

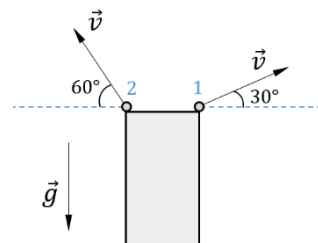
# ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО ФИЗИКЕ

Муниципальный этап

Решения и критерии

11 класс

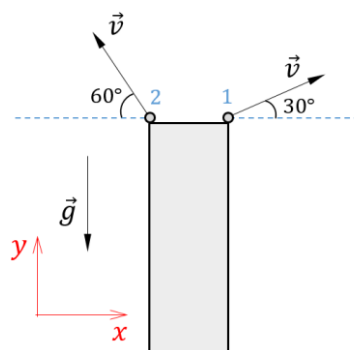
**1. 60 и 30.** С высокой башни одновременно бросают два камня с одинаковой по модулю начальной скоростью  $v$  под углами  $30^\circ$  и  $60^\circ$  к горизонту (см. рисунок). Через какое время  $\tau_1$  скорость первого шарика станет горизонтально направленной? Через какое время  $\tau$  скорости камней снова будут перпендикулярны друг другу? Траектории камней лежат в одной плоскости. Ускорение свободного падения  $g$ . Сопротивлением воздуха можно пренебречь.



## Возможное решение

Введём координатные оси  $x$  и  $y$  как это представлено на рисунке. В отсутствии сил сопротивления воздуха движение камней является равноускоренным и происходит с ускорением свободного падения. С учётом этого для проекций скоростей камней на оси получаем:

$$\begin{cases} v_{1x} = v \cos 30^\circ; & (1) \\ v_{2x} = -v \cos 60^\circ; & (2) \\ v_{1y} = v \sin 30^\circ - gt; & (3) \\ v_{2y} = v \sin 60^\circ - gt. & (4) \end{cases}$$



При  $t = \tau_1$  скорость первого шарика горизонтально направлена, значит  $v_{y1} = 0$ . Или  $0 = v \sin 30^\circ - g\tau_1$ , откуда  $\tau_1 = \frac{v \sin 30^\circ}{g} = \frac{v}{2g}$ .

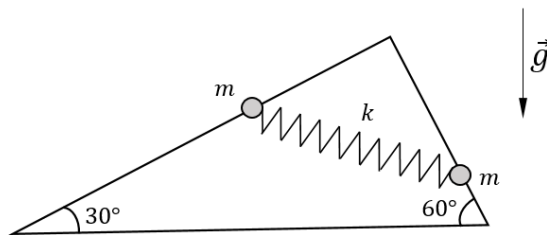
При  $t = \tau$  скорости шариков снова будут перпендикулярны друг другу. Запишем условие перпендикулярности:  $\frac{v_{1x}}{v_{1y}} = -\frac{v_{2y}}{v_{2x}}$  (или  $v_{1x}v_{2x} + v_{1y}v_{2y} = 0$ ). С учётом (1) – (4) получаем уравнение  $v \cos 30^\circ (-v \cos 60^\circ) + (v \sin 30^\circ - g\tau)(v \sin 60^\circ - g\tau) = 0$ , решая которое находим  $\tau = \frac{(\sqrt{3}+1)v}{2g}$  (корень  $\tau = 0$  не подходит).

**Ответ:**  $\tau_1 = \frac{v}{2g}$ ;  $\tau = \frac{(\sqrt{3}+1)v}{2g}$ .

## Возможные критерии оценивания

| №                           | Критерий                                                                        | Количество баллов |
|-----------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|-------------------|
| 1.                          | Получены соотношения (1) и (2)                                                  | 1                 |
| 2.                          | Получено соотношение (3)                                                        | 1                 |
| 3.                          | Получено соотношение (4)                                                        | 1                 |
| 4.                          | Указано, что $v_{y1} = 0$ при $t = \tau_1$                                      | 1                 |
| 5.                          | Получен ответ $\tau_1 = \frac{v}{2g}$                                           | 1                 |
| 6.                          | Записано условие перпендикулярности векторов                                    | 2                 |
| 7.                          | Из условия перпендикулярности получено квадратное относительно $\tau$ уравнение | 1                 |
| 8.                          | Получен ответ $\tau = \frac{(\sqrt{3}+1)v}{2g}$                                 | 2                 |
| Итого максимально за задачу |                                                                                 | 10                |

**2. 30 и 60.** Из проволоки изготовили рамку в форме прямоугольного треугольника (с углами при вершинах  $30^\circ$  и  $60^\circ$ ) и закрепили её в вертикальной плоскости так, как показано на рисунке. Гипотенуза треугольника горизонтальна. По проволоке могут скользить без трения небольшие бусинки одинаковой массы  $m$ . Бусинки соединены невесомой пружиной жёсткости  $k$ . Длина пружины в недеформированном состоянии  $l_0$ . Ускорение свободного падения  $g$ . Известно, что в положении равновесия бусинки располагаются на катетах треугольника. Найдите расстояние  $l$  между бусинками и угол  $\alpha$  между пружинкой и горизонталью в этом положении.



### Возможное решение

Расставим силы, действующие на бусинки 1 и (см. рисунок).  $F$  – модуль силы упругости пружины,  $N_1$  и  $N_2$  – силы нормальных реакций, действующие на бусинки 1 и 2 соответственно.

По теореме об углах со взаимно перпендикулярными сторонами  $\beta_1 = 30^\circ, \beta_2 = 60^\circ$ .

Из условия равновесия бусинки 1 в проекции на ось  $x$  и бусинки 2 в проекции на ось  $y$ :

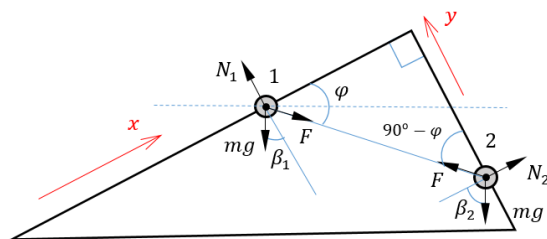
$$\begin{cases} mgsin\beta_1 = F\cos\varphi; & (1) \\ mgsin\beta_2 = F\sin\varphi. & (2) \end{cases}$$

Из (1) и (2) получаем  $\operatorname{tg}\varphi = \sqrt{3}$ , а  $\varphi = 60^\circ$ . Значит угол между пружинкой и горизонталью в положении равновесия будет равен  $\alpha = \varphi - 30^\circ = 30^\circ$ .

Также из (1) и (2) найдем  $F = mg$ .

Запишем закон Гука для деформированной пружины в состоянии равновесия  $F = k(l - l_0)$ , откуда  $l = l_0 + \frac{F}{k} = l_0 + \frac{mg}{k}$ .

**Ответ:**  $\alpha = 30^\circ$ ;  $l = l_0 + \frac{mg}{k}$ .

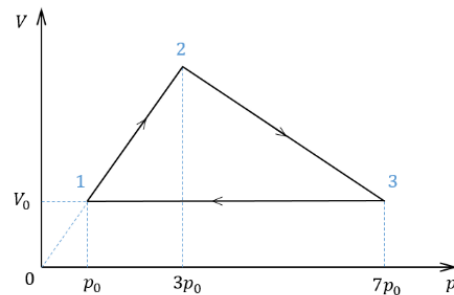


2

### Возможные критерии оценивания

| №  | Критерий                                                   | Количество баллов |
|----|------------------------------------------------------------|-------------------|
| 1. | Определены углы $\beta_1 = 30^\circ, \beta_2 = 60^\circ$ . | 1                 |
| 2. | Записано условие равновесия для бусинки 1                  | 2                 |
| 3. | Записано условие равновесия для бусинки 2                  | 2                 |
| 4. | Найден угол $\varphi = 60^\circ$                           | 1                 |
| 5. | Найден модуль силы упругости $F = mg$                      | 1                 |
| 6. | Получен ответ $\alpha = 30^\circ$                          | 1                 |
| 7. | Записан закон Гука $F = k(l - l_0)$                        | 1                 |
| 8. | Получен ответ $l = l_0 + \frac{mg}{k}$                     | 1                 |
|    | Итого максимально за задачу                                | 10                |

**3. Фольклор.** С одним моль идеального одноатомного газа совершают циклический процесс 1-2-3-1, показанный на  $VP$ -диаграмме (в процессах 1-2 и 2-3 давление газа линейно зависит от объёма, причём продолжение графика процесса 1-2 проходит через начало координат; процесс 3-1 – изохорический). Известно, что температура в точке 1 равна  $T_0 = 200$  К. Найдите температуру  $T_2$  газа в точке 2. Какое количество теплоты  $Q_{12}$  подвели к газу в процессе 1-2? Определите работу  $A$  газа за цикл. Универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/(моль · К).



### Возможное решение

Введем обозначение  $\nu = 1$  моль – количество вещества. Так как в процессе 1-2 давление газа линейно зависит от объёма и увеличивается в три раза, то объём в состоянии 2:  $V_2 = 3V_0$ .

Запишем уравнение Менделеева-Клапейрона для точек 1 и 2 соответственно:

$$\begin{cases} p_0 V_0 = \nu R T_0; & (1) \\ 3p_0 3V_0 = \nu R T_2. & (2) \end{cases}$$

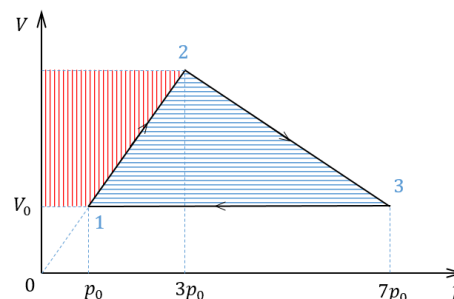
Из (1) – (2) получаем  $T_2 = 9T_0 = 1800$  К.

Работу  $A_{12}$ , совершенную газом на участке 1-2, определим через площадь трапеции на графике  $V(p)$  (заштрихована красным):  $A_{12} = \frac{1}{2}(p_0 + 3p_0)(3V_0 - V_0) = 4p_0 V_0 = 4\nu R T_0$ .

Изменение внутренней энергии на участке 1-2:  $\Delta U_{12} = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = 12\nu R T_0$ .

Согласно первому началу термодинамики  $Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = 16\nu R T_0 \approx 26,6$  кДж.

С учётом того, что работа  $A$  газа за цикл отрицательна и определяется через площадь треугольника (заштрихован синим), ограниченного графиком кругового процесса, получаем:  $A = -\frac{1}{2}(7p_0 - p_0)(3V_0 - V_0) = -6\nu R T_0 \approx -9,97$  кДж.

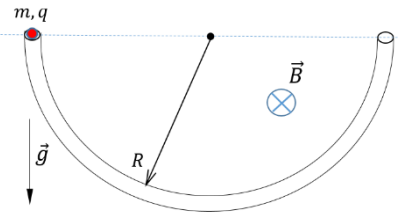


**Ответ:**  $T_2 = 9T_0 = 1800$  К;  $Q_{12} = 16\nu R T_0 \approx 26,6$  кДж;  $A = -6\nu R T_0 \approx -9,97$  кДж.

### Возможные критерии оценивания

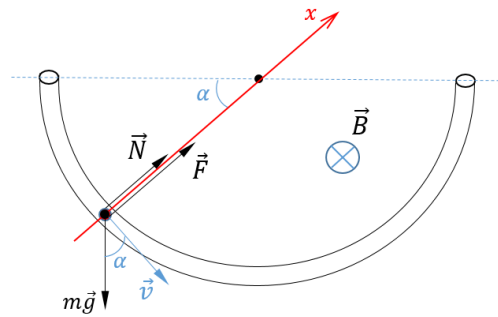
| №                           | Критерий                                                                          | Количество баллов |
|-----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------|
| 1.                          | Получен ответ $T_2 = 9T_0 = 1800$ К                                               | 2                 |
| 2.                          | Записано выражение для работы на участке 1-2:<br>$A_{12} = 4\nu R T_0$            | 2                 |
| 3.                          | Записано выражение для изменения внутренней энергии $\Delta U_{12} = 12\nu R T_0$ | 1                 |
| 4.                          | Записано первое начало термодинамики $Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12}$            | 1                 |
| 5.                          | Получен буквенный ответ $Q_{12} = 16\nu R T_0$                                    | 1                 |
| 6.                          | Получен численный ответ $Q_{12} \approx 26,6$ кДж                                 | 0,5               |
| 7.                          | Идея определения работы через площадь треугольника                                | 1                 |
| 8.                          | Получен буквенный ответ $A = -6\nu R T_0$                                         | 1                 |
| 9.                          | Получен численный ответ $A \approx -9,97$ кДж                                     | 0,5               |
| Итого максимально за задачу |                                                                                   | 10                |

**4. По трубе.** Непроводящая незаряженная тонкая трубка согнута в виде полуокружности радиуса  $R$ , расположена в вертикальной плоскости, и находится в однородном постоянном во времени магнитном поле с индукцией  $B$  (см. рисунок). Линии индукции горизонтальны и перпендикулярны плоскости полуокружности. Оба конца трубы находятся на одной горизонтали. Внутри трубки вблизи края с одной стороны отпускают с нулевой начальной скоростью небольшой диэлектрический шарик массой  $m$  с зарядом  $q$  ( $q > 0$ ). Определите максимальную скорость  $v_{max}$  шарика и максимальную силу  $N_{max}$  взаимодействия шарика и трубки в процессе дальнейшего движения. Трением пренебречь. Ускорение свободного падения равно  $g$ . Известно, что  $\frac{qB}{3m} = \sqrt{\frac{g}{2R}}$ . При движении шарика внутри трубки электрический заряд шарика остаётся неизменным.



### Возможное решение

Расставим силы, действующие на шарик в произвольный момент времени. Введем ось  $x$ , проходящую через шарик и центр окружности радиуса  $R$ .  $N$  – сила нормальной реакции (предположим, что она направлена к центру окружности). Магнитная составляющая силы Лоренца  $F = qvB \sin 90^\circ = qvB$  направлена к центру окружности (по правилу левой руки с учётом  $q > 0$ ).  $\alpha$  – угол между осью  $x$  и горизонталью в произвольный момент времени.



Запишем II закон Ньютона в проекции на ось  $x$ :  $ma_x = N_x + F - mgsin\alpha$ , где  $a_x = \frac{v^2}{R}$ .

При движении шарика в трубке магнитная составляющая силы Лоренца и сила нормальной реакции на шарик со стороны трубки работы не совершают, значит полная механическая энергия шарика сохраняется.

Из закона сохранения энергии:  $mgR \sin\alpha = \frac{mv^2}{2}$ . Значит максимальная скорость в процессе дальнейшего движения достигается в самой нижней точке трубки и равна  $v_{max} = \sqrt{2gR}$ .

С учётом II закона Ньютона и закона сохранения энергии получаем зависимость силы нормальной реакции в проекции на ось  $x$  от скорости  $v$  шарика:  $N_x = \frac{3mv^2}{2R} - qvB$ . (1)

Зависимость (1) является квадратичной, графиком этой зависимости является парабола.

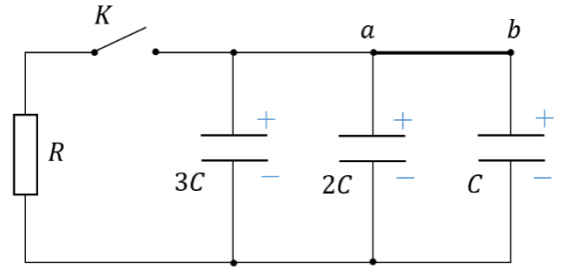
Заметим, что  $N_x = 0$  при  $v = 0$  и, с учётом соотношения  $\frac{qB}{3m} = \sqrt{\frac{g}{2R}}$ , при  $v = v_{max}$ . А при значениях  $v \in (0; v_{max})$  сила реакции  $N_x < 0$ . Найдём максимальное значение модуля силы реакции через координаты вершины параболы  $\left(\frac{qBR}{3m}; -\frac{q^2B^2R}{6m}\right)$ , значит  $N_{max} = \frac{q^2B^2R}{6m}$ .

**Ответ:**  $v_{max} = \sqrt{2gR}$ ;  $N_{max} = \frac{q^2B^2R}{6m}$ .

### Возможные критерии оценивания

| №   | Критерий                                                                        | Количество баллов |
|-----|---------------------------------------------------------------------------------|-------------------|
| 1.  | Записано выражение для силы Лоренца $F = qvB\sin 90^\circ = qvB$                | 0,5               |
| 2.  | Верно указано направление силы Лоренца                                          | 0,5               |
| 3.  | Записан II закон Ньютона $ma_x = N_x + F - mgsin\alpha$                         | 1,5               |
| 4.  | Учтено, что $a_x = \frac{v^2}{R}$                                               | 0,5               |
| 5.  | Указано, что работа силы Лоренца равна нулю                                     | 1                 |
| 6.  | Указано, что работа силы нормальной реакции равна нулю                          | 0,5               |
| 7.  | Записан закон сохранения энергии $mgR\sin\alpha = \frac{mv^2}{2}$               | 1,5               |
| 8.  | Определена максимальная скорость $v_{max} = \sqrt{2gR}$                         | 1                 |
| 9.  | Получено соотношение (1): $N_x = \frac{3mv^2}{2R} - qvB$                        | 1                 |
| 10. | Обосновано, что максимальному значению $N_{max}$ соответствует вершина параболы | 1                 |
| 11. | Получен ответ $N_{max} = \frac{q^2 B^2 R}{6m}$                                  | 1                 |
|     | Итого максимально за задачу                                                     | 10                |

**5. Разрядка.** В электрической цепи, схема которой показана на рисунке, ключ  $K$  разомкнут, а конденсаторы заряжены до некоторого неизвестного напряжения. Найдите силу тока  $I_0$  через резистор сопротивлением  $R$  в некоторый момент времени после замыкания ключа, если известно, что через перемычку  $ab$  в этот момент времени сила тока равна  $I_1$ . Чему равен заряд  $q_1$  конденсатора ёмкости  $C$  в этот момент? Ёмкости конденсаторов  $C$ ,  $2C$  и  $3C$  известны. Сопротивление перемычки и соединительных проводов пренебрежимо мало.



### Возможное решение

Рассмотрим цепь в указанный момент времени (см. рисунок). Пусть  $I_2$  и  $I_3$  – силы токов, текущие от конденсаторов, а  $q_1, q_2$  и  $q_3$  – заряды конденсаторов.

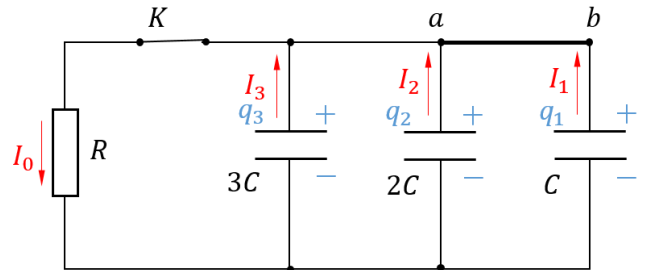
Так как конденсаторы соединены параллельно, то напряжения на них в любой момент времени одинаковы, значит:  $\frac{q_1}{C} = \frac{q_2}{2C} = \frac{q_3}{3C}$ .

Аналогичным соотношением будут связаны и изменения зарядов, произошедшие за некоторый малый промежуток времени  $\Delta t$ :  $\frac{\Delta q_1}{C} = \frac{\Delta q_2}{2C} = \frac{\Delta q_3}{3C}$ . После деления последнего уравнения на время  $\Delta t$  приходим к соотношению для токов:  $I_1 = \frac{I_2}{2} = \frac{I_3}{3}$ .

С учётом первого правила Кирхгофа  $I_0 = I_1 + I_2 + I_3 = I_1 + 2I_1 + 3I_1 = 6I_1$ .

Напряжение на резисторе равно напряжению на первом конденсаторе:  $\frac{q_1}{C} = I_0 R$ . Значит  $q_1 = CI_0 R = 6CI_1 R$ .

**Ответ:**  $I_0 = 6I_1$ ;  $q_1 = 6CI_1 R$ .



### Возможные критерии оценивания

| №                           | Критерий                                                               | Количество баллов |
|-----------------------------|------------------------------------------------------------------------|-------------------|
| 1.                          | Отмечено равенство напряжений на конденсаторах и резисторе             | 1                 |
| 2.                          | Использовано первое правило Кирхгофа                                   | 1                 |
| 3.                          | Записано соотношение $\frac{q_1}{C} = \frac{q_2}{2C} = \frac{q_3}{3C}$ | 1                 |
| 4.                          | Получено соотношение для токов $I_1 = \frac{I_2}{2} = \frac{I_3}{3}$   | 2                 |
| 5.                          | Получен ответ $I_0 = 6I_1$                                             | 2                 |
| 6.                          | Записано соотношение $\frac{q_1}{C} = I_0 R$                           | 1                 |
| 7.                          | Получен ответ $q_1 = 6CI_1 R$                                          | 2                 |
| Итого максимально за задачу |                                                                        | 10                |