

Муниципальный этап XXVII Всероссийской олимпиады школьников по астрономии в Московской области

Лист справочных данных

Физические характеристики Солнца и планет

Объект	Масса		Радиус		Плотность	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты	Геометрическое альбедо	Вид. Звездная величина *
	кг	Массы Земли	км	Радиусы Земли					
Солнце	$1.99 \cdot 10^{30}$	332946	697000	109.3	1.41	25.380 сут	75.2	—	-26.8
Меркурий	$3.30 \cdot 10^{23}$	0.05271	2439.7	0.3825	5.42	58.646 сут	0.00	0.1	-0.1
Венера	$4.87 \cdot 10^{24}$	0.81476	6051.8	0.9488	5.20	243.019 сут **	177.36	0.65	-4.4
Земля	$5.97 \cdot 10^{24}$	1.00000	6378.1	1.0000	5.52	23.934 часа	23.45	0.37	—
Марс	$6.42 \cdot 10^{23}$	0.10745	3397.2	0.5326	3.93	24.623 часа	25.19	0.15	-2.0
Церера	$9.39 \cdot 10^{20}$	0.00016	463	0.0726	2.16	9.074 часа	3.00	0.09	6.8
Юпитер	$1.90 \cdot 10^{27}$	317.94	71492	11.209	1.33	9.924 часа	3.13	0.52	-2.7
Сатурн	$5.68 \cdot 10^{26}$	95.181	60268	9.4494	0.69	10.656 часа	25.33	0.47	0.4
Уран	$8.68 \cdot 10^{25}$	14.535	25559	4.0073	1.32	17.24 часа **	97.86	0.51	5.7
Нептун	$1.02 \cdot 10^{26}$	17.135	24746	3.8799	1.64	16.11 часа	28.31	0.41	7.8
Плутон	$1.30 \cdot 10^{22}$	0.00218	1183.1	0.1855	1.86	6.387 сут **	119.6	0.60	13.8

Характеристики орбит планет

Планета	Большая полуось		Эксцентри- ситет	Наклон к плоскости эклиптики	Период об- ращения	Синодиче- ский пе- риод
	млн. км	а.е.				
Меркурий	57.9	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	108.2	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	149.6	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	—
Марс	227.9	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Церера	413.8	2.7653	0.0793	10.585	4.6 лет	466.7
Юпитер	778.3	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	1429.4	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	2871.0	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	4504.3	30.0611	0.0097	1.774	165.79 лет	367.5
Плутон	5906.2	39.4821	0.2488	17.14	247.92 лет	366.7

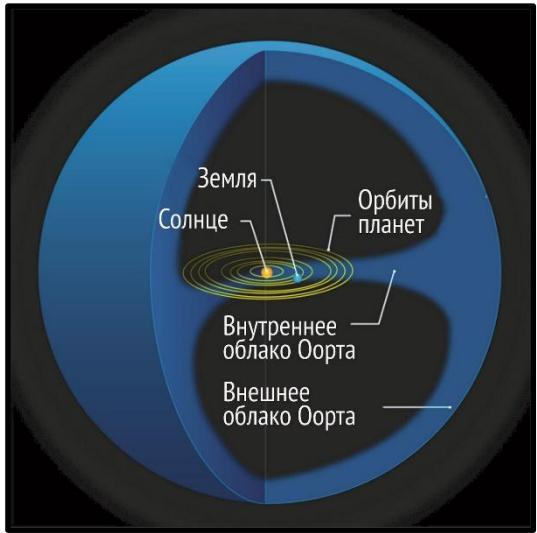
Основные физические и астрономические постоянные

Гравитационная постоянная	$G = 6.672 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}$
Скорость света в вакууме	$c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Астрономическая единица	$1 \text{ а.е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
Парсек	$1 \text{ парсек} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$
Постоянная Хаббла	$H = 68 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}}$

Муниципальный этап XXVII Всероссийской олимпиады школьников по астрономии в Московской области

8 класс

Задача №1. Планеты и астероиды двигаются вокруг Солнца в плоскостях близких к плоскости эклиптики, а плоскости орбит комет ориентированы случайным образом к плоскости эклиптики. Чем это обусловлено? Ответ сопроводите обоснованием.



Решение. Виной тому происхождение комет, они попадают в центральную часть Солнечной системы из облака Оорта, которое имеет форму сферы, следовательно, с любого направления. Что в результате приводит к любым возможным наклонениям орбит комет к плоскости эклиптики. Причина образования облака Оорта в том, что при рождении Солнца происходило сжатие протосолнечного облака, и поскольку оно вращалось, в центре образовался диск, ставший прародителем плоскости эклиптики. А дальние части стали облаком Оорта.

Разбалловка. Понимание того, что источником комет является сферическое кометное облако Оорта, следовательно, кометы могут прилетать с любого направления – 7 баллов.

Если написано, что облако комет сферической формы без названия, следовательно, кометы могут прилетать с любого направления, то выставляется 5 баллов из 7.

Если написано облако комет, резервуар комет и прочее, без указания формы, следовательно, кометы могут прилетать с любого направления то 4 балла из 7.

Если указано, что кометы прилетают с внешней части планетной системы –2 балла из 7.

Объяснение механизма образования солнечной системы из коллапсирующего облака, его сжатия и образования из его внешних частей облака Оорта.– 1 балл.

Итого: за задачу 8 баллов

Задача №2. В день великого противостояния Марса (большая полуось орбиты 1.52 а.е.) на диске Солнца, в самом центре, земной наблюдатель обнаружил угловым размером 10", под каким углом это пятно видно с Марса? И каковы его линейные размеры на поверхности Солнца (Радиус Солнца 690000 км.)? Орбиту Земли считать круговой, эксцентриситет орбиты Марса составляет $e=0.093$. При расчетах необходимо учитывать эллиптичность орбиты Марса.

Решение. Для решения необходимо понять описанную ситуацию и положение всех объектов. Поскольку происходит великое противостояние Марса, то Земля расположена между Солнцем и Марсом на одной прямой. Причем расстояние от Марса до Солнца должно быть минимальным т.е. Марс должен находиться в перигелии своей орбиты.

$$q_{\text{Марса}} = a_{\text{Марса}}(1 - e)$$

Угловой размер любого объекта в радианах есть отношение его поперечника к расстоянию до него.

$$\alpha = 206265'' \cdot \frac{D}{L} \Rightarrow \alpha_{\text{пятна}} = 206265'' \cdot \frac{D_{\text{пятна}}}{a_{\oplus}}$$

Рассчитаем линейный размер пятна на Солнце:

$$\alpha_{\text{пятна}} = 206265'' \cdot \frac{D_{\text{пятна}}}{a_{\oplus}} \Rightarrow D_{\text{пятна}} = \frac{\alpha_{\text{пятна}}}{206265''} \cdot a_{\oplus} = \frac{10''}{206265''} \cdot 1.5 \cdot 10^8 \text{ км} \approx 7272 \approx 7300 \text{ км}$$

Муниципальный этап XXVII Всероссийской олимпиады школьников по астрономии в Московской области

(Так же возможно и верно использование приближенного значения числа угловых секунд в 1 радиане - 200000") Найдем угловой размер пятна на Марсе, через сравнение угловых размеров пятна, видимого на Марсе и пятна видимого на Земле:

$$\frac{\alpha_{\text{на Земле}}}{\alpha_{\text{на Марсе}}} = \frac{206265'' \cdot \frac{D_{\text{пятна}}}{a_{\oplus}}}{206265'' \cdot \frac{D_{\text{пятна}}}{a_{\text{Марса}}(1-e)}} = \frac{a_{\text{Марса}}(1-e)}{a_{\oplus}} = \frac{1.52(1-0.093)}{1} = 1.38 \Rightarrow \alpha_{\text{на Марсе}}$$
$$= \frac{\alpha_{\text{на Земле}}}{1.38} = \frac{10''}{1.38} \approx 7.2''$$

Ответ: Угловой размер пятна видимый с Марса – 7.2", линейный размер пятна около 7300 км

Разбалловка. Формула углового размера – 1 балл

Правильно применена формула расчета углового размера, расчет линейного размера пятна из углового размера пятна, видимого с Земли или Марса – 2 балла

Корректный учет эксцентриситета орбиты Марса с пониманием того, что марс находится в перигелии орбиты – 2 балла

Расчет углового размера пятна на Марсе, прямой или через сравнение с угловым размером пятна видимого с Земли – 2 балла.

Запись итогового ответа - Угловой размер пятна видимый с Марса – 7.2", линейный размер пятна около 7300 км – 1 балл.

Итого: за задачу 8 баллов

Задача №3. На какой день недели попадет 1 февраля 2119 года, если 1 января 2019 года пришлось на вторник?

Решение. Определим на какой день недели пришелся 1 февраля 2019. В январе 31 день это 4 полных недели и 3 дня. Следовательно, $1+7 \times 4 = 29$ января так же было вторником, и 31 января было четвергом.

В обычном календарном году состоящем из 365 дней – это полных 52 недели и 1 день. В високосном календарном году будет 52 полных недели и 2 дня.

Далее. Между 2119 и 2019 годами. Ровно 100 лет. В столетие бывает $100/4 - 1 = 24$ високосных года и 76 обычных. Следовательно, при подсчете остатков с каждого года получим 76 обычных лет и 24 високосных это $76 \times 1 + 24 \times 2 = 124$ дня. Что составляет 17 полных недель и 5 дней. Тогда, если к пятнице прибавить 5 дней получаем ответ – среда.

Ответ: 1 февраля 2119 придется на среду.

Разбалловка. Расчет на сколько дней недели смещается начало следующего года после не високосного года – 1 балл

Расчет на сколько дней недели смещается начало следующего года после високосного года – 1 балл

Корректный учет на какой день недели приходится 1 февраля 2019 года, или учет января месяца 2119 года для подсчета дня недели - вторника – 1 балл

Определение интервала времени – 100 лет между датами – 1 балл

Правильный подсчет прошедших обычных и високосных лет между крайними датами – 1 балла

Правильный подсчет накопленных смещений в днях и учет целого числа недель – 1 балл

Правильное нахождение количества дней, остатка от целого числа недель – 5 дней – 1 балл

Муниципальный этап XXVII Всероссийской олимпиады школьников по астрономии в Московской области

Итоговый ответ и его запись - 1 февраля 2119 придется на среду – 1 балл

Итого за задачу 8 баллов

Задача №4. На некоторой планете сферической формы длина тропика и полярного круга одинаковы. Определите максимально возможную высоту над горизонтом одиночной центральной звезды (местного солнца) на широте $\varphi=56^\circ$ с.ш. этой планеты. Угловыми размерами центральной звезды и рефракцией пренебречь.

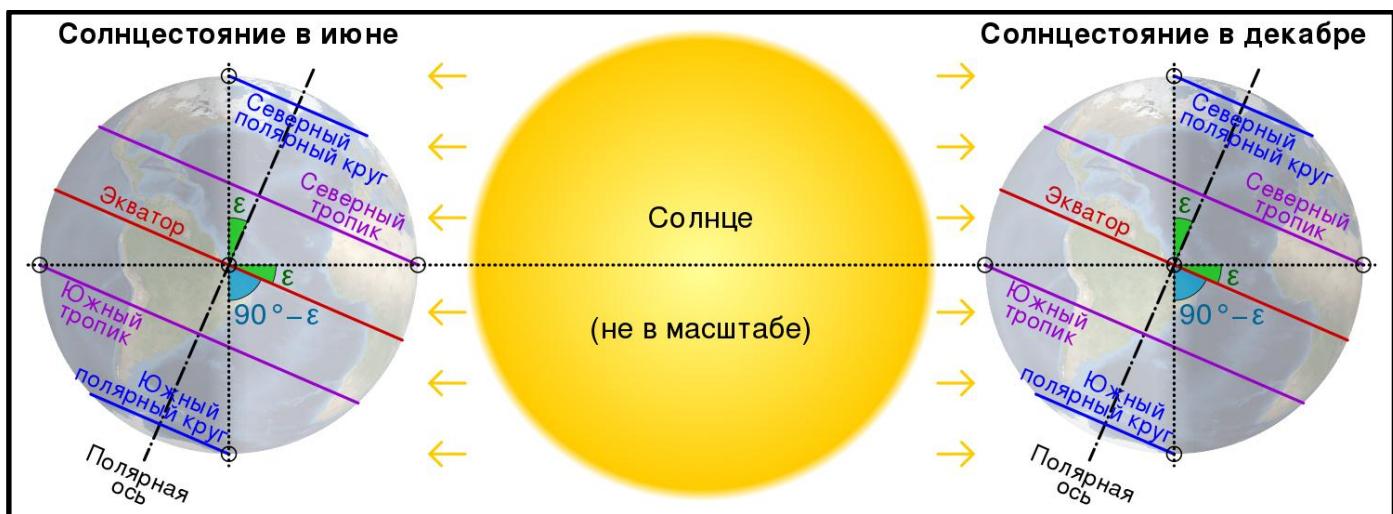
Решение. Взглянув на глобус любой планеты, например, Земли, мы увидим, что длины кругов широт- параллелей разные и зависят от широты. Максимальной будет длина экватора и с увеличением модуля широты она будет уменьшаться. Длины параллелей на планете зависят от широты места. Выразим это в виде выражения:

$$L_\varphi = 2\pi R_{\text{планеты}} \cos \varphi$$

Далее вспомним, что широта полярного круга и тропика, зависят только от угла между плоскостями экватора планеты и плоскостью ее орбиты – ε :

$$\varphi_{\text{тропика}} = \varepsilon, \varphi_{\text{полярного круга}} = 90^\circ - \varepsilon$$

Вот как это происходит на Земле



По условию задачи длины тропика и полярного круга совпадают, но это возможно только в том случае если их широты совпадают друг с другом, т.е. $90^\circ - \varepsilon = \varepsilon \Rightarrow \varepsilon = 45^\circ$. Решение в общем виде получается через отношение длин тропика и полярного круга на планете:

$$\frac{L_{\text{тропика}}}{L_{\text{полярного круга}}} = \frac{2\pi R_{\text{планеты}} \cos \varepsilon}{2\pi R_{\text{планеты}} \cos(90^\circ - \varepsilon)} = \frac{\cos \varepsilon}{\cos(90^\circ - \varepsilon)} = \frac{\cos \varepsilon}{\sin \varepsilon} = \operatorname{ctg} \varepsilon = 1 \Rightarrow \varepsilon = 45^\circ$$

Максимальная высота местного светила будет в день летнего солнцестояния есть верхняя кульминация и будет равна:

$$h_{\text{в.к.}} = 90^\circ - \varphi + \delta_\odot = 90^\circ - 56^\circ + 45^\circ = 79^\circ$$

Ответ: $h_{\text{в.к.}} = 79^\circ$

Разбалловка. Указание того, что длина параллели зависит от широты – 1 балл

Указание того, что длина уменьшается от экватора к полюсам – 1 балл

Вывод о том, что если длина кругов совпадают, то это один и тот же круг – 1 балл

Правильное астрономическое определение тропика и полярного круга – 2 балла

Муниципальный этап XXVII Всероссийской олимпиады школьников по астрономии в Московской области

Расчет угла между плоскостями экватора и эклиптики - $\varepsilon = 45^\circ$ - 1 балл

Обоснование и правильная формула максимальной высоты светила в день летнего солнцестояния есть верхняя кульминация и ее корректный расчёт, и запись итогового ответа – 2 балла

Итого за задачу 8 баллов

Решение. Для решения данной задачи необходимо вспомнить формулу синодического периода:

$$\frac{1}{S_{\Pi}} = \frac{1}{T_{\Pi}} - \frac{1}{T_{\oplus}} \text{ для внутренних планет и } \frac{1}{S_{\Pi}} = \frac{1}{T_{\oplus}} - \frac{1}{T_{\Pi}} \text{ для внешних}$$

Отсюда получаем выражение для периода планеты:

$$\frac{1}{T_{\Pi}} = \frac{1}{S_{\Pi}} + \frac{1}{T_{\oplus}} \Rightarrow T_{\Pi} = \frac{S_{\Pi} T_{\oplus}}{S_{\Pi} + T_{\oplus}} = \frac{400 \cdot 365.25}{400 + 365.25} \approx 191 \text{ день для внутренней планеты}$$

$$\frac{1}{T_{\Pi}} = \frac{1}{T_{\oplus}} - \frac{1}{S_{\Pi}} \Rightarrow T_{\Pi} = \frac{S_{\Pi} T_{\oplus}}{S_{\Pi} - T_{\oplus}} = \frac{400 \cdot 365.25}{400 - 365.25} \approx 4204 \text{ дня} \approx 11.5 \text{ лет для внешней планеты}$$

Определим по 3-му закону Кеплера большие полуоси орбит небесных тел:

$$\frac{T_{\Pi}^2}{T_{\oplus}^2} = \frac{a_{\Pi}^3}{a_{\oplus}^3} \Rightarrow a_{\Pi} = a_{\oplus} \left(\frac{T_{\Pi}}{T_{\oplus}} \right)^{2/3} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = a_{\oplus} \left(\frac{T_{\Pi}}{T_{\oplus}} \right)^{2/3} = 1 \left(\frac{191}{365.25} \right)^{2/3} \approx 0.65 \text{ а.е.} \\ a_2 = a_{\oplus} \left(\frac{T_{\Pi}}{T_{\oplus}} \right)^{2/3} = 1 \left(\frac{11.5}{1} \right)^{2/3} \approx 5.1 \text{ а.е.} \end{cases}$$

Поскольку форма орбиты может быть любой эллиптической, то в случае очень вытянутого эллипса:

$$Q = a(1 + e) \xrightarrow{e \rightarrow 1} Q \approx 2a \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = 2a_1 \approx 1.3 \text{ а.е.} \\ Q_2 = 2a_2 \approx 10.2 \text{ а.е.} \end{cases}$$

То есть оба небесных тела могут пересекать орбиту Земли. Возможно также определить граничный эксцентриситет, с которого небесное тело начнет пересекать орбиту Земли. Для первого тела - это будет при приближении к афелию, для второго к перигелию орбиты.

$$Q_1 > 1 \text{ а.е.} \Rightarrow a_1(1 + e_1) > 1 \Rightarrow e_1 > \frac{1 - a_1}{a_1} \Rightarrow e_1 > \frac{1 - 0.65}{0.65} \Rightarrow e_1 > 0.54$$

$$Q_2 < 1 \text{ а.е.} \Rightarrow a_2(1 - e_2) < 1 \Rightarrow e_2 > \frac{a_2 - 1}{a_2} \Rightarrow e_2 > \frac{5.1 - 1}{5.1} \Rightarrow e_2 > 0.8$$

Ответ: Таких тела может быть два с большой полуосью меньше земной $a_1 = 0.65$ а.е., и большей земной $a_2 = 5.1$ а.е. Пересекать орбиту Земли могут оба этих тела в случае если их орбиты представляют эллипсы со следующими эксцентриситетами: для тела с большой полуосью орбиты меньше земной $e_1 > 0.54$, и для тела с большой полуосью орбиты больше земной $e_2 > 0.8$.

Разбалловка. Использование формулы синодического периода – 1 балл

Правильный расчет значений сидерического периода для планет – 2 балла

Корректное использование 3 закона Кеплера и расчет значения большой полуоси – 2 балла

Запись итогового ответа - с большой полуосью меньше земной $a_1 = 0.65$ а.е., и большей земной $a_2 = 5.1$ а.е – 2 балла

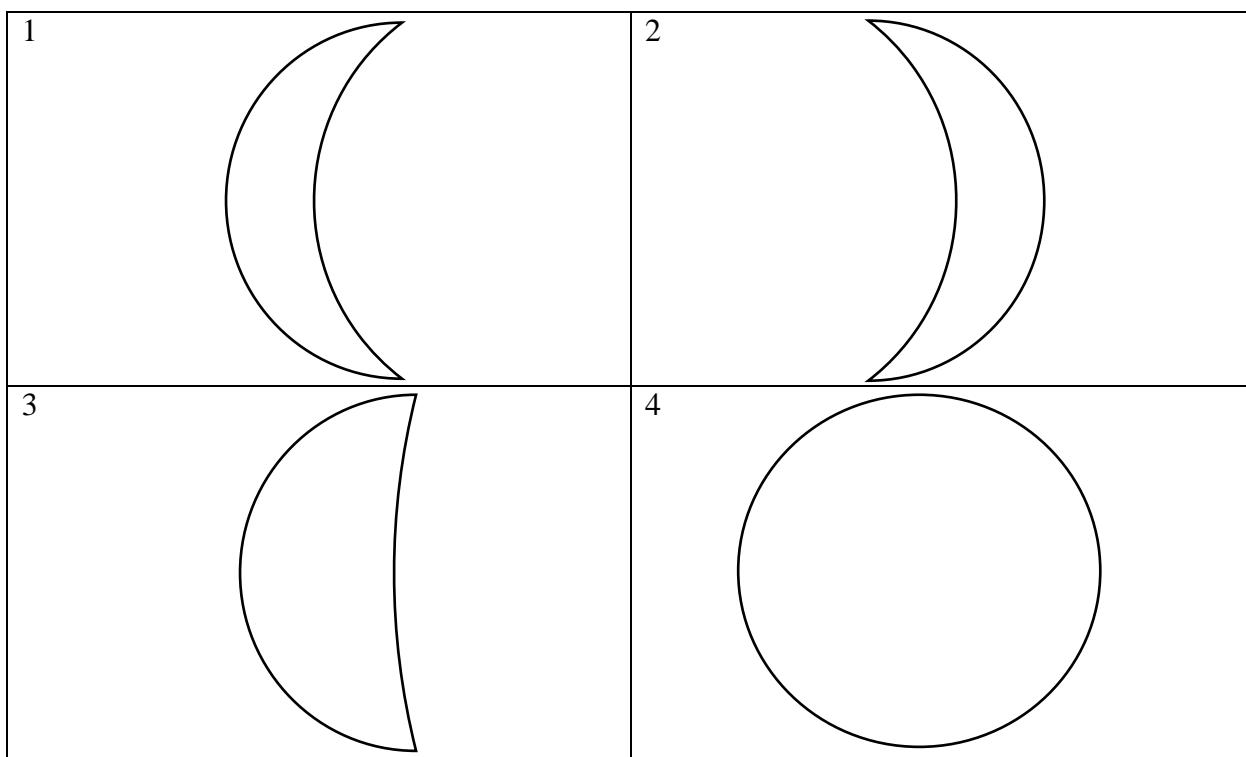
Муниципальный этап XXVII Всероссийской олимпиады школьников по астрономии в Московской области

Вывод о пересечении орбиты Земли обоими этими телами. Для этого вывода необходимо обоснование. Достаточно сказать, что эллиптическая орбита может быть вытянутой и будет пересекать орбиты Земли (расчет эксцентриситета необходимого для этого не обязателен!) – 1 балл.

В случае, если рассматривается только внешняя или внутренняя планета, то за итоговый ответ ставится 1 балл, если он верен и за правильный расчет сидерического периода выставляется так же 1 балл из 2, если он верен. За использование 3-го закона Кеплера также 1 балл из 2. Т.е. Задача оценивается из 5 баллов.

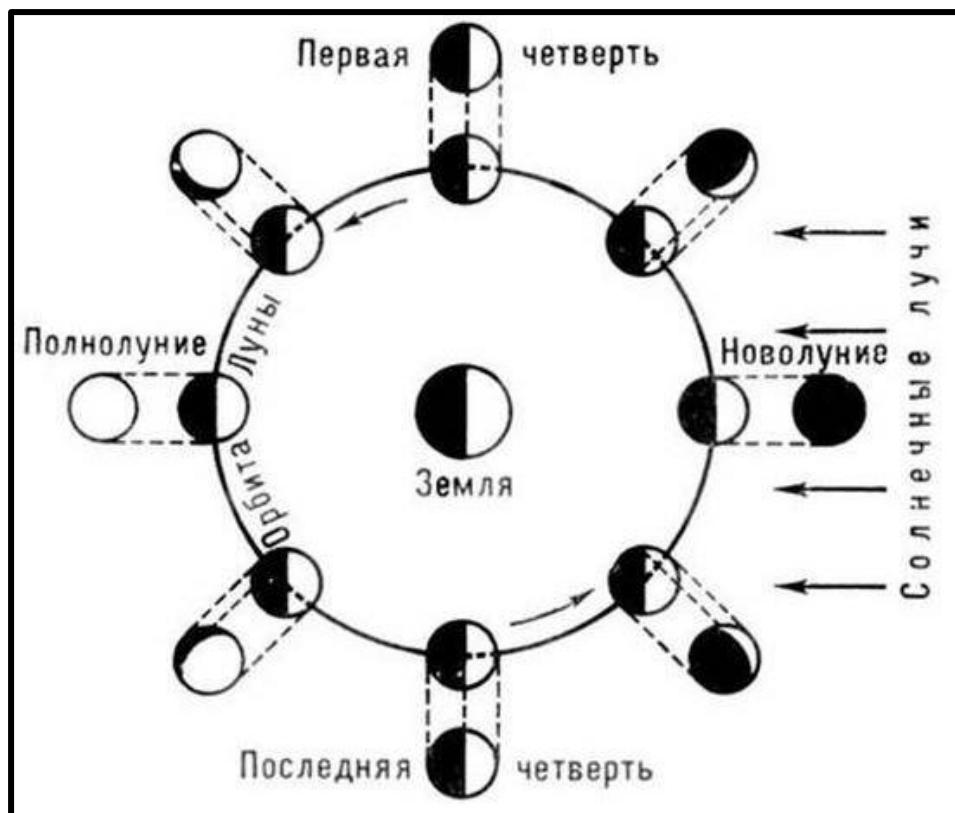
Итого за задачу 8 баллов

Задача №6. Перед вами 4 схематических изображений фаз Луны. Направление на север на каждом изображении сверху. Какие из них можно наблюдать сразу после захода Солнца, а какие нельзя? И почему? Определите значение фазы Луны для каждой картинки. Решение сопроводите поясняющими рисунками или схемами.

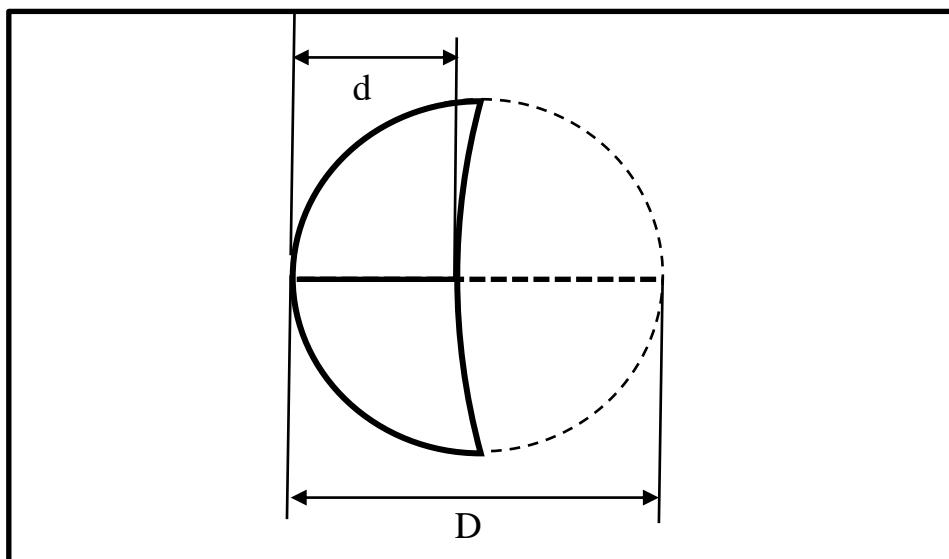


Муниципальный этап XXVII Всероссийской олимпиады школьников по астрономии в Московской области

Решение. Для решения данной задачи необходимо знание причин возникновения фаз Луны, которое можно объяснить следующим рисунком или схемой.



А также, вспомнить определение геометрической фазы: что это отношение по направлению диаметра видимого диска освещенной его части к полной.



Разберем последовательно все ситуации, фазу измерим при помощи линейки и циркуля, определив при помощи линейки центр окружности Луны, дочертив ее не освещенную Солнцем часть. И измерив необходимые отрезки линейкой. $\Phi=d/D$, где d – размер освещенной части по экватору. D – размер всей Луны.

Рисунок №1 – это стареющая Луна. Расположена к западу от Солнца не небе. Так как направление на Солнце и на Луну меньше прямого угла, Луна расположена ближе к Солнцу в сторону движения Земли по орбите и видна перед восходом Солнца, а значит не могла быть видимой сразу после захода Солнца. $\Phi_1 = \frac{d_{\text{освещенный}}}{D_{\text{полный}}} = \frac{12 \text{ мм}}{48 \text{ мм}} = 0.25$

Муниципальный этап XXVII Всероссийской олимпиады школьников по астрономии в Московской области

Рисунок №2 – это растущая Луна. Расположена к востоку от Солнца. Так как направление на Солнце и на Луну меньше прямого угла, Луна расположена ближе к Солнцу в сторону против движения Земли по орбите и видна после захода Солнца, а значит могла быть видимой сразу после захода Солнца. $\Phi_2 = \frac{d_{\text{освещенной}}}{D_{\text{полный}}} = \frac{12 \text{ мм}}{48 \text{ мм}} = 0.25$

Рисунок №3 – Это стареющая Луна сразу после последней четверти. Луна расположена почти на орбите Земли по отношению к солнцу и угол между направлением на Солнце и Луну чуть меньше прямого. Такая Луна восходит сразу после истинной полночи. Следовательно, такая ситуация невозможна сразу после захода Солнца. $\Phi_3 = \frac{d_{\text{освещенной}}}{D_{\text{полный}}} = \frac{22 \text{ мм}}{48 \text{ мм}} = 0.46$

Рисунок №4 – Это Луна в фазе полнолуния на небе она противоположна Солнцу. Следовательно, восходит одновременно с заходом Солнца. А значит, будет видна низко над горизонтом сразу после захода Солнца. $\Phi_4 = \frac{d_{\text{освещенной}}}{D_{\text{полный}}} = \frac{48 \text{ мм}}{48 \text{ мм}} = 1$

Ответ: Следовательно, могут наблюдаться сразу после захода Солнца рисунки №2 и №4, и не могут №1 и №3. $\Phi_1 = \Phi_2 = 0.25$, $\Phi_3 = 0.46$, $\Phi_4 = 1$

Альтернативное решение:

Солнце на западе. Луна светит отраженным солнечным светом, поэтому освещенная сторона Луны всегда повернута к Солнцу отсюда рисунки №1 и №3 не подходят, так как тогда Луна должна находится с другой стороны от Солнца и уже зашла бы за горизонт. Рисунок №2 подойдет, Солнце и Луна могут быть в таком положении. Рисунок № 4 так же подойдет, так как точка запада противоположна точка восхода, следовательно, если Солнце заходит, то Луна в полнолунии на востоке в этот момент восходит.

Ответ: следовательно, могут наблюдаться сразу после захода Солнца рисунки №2 и №4, и не могут №1 и №3.

Расчет фаз производится независимо от определения возможных ситуаций.

Разбалловка.

Название фаз Луны и пояснения к ним текстовые или в виде рисунка (схемы) положения Луны – 2 балла

Правильное указание возможных ситуаций – рисунки №2 и №4 – по 1 баллу, итого 2 балла

Объяснение почему рисунки №1 и №3 не могут наблюдаться – по 1 баллу итого 2 балла

Правильное определение значений фаз на рисунках – до 2 баллов. (0 баллов, если указано значение 1 фазы или все значения не верны, 1 балл если правильно указано значение 2 или 3 фаз, 2 балла, если – 4-х фаз)

Итого за задачу 8 баллов