Шифр

$\sum$

10-E1. Внутренний объем трубки

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1	Идея измерения объема с использованием уравнения состояния идеального газа.	2.0		
2	Идея использования бумажной шкалы для уточнения шкалы шприца.	1.0		
3	Использование одного и того же начального положения поршня шприца, по которому ловится момент сдвига.	2.0		
4	Использование «нулевого» положения в качестве начального для поршня шприца, по которому ловится момент сдвига.	2.0		
5	Для каждого объема V_1 выполнена серия не менее, чем из 3 экспериментов, и в работе присутствуют значения V_2 для каждого эксперимента из серии.	1.0		
6	Количество разных значений V_1. По 0.5 за точку, но не более 3.5.	7 точек по 0.5		
7	Записано уравнение состояния идеального газа.	1.0		
8	Получена расчетная формула, позволяющая определить внутренний объем трубки.	2.0		

	Проверена работоспособность выбранной модели.			
	• **Вариант 1**. Построен линеаризованный график. В этом случае построение графика оценивается в пунктах 9-12. • **Вариант 2**. Объем трубки вычислен для каждого опыта и явным образом указано, что значения получаются примерно равными или при усреднении осуществлен отброс явно выбивающихся значений. В этом случае баллы за пункты 9-12 ставятся в полном объеме. Аналогично оцениваются иные методы, позволяющие подтвердить корректность выбранной модели. • **Вариант 3**. Обработка данных производилась методом МНК. В этом случае баллы за пункты 9-12 НЕ ставятся, так как из МНК нельзя сделать вывод о работоспособности модели. Аналогично оцениваются иные методы, НЕ позволяющие подтвердить корректность выбранной модели.			
9	График: размер и подпись осей	0.5		
10	График: оцифровка осей	0.5		
11	График: нанесение точек	0.5		
12	График: линия графика	0.5		
13	Значение объема в пределах 15% от истинного значения — в пределах 30% от истинного значения	2.5 *1.0*		
14	Оценка погрешности	1.0		

Шифр

$\sum$

10-E2. Серый ящик

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Определено, что наименьшим сопротивлением обладает резистор R_1. Вывод сделан либо из рассчитанных сопротивлений, либо указано, что при подсоединении к точкам А и Б мультиметр показал наименьшее сопротивление среди всех пар точек, откуда следует, что у первого резистора сопротивление наименьшее (доказательство этого факта не требуется)	2.0		
1.2	Предложен реализуемый метод определения сопротивлений всех резисторов с погрешностями менее 50%. — Если метод позволяет определить только сопротивления трех, четырех или пяти резисторов с погрешностями не более 50%, то 2 балла.	4.0 *2.0*		
1.3	Выполнены измерения сопротивлений при разных вариантах подключения (не менее 6)	1.0		
1.4	Выведены формулы для связи измеренного сопротивления с сопротивлениями резисторов внутри «серого ящика» как минимум для 3 разных вариантов подключения.	1.0		
1.5	Получены правильные расчетные формулы для сопротивлений резисторов внутри «серого ящика». — Если формулы получены не для всех резисторов, но не менее, чем для трех, то 1 балл.	3.0 *1.0*		
1.6	Получены значения сопротивлений резисторов, отличающиеся от истинных не более, чем на 7% для резисторов №№ 1, 3, 4 и 5 и не более, чем на 18% для резисторов №№ 2 и 6. По 1 баллу за каждое правильное значение. (Максимум 6 баллов.)	6 точек по 1.0		
1.7	Указана верная схема соединения выводов «серого ящика», позволяющая получить сопротивление (167 ± 5) Ом.	2.0		
1.8	Погрешность корректно оценена.	1.0		

10 класс

Задача №10-Е1. Внутренний объем трубки

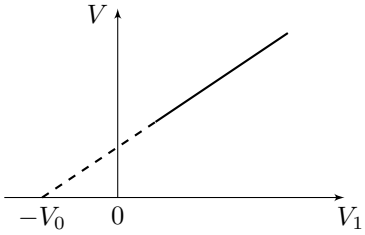
Для начала увеличим точность шкалы шприца объемом 20 мл, для этого приклеим к нему бумажную шкалу, совместив 0 шкалы шприца с основным делением бумажной шкалы. Определим цену деления приклеенной шкалы используя деления 0 и 20 мл на шкале шприца. При дальнейших измерениях будем пользоваться наклеенной шкалой. Выдвинем поршень шприца 20 мл до отметки V_1. Поршень шприца 5 мл вдвинем до упора в крайнее положение. Обратите внимание, что при перемещении поршня этого шприца в крайнее положение ощущается (даже слышен!) легкий толчок («щелчок»). Он объясняется тем, что в этом месте внутренний диаметр шприца на небольшом участке немного увеличен и поршень как бы «фиксируется» в этом положении. Для того, чтобы начать выдвигать поршень из этой точки, необходимо приложить некоторое «избыточное» усилие, которое как следует из дальнейших экспериментов с хорошей точностью является постоянным. Соединим шприцы с помощью прозрачной трубки, плотно надев ее на носик каждого шприца. Начнем плавно вдвигать поршень большого шприца до момента, когда поршень малого шприца под действием избыточного давления в трубке «выскочит» из крайнего положения и тоже придет в движение. Определим объем V_2 большого шприца, при котором это происходит. Пусть поршень в малом шприце приходит в движение при давлении в трубке, превышающем атмосферное давление P_0 на величину ΔP. Тогда по закону Бойля-Мариотта

$$P_0(V_1 + V_0) = (P_0 + \Delta P)(V_2 + V_0).$$

Здесь за V_0 обозначен внутренний объем трубки. После преобразований

$$V_1 - V_2 = \frac{\Delta P}{P_0 + \Delta P}(V_1 + V_0).$$

Если теоретическая модель верна, то при построении графика зависимости величины $\Delta V = V_1 - V_2$ от V_1 мы должны получить линейную зависимость, причем продолжение прямой $\Delta V(V_1)$ будет пересекать ось V_1 в точке $V_1 = -V_0$ (см. рисунок).



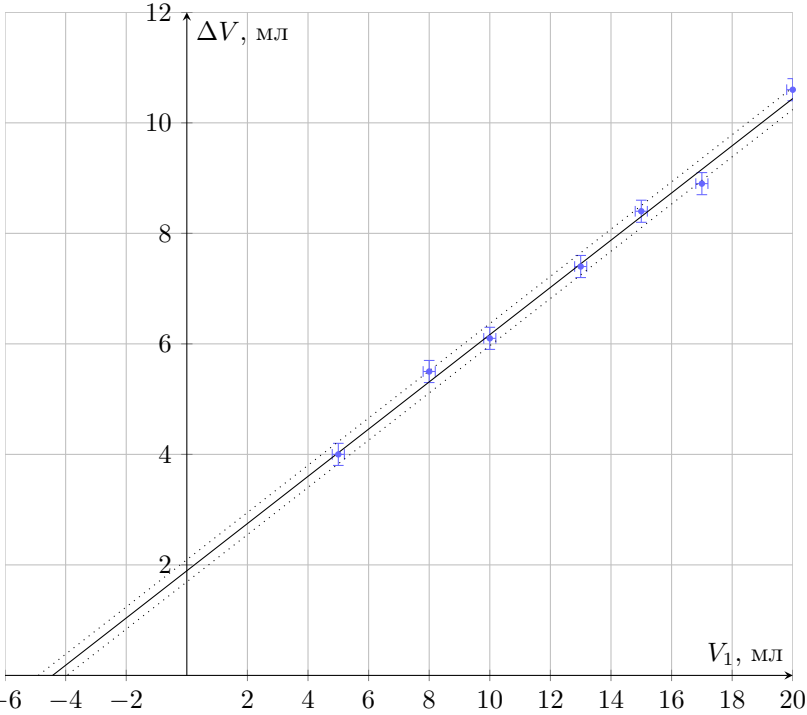
Для повышения точности каждый опыт проведем три раза с последующим усреднением результатов.

$$\Delta V_{\text{ср}} = V_1 - \frac{V_{2_1} + V_{2_2} + V_{2_3}}{3}$$

Экспериментальные данные

V_1, мл	V_{2_1}, мл	V_{2_2}, мл	V_{2_3}, мл	$\Delta V_{\text{ср}}$, мл
20.0	9.5	9.3	9.5	10.6
17.0	8.0	8.2	8.0	8.9
15.0	6.5	6.5	6.7	8.4
13.0	5.7	5.5	5.5	7.4
10.0	4.0	3.7	4.0	6.1
8.0	2.5	2.5	2.5	5.5
5.0	1.0	1.0	1.0	4.0

График $\Delta V_{\text{ср}}(V_1)$.



Продолжение графика до пересечения с осью абсцисс позволяет определить значение $V_0 \approx 4.5$ мл.

Оценим погрешность. Погрешность измерения объема равна цене деления $\Delta_V \approx 0.2$ мл. Из серии измерений видно, что разброс значений укладывается в приборную погрешность, то есть $\Delta_{V\text{приб}} \approx \Delta_{V\text{случ}}$.

Тогда

$$\Delta_{V\text{полн}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta_{V\text{приб}}}{3}\right)^2 + \Delta^2_{V\text{случ}}} \approx \Delta_{V\text{приб}} = 0.2 \text{ мл}$$

Для оценки погрешности V_0 проведем две вспомогательные прямые, проходящие через края крестов ошибок и показывающие допустимое отклонение в V_0.

$$\Delta V_0 = \frac{V_{0\text{макс}} - V_{0\text{мин}}}{2} = \frac{5.0 - 3.8}{2} = 0.6 \text{ мл}$$

Окончательный результат $V_0 = (4.5 \pm 0.6)$ мл.

Задача №10-Е2. Серый ящик

Для начала найдем сопротивления 3, 5 и 6 резисторов. Для этого проделаем следующие опыты:

- Измерим сопротивление R_a между замкнутыми точками **БД** и замкнутыми точками **ВГ**. Полученная цепь представляет параллельное соединение 3 и 5 резисторов, поэтому $\frac{1}{R_a} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}$.
- Измерим сопротивление $R_б$ между замкнутыми точками **БГ** и точкой **В**. Полученная цепь представляет параллельное соединение 3 и 6 резисторов, поэтому $\frac{1}{R_б} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_6}$.
- Измерим сопротивление $R_в$ между замкнутыми точками **ВД** и точкой **Г**. Полученная цепь представляет параллельное соединение 5 и 6 резисторов, поэтому $\frac{1}{R_в} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}$. Из первых трех опытов получим:

  $$\frac{1}{R_3} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_а} + \frac{1}{R_б} - \frac{1}{R_в}\right),$$

  откуда найдем R_3, аналогично найдем R_5

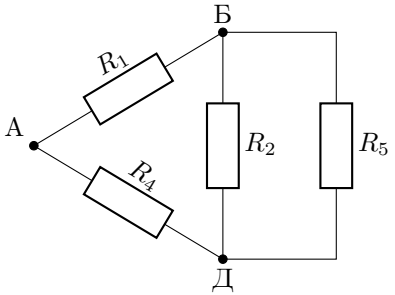
  $$\frac{1}{R_5} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_а} + \frac{1}{R_в} - \frac{1}{R_б}\right)$$

  и R_6

  $$\frac{1}{R_6} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_в} + \frac{1}{R_б} - \frac{1}{R_а}\right).$$

- Теперь соединим вместе точки **Б**, **В** и **Г**. Получим треугольник из резисторов, две стороны треугольника представлены резисторами 1 и 4, а третья — параллельным соединением резисторов 2 и 5. Важно выбрать именно такой вариант, так как измеряя сопротивления между различными парами

выводов можно определить, что сопротивления резисторов 1, 2 и 4 заметно меньше остальных. Для повышения точности к резистору 2 нужно присоединить параллельно максимально сравнимый с ним, то есть обладающий наименьшим сопротивлением из оставшихся. Получим эквивалентную схему:



Дополнительно соединим точки **Б** и **Д** и измерим сопротивление R_x между ними и точкой **А**.

$$\frac{1}{R_x} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_1}$$

- Вместо **Б** и **Д** соединим **Б** и **А** и измерим сопротивление R_y между ними и точкой **Д.**

$$\frac{1}{R_y} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5}.$$

- Вместо **Б** и **А** соединим **Д** и **А** и измерим сопротивление R_z между ними и точкой **Б.**

$$\frac{1}{R_z} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5}.$$

- Теперь можно вычислить оставшиеся сопротивления.

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_z} - \frac{1}{R_y}\right),$$

аналогично

$$\frac{1}{R_4} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_y} - \frac{1}{R_z}\right)$$

и

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_z} + \frac{1}{R_y} - \frac{1}{R_x}\right) - \frac{1}{R_5}.$$

- Для определения какие выводы нужно соединить, чтобы получить 167 Ом, рассчитаем для каждого резистора величину обратную его сопротивлению и посмотрим какие из них дают в сумме $\frac{1}{167}$ Ом$^{-1}$. Из полученных значений следует, что идеально подходят R_1 и R_2. То есть требуется соединить точки **А**, **В**, **Г** и **Д** и измерять сопротивление между ними и точкой **Б**. Также можно заметить, что число очень близкое к 167 Ом, мы получили при измерении R_z.
- Оценим погрешность. Погрешность измеряемых сопротивлений составляет 1%, тогда и погрешность величин, обратных к измеренным сопротивлениям тоже составляет 1%. Вычислим абсолютные погрешности величин $1/R$ по формуле $\Delta\left(\frac{1}{R}\right) = \frac{\varepsilon(R)}{R}$. При сложении величин складываются их абсолютные погрешности, поэтому

$$\Delta\left(\frac{1}{R_1}\right) = \frac{1}{2}\left(\Delta\left(\frac{1}{R_x}\right) + \Delta\left(\frac{1}{R_y}\right) + \Delta\left(\frac{1}{R_z}\right)\right).$$

Тогда $\varepsilon(R_1) = \varepsilon\left(\frac{1}{R_1}\right) = \Delta\left(\frac{1}{R_1}\right) R_1$, соответственно $\Delta(R_1) = \Delta\left(\frac{1}{R_1}\right) R_1^2$.

Для остальных сопротивлений погрешность вычисляется аналогично.

Измерения и расчеты (Авторские значение могут отличаться от выданного вам оборудования).

Что измеряли	Значение, кОм	R^{-1}, кОм$^{-1}$	$\Delta(R^{-1})$, кОм$^{-1}$
$R_{\text{а}}$	12.53	0.0798	0.000798
$R_{\text{б}}$	24.9	0.0402	0.000402
$R_{\text{в}}$	16.69	0.0599	0.000599
R_x	0.1239	8.0710	0.080710
R_y	0.242	4.1322	0.041322
R_z	0.1645	6.0790	0.060790

Что вычислили	Значение, кОм	ΔR, кОм	Ответ, кОм
R_1	0.199	0.004	0.199 ± 0.004
R_2	0.979	0.09	0.98 ± 0.09
R_3	33.5	1.0	34 ± 1
R_4	0.326	0.01	0.33 ± 0.01
R_5	20.5	0.4	20.5 ± 0.4
R_6	97.1	8	97 ± 8

Как видно из таблицы наименьшим сопротивлением обладает первый резистор.