера пятна на Марсе, прямой или через сравнение с угловым размером пятна видимого с Земли – 2 балла.

Запись итогового ответа - Угловой размер пятна видимый с Марса – $7.2''$, линейный размер пятна около 7300 км – 1 балл.

Итого: за задачу 8 баллов

Задача №3. Абсолютные звездные величины компонент Альфы Центавры А и В составляют 4.38^m и 5.71^m соответственно. Чему равна звездная величина этой двойной системы при наблюдении с 1 кпк? Межзвездное поглощение не учитывать.

Решение. Определим суммарную абсолютную звездную величину системы:

$$\begin{aligned} \frac{E_{\Sigma}}{E_A} &= 10^{0.4(M_A-M_{\Sigma})} \quad \frac{E_{\Sigma}}{E_A} = \frac{E_A + E_B}{E_A} = 1 + \frac{E_B}{E_A} = 1 + 10^{0.4(M_A-M_B)} = 10^{0.4(M_A-M_{\Sigma})} \Rightarrow 1 + 10^{0.4(M_A-M_B)} \\ &= 10^{0.4(M_A-M_{\Sigma})} \end{aligned}$$

Возьмём логарифм от обеих частей уравнения

$$\begin{aligned} 1 + 10^{0.4(M_A-M_B)} &= 10^{0.4(M_A-M_{\Sigma})} \Rightarrow \lg(1 + 10^{0.4(M_A-M_B)}) = \lg(10^{0.4(M_A-M_{\Sigma})}) \Rightarrow 0.4(M_A - M_{\Sigma}) \\ &= \lg(1 + 10^{0.4(M_A-M_B)}) \Rightarrow M_A - M_{\Sigma} = 2.5 \cdot \lg(1 + 10^{0.4(M_A-M_B)}) \Rightarrow M_{\Sigma} \\ &= M_A - 2.5 \cdot \lg(1 + 10^{0.4(M_A-M_B)}) = 4.38^m - 2.5 \cdot \lg(1 + 10^{0.4(4.38-5.71)}) \approx 4.1^m \end{aligned}$$

Теперь учтем то, что расстояние до системы 1 кпк = 1000 пк, а абсолютная звездная величина по определению звездная величина источника с 10 пк. Это значит, что звезды удаляются в 100 раз. Их свет ослабнет в 10000 раз. Т.е. источник ослабнет на 10^m . Проверим выводом и вычислениями:

$$\begin{aligned} E \sim \frac{1}{R^2} \Rightarrow \frac{E_{10 \text{ пк}}}{E_{1 \text{ кпк}}} &= \frac{\frac{L_{\Sigma}}{10^2}}{\frac{L_{\Sigma}}{1000^2}} = 10^{0.4(M_{1 \text{ кпк}}-M_{\Sigma})} \Rightarrow 10^4 = 10^{0.4(M_{1 \text{ кпк}}-M_{\Sigma})} \Rightarrow 4 = 0.4(M_{1 \text{ кпк}} - M_{\Sigma}) \Rightarrow 10^m \\ &= M_{1 \text{ кпк}} - M_{\Sigma} \Rightarrow M_{1 \text{ кпк}} = M_{\Sigma} + 10^m = 14.1^m \end{aligned}$$

Ответ: $M_{1 \text{ кпк}} = 14.1^m$

Муниципальный этап XXVII Всероссийской олимпиады школьников по астрономии в Московской области

Использование и знание того факта, что расстояние для абсолютной звездной величины 10 пк – 1 балл

Наличие формулы Погсона и верное ее использование для подсчета суммарной звездной величины – до 2 баллов

Наличие и верное использование основного закона фотометрии – $E \sim \frac{1}{R^2}$ – до 2 баллов

Правильный итоговый подсчет через формулу Погсона или через определение звездной величины – 100 раз - 5^m, 40 раз - 4^m, 16 раз – 3^m, 6.25 – 2^m и 2,512 – 1^m величины ослабления – до 2 баллов

Запись итогового ответа без ошибок – 1 балл

Итого за задачу 8 баллов

Задача №4. На некоторой планете сферической формы длина экватора и тропика относятся также, как и длины тропика и полярного круга. Определите максимально возможную высоту над горизонтом одиночной центральной звезды на полярном круге этой планеты в дни солнцестояний. Угловыми размерами центральной звезды и рефракцией пренебречь.

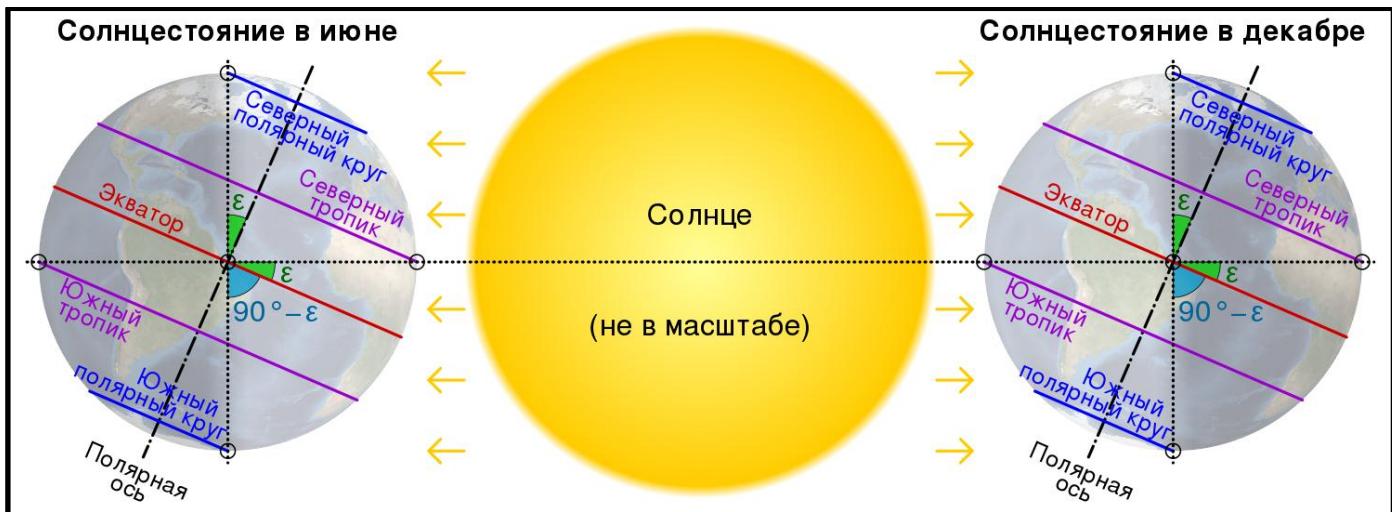
Решение. Взглянув на глобус любой планеты, например, Земли, мы увидим, что длины кругов широт- параллелей разные и зависят от широты. Максимальной будет длина экватора и с увеличением модуля широты она будет уменьшаться. Длины параллелей на планете зависят от широты места. Выразим это в виде выражения:

$$L_\varphi = 2\pi R_{\text{планеты}} \cos \varphi$$

Далее вспомним, что широта полярного круга и тропика, зависят только от угла между плоскостями экватора планеты и плоскостью ее орбиты – ε :

$$\varphi_{\text{тропика}} = \varepsilon, \varphi_{\text{Полярного круга}} = 90^\circ - \varepsilon$$

Вот как это происходит на Земле



По условию задачи длина экватора и тропика относятся также, как и длины тропика и полярного круга. Решение в общем виде получается через отношение длин тропика и полярного круга на планете:

$$\frac{L_{\text{экватора}}}{L_{\text{тропика}}} = \frac{L_{\text{тропика}}}{L_{\text{полярного круга}}} \Rightarrow \frac{2\pi R_{\text{планеты}} \cos 0^\circ}{2\pi R_{\text{планеты}} \cos \varepsilon} = \frac{2\pi R_{\text{планеты}} \cos \varepsilon}{2\pi R_{\text{планеты}} \cos(90^\circ - \varepsilon)} \Rightarrow \frac{1}{\cos \varepsilon} = \frac{\cos \varepsilon}{\sin \varepsilon} \Rightarrow \cos^2 \varepsilon = \sin \varepsilon \Rightarrow \sin^2 \varepsilon +$$

$\sin \varepsilon - 1 = 0$ Проведем следующую замену и решим получившееся квадратное уравнение:

Муниципальный этап XXVII Всероссийской олимпиады школьников по астрономии в Московской области

$$\sin \varepsilon = x \Rightarrow x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1.62 \\ x_2 = 0.62 \end{cases}$$

Из решения подходит только положительный корень, после этого вычислим угол, соответствующий найденному корню:

$$\sin \varepsilon = x_2 \Rightarrow \varepsilon = \arcsin(x_2) = \arcsin(0.62) \approx 38.3^\circ$$

Рассчитаем максимальную высоту местного светила на широте полярного круга в дни солнцестояний. В день летнего солнцестояния в момент верхней кульминации будет равно:

$$h_{\text{в.к.}} = 90^\circ - \varphi_{\text{Полярного круга}} + \delta_\odot = 90^\circ - 90^\circ + \varepsilon + \varepsilon = 2\varepsilon = 76.6^\circ$$

В день зимнего солнцестояния в момент верхней кульминации будет равно:

$$h_{\text{в.к.}} = 90^\circ - \varphi_{\text{Полярного круга}} + \delta_\odot = 90^\circ - 90^\circ + \varepsilon - \varepsilon = 0^\circ$$

Ответ: максимальная высота на полярном круге будет в день летнего солнцестояния (в зависимости от полушария) и будет равна $h_{\text{в.к.}} = 76.6^\circ$ и зимнего $h_{\text{в.к.}} = 0^\circ$

Разбалловка. Указание того, что длина параллели зависит от широты – 1 балл

Указание того, что длина уменьшается от экватора к полюсам – 1 балл

Вывод квадратного уравнения из связи длин кругов из условия задачи – 1 балл

Решение этого уравнения и выбор правильного положительного корня – 1 балл

Правильное астрономическое определение тропика и полярного круга – 1 балл

Расчет угла между плоскостями экватора и эклиптики - $\varepsilon = 38.3^\circ$ - 1 балл

Обоснование и правильная формула высоты светила в день летнего и зимнего солнцестояний расчёт, и запись итогового ответа – 2 балла

Итого за задачу 8 баллов

Задача №5. Синодический период небесного тела составляет 400 дней определите большую полуось его орбиты и период его обращения вокруг Солнца. Может ли объект пересекать орбиту Земли?

Решение. Для решения данной задачи необходимо вспомнить формулу синодического периода:

$$\frac{1}{S_\Pi} = \frac{1}{T_\Pi} - \frac{1}{T_\oplus} \text{ для внутренних планет и } \frac{1}{S_\Pi} = \frac{1}{T_\oplus} - \frac{1}{T_\Pi} \text{ для внешних}$$

Отсюда получаем выражение для периода планеты:

$$\frac{1}{T_\Pi} = \frac{1}{S_\Pi} + \frac{1}{T_\oplus} \Rightarrow T_\Pi = \frac{S_\Pi T_\oplus}{S_\Pi + T_\oplus} = \frac{400 \cdot 365.25}{400 + 365.25} \approx 191 \text{ день для внутренней планеты}$$

$$\frac{1}{T_\Pi} = \frac{1}{T_\oplus} - \frac{1}{S_\Pi} \Rightarrow T_\Pi = \frac{S_\Pi T_\oplus}{S_\Pi - T_\oplus} = \frac{400 \cdot 365.25}{400 - 365.25} \approx 4204 \text{ дня} \approx 11.5 \text{ лет для внешней планеты}$$

Определим по 3-му закону Кеплера большие полуоси орбит небесных тел:

$$\frac{T_\Pi^2}{T_\oplus^2} = \frac{a_\Pi^3}{a_\oplus^3} \Rightarrow a_\Pi = a_\oplus \left(\frac{T_\Pi}{T_\oplus} \right)^{2/3} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = a_\oplus \left(\frac{T_\Pi}{T_\oplus} \right)^{2/3} = 1 \left(\frac{191}{365.25} \right)^{2/3} \approx 0.65 \text{ а. е.} \\ a_2 = a_\oplus \left(\frac{T_\Pi}{T_\oplus} \right)^{2/3} = 1 \left(\frac{11.5}{1} \right)^{2/3} \approx 5.1 \text{ а. е.} \end{cases}$$

Муниципальный этап XXVII Всероссийской олимпиады школьников по астрономии в Московской области

Поскольку форма орбиты может быть любой эллиптической, то в случае очень вытянутого эллипса:

$$Q = a(1 + e) \xrightarrow{e \rightarrow 1} Q \approx 2a \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = 2a_1 \approx 1.3 \text{ а.е.} \\ Q_2 = 2a_2 \approx 10.2 \text{ а.е.} \end{cases}$$

То есть оба небесных тела могут пересекать орбиту Земли. Возможно также определить граничный эксцентриситет, с которого небесное тело начнет пересекать орбиту Земли. Для первого тела - это будет при приближении к афелию, для второго к перигелию орбиты.

$$Q_1 > 1 \text{ а.е.} \Rightarrow a_1(1 + e_1) > 1 \Rightarrow e_1 > \frac{1 - a_1}{a_1} \Rightarrow e_1 > \frac{1 - 0.65}{0.65} \Rightarrow e_1 > 0.54$$

$$q_2 < 1 \text{ а.е.} \Rightarrow a_2(1 - e_2) < 1 \Rightarrow e_2 > \frac{a_2 - 1}{a_1} \Rightarrow e_2 > \frac{5.1 - 1}{5.1} \Rightarrow e_2 > 0.8$$

Ответ: Таких тела может быть два с большой полуосью меньше земной $a_1 = 0.65$ а.е. и периодом обращения $T_1 \approx 191$ день, и большей земной $a_2 = 5.1$ а.е и периодом обращения $T_2 \approx 11.5$ лет. Пересекать орбиту Земли могут оба этих тела в случае, если их орбиты представляют эллипсы со следующими эксцентриситетами: для тела с большой полуосью орбиты меньше земной $e_1 > 0.54$, и для тела с большой полуосью орбиты больше земной $e_2 > 0.8$

Разбалловка. Использование формулы синодического периода – 1 балл

Правильный расчет значений сидерического периода для планет – 2 балла

Корректное использование 3 закона Кеплера и расчет значения большой полуоси – 2 балла

Запись итогового ответа - с большой полуосью меньше земной $a_1 = 0.65$ а.е., и большей земной $a_2 = 5.1$ а.е – 2 балла

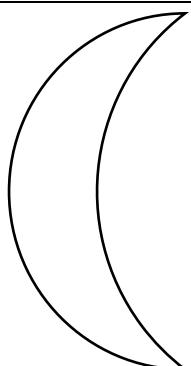
Вывод о пересечении орбиты Земли обоими этими телами. Для этого вывода необходимо обоснование. Достаточно сказать, что эллиптическая орбита может быть вытянутой и будет пересекать орбиты Земли (расчет эксцентриситета необходимого для этого не обязателен!) – 1 балл.

В случае, если рассматривается только внешняя или внутренняя планета, то за итоговый ответ ставится 1 балл, если он верен и за правильный расчет сидерического периода выставляется так же 1 балл из 2, если он верен. За использование 3-го закона Кеплера также 1 балл из 2. Т.е. Задача оценивается из 5 баллов.

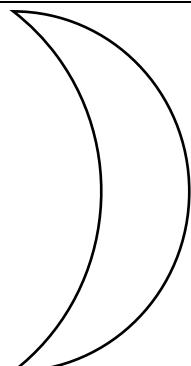
Итого за задачу 8 баллов

Задача №6. Перед вами 4 схематических изображений фаз Луны. Направление на север на каждом изображении сверху. Какие из них можно наблюдать сразу после захода Солнца, а какие нельзя? И почему? Определите значение фазы Луны для каждой картинки. Решение сопроводите поясняющими рисунками или схемами.

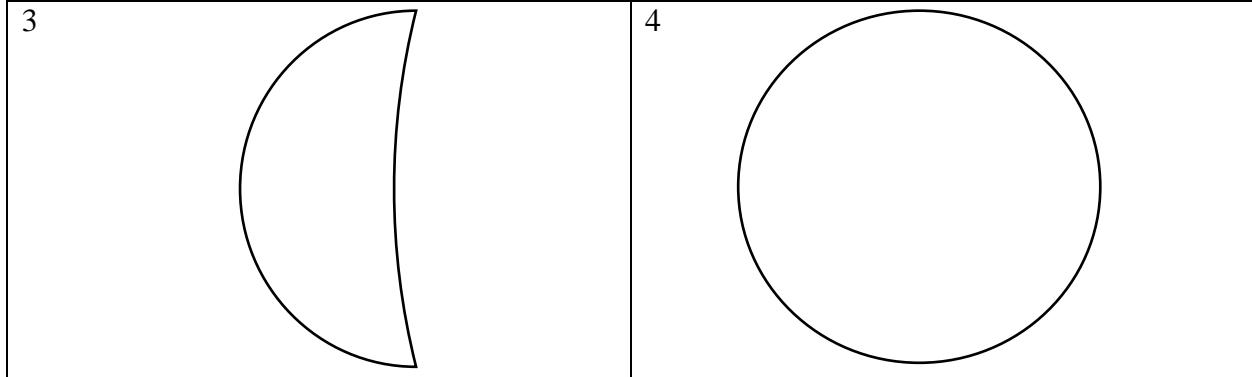
1



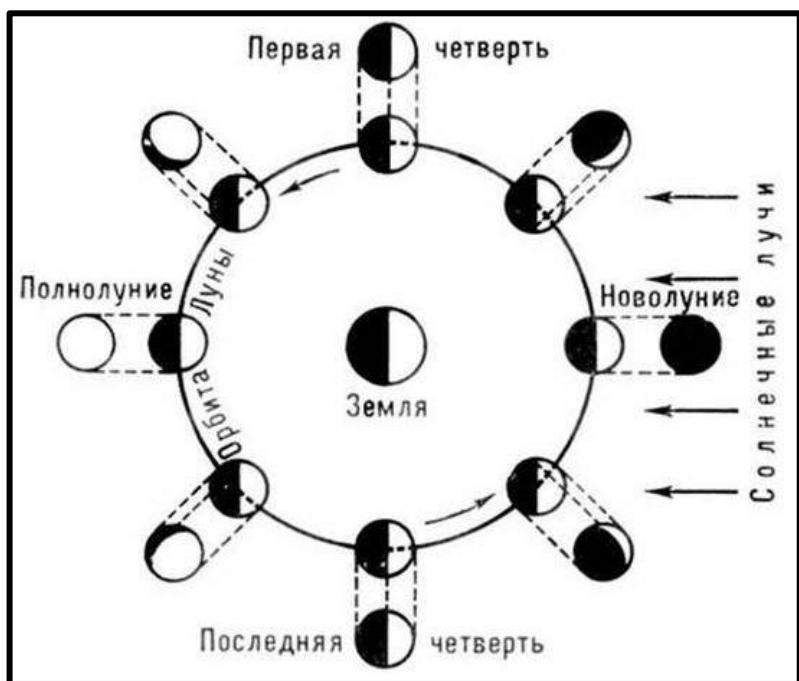
2



Муниципальный этап XXVII Всероссийской олимпиады школьников по астрономии в Московской области



Решение. Для решения данной задачи необходимо знание причин возникновения фаз Луны, которое можно объяснить следующим рисунком или схемой.



А так же, вспомнить определение геометрической фазы: что это отношение по направлению диаметра видимого диска освещенной его части к полной.

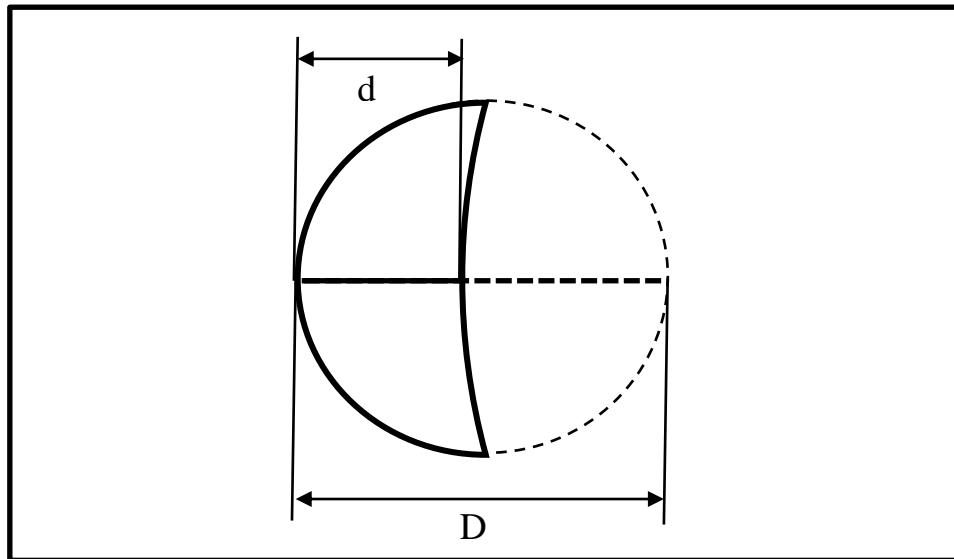
Разберем последовательно все ситуации, фазу измерим при помощи линейки и циркуля, определив при помощи линейки центр окружности Луны, дочертив ее не освещенную Солнцем часть. И измерив необходимые отрезки линейкой. $\Phi=d/D$, где d – размер освещенной части по экватору. D – размер всей Луны.

Рисунок №1 – это стареющая Луна. Расположена к западу от Солнца на небе. Так как направление на Солнце и на Луну меньше прямого угла, Луна расположена ближе к Солнцу в сторону движения Земли по орбите и видна перед восходом Солнца, а значит не могла быть видимой сразу после захода Солнца. $\Phi_1 = \frac{d_{\text{освещенной}}}{D_{\text{полный}}} = \frac{12 \text{ мм}}{48 \text{ мм}} = 0.25$

Рисунок №2 – это растущая Луна. Расположена к востоку от Солнца. Так как направление на Солнце и на Луну меньше прямого угла, Луна расположена ближе к Солнцу в сторону против движения Земли по орбите и видна после захода Солнца, а значит могла быть видимой сразу после захода Солнца. $\Phi_2 = \frac{d_{\text{освещенной}}}{D_{\text{полный}}} = \frac{12 \text{ мм}}{48 \text{ мм}} = 0.25$

Муниципальный этап XXVII Всероссийской олимпиады школьников по астрономии в Московской области

Рисунок №3 – Это стареющая Луна сразу после последней четверти. Луна расположена почти на орбите Земли по отношению к солнцу и угол между направлением на Солнце и Луну чуть меньше прямого. Такая Луна восходит сразу после истинной полночи. Следовательно, такая ситуация невозможна сразу после захода Солнца.



$$\Phi_3 = \frac{d_{\text{освещенной}}}{D_{\text{полный}}} = \frac{22 \text{ мм}}{48 \text{ мм}} = 0.46$$

Рисунок №4 – Это Луна в фазе полнолуния на небе она противоположна Солнцу. Следовательно, восходит одновременно с заходом Солнца. А значит, будет видна низко над горизонтом сразу после захода Солнца. $\Phi_4 = \frac{d_{\text{освещенной}}}{D_{\text{полный}}} = \frac{48 \text{ мм}}{48 \text{ мм}} = 1$

Ответ: Следовательно, могут наблюдаться сразу после захода Солнца рисунки №2 и №4, и не могут №1 и №3. $\Phi_1 = \Phi_2 = 0.25$, $\Phi_3 = 0.46$, $\Phi_4 = 1$

Альтернативное решение:

Солнце на западе. Луна светит отраженным солнечным светом, поэтому освещенная сторона Луны всегда повернута к Солнцу отсюда рисунки №1 и №3 не подходят, так как тогда Луна должна находится с другой стороны от Солнца и уже зашла бы за горизонт. Рисунок №2 подойдет, Солнце и Луна могут быть в таком положении. Рисунок №4 также подойдет, так как точка запада противоположна точка восхода, следовательно, если Солнце заходит, то Луна в полнолунии на востоке в этот момент восходит.

Ответ: следовательно, могут наблюдаться сразу после захода Солнца рисунки №2 и №4, и не могут №1 и №3.

Расчет фаз производится независимо от определения возможных ситуаций.

Разбалловка.

Название фаз Луны и пояснения к ним текстовые или в виде рисунка (схемы) положения Луны – 2 балла

Правильное указание возможных ситуаций – рисунки №2 и №4 – по 1 баллу, итого 2 балла

Объяснение почему рисунки №1 и №3 не могут наблюдаться – по 1 баллу итого 2 балла

Правильное определение значений фаз на рисунках – до 2 баллов. (0 баллов, если указано значение 1 фазы или все значения не верны, 1 балл если правильно указано значение 2 или 3 фаз, 2 балла, если – 4-х фаз)

Итого за задачу 8 баллов